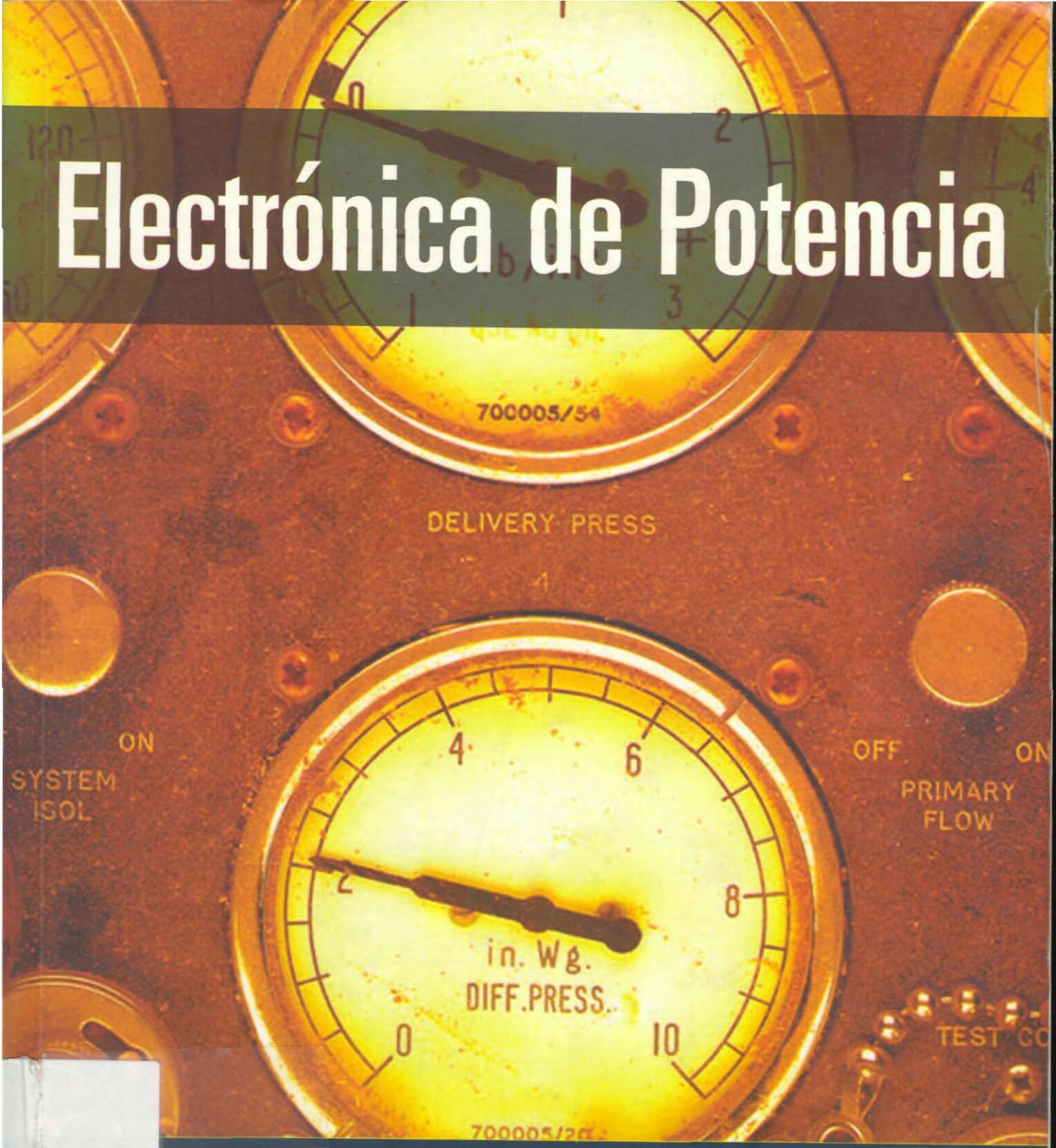
Electrónica de Potencia



Daniel W. Hart

ELECTRÓNICA DE POTENCIA

ELECTRÓNICA DE POTENCIA

Daniel W. Hart

Valparaiso University
Valparaiso, Indiana

Traducción:

Vuelapluma

Revisión técnica:

Andrés Barrado Bautista
Emilio Olías Ruiz
Antonio Lázaro Blanco
Jorge Pleite Guerra
Universidad Carlos III de Madrid

Madrid • México • Santafé de Bogotá • Buenos Aires • Caracas • Lima • Montevideo
San Juan • San José • Santiago • São Paulo • White Plains

Datos de catalogación bibliográfica

DANIEL W. HART
ELECTRÓNICA DE POTENCIA

PEARSON EDUCACIÓN, S. A., Madrid, 2001

ISBN: 84-205-3179-0
Materia: Electrónica: 621.3

Formato 195 × 250 Páginas: 472

No está permitida la reproducción total o parcial de esta obra ni su tratamiento o transmisión por cualquier medio o método sin autorización escrita de la Editorial.

DERECHOS RESERVADOS
© 2001 respecto a la primera edición en español por:
PEARSON EDUCACIÓN, S. A.
Núñez de Balboa, 120
28006 MADRID

DANIEL W. HART
INTRODUCCIÓN A LA ELECTRÓNICA DE POTENCIA

ISBN: 84-205-3179-0
Depósito legal: M-37.541-2001

PRENTICE HALL es un sello editorial autorizado de PEARSON EDUCACIÓN, S. A.

Traducido de:
Introduction to Power Electronics
© 1997, by Prentice-Hall, Inc
Simon & Schuster/A Viacom Company
Upper Saddle River, NJ 07458
ISBN 0-02-351182-6

Edición en español:
Equipo editorial:
Editora: Isabel Capella
Asistente editorial: Sonia Ayerra
Equipo de producción:
Director: José Antonio Clares
Técnico: Diego Marín
Diseño de cubierta: Mario Guindel, Yann Boix y Lía Sáenz
Composición: COPIBOOK
Impreso por: Artes Gráficas Cofás

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN

Prentice Hall

Este libro ha sido impreso con papel y tintas ecológicos

A Linda

CONTENIDO

PRÓLOGO XV

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN 1

1.1. Introducción 1
1.2. Clasificación de los convertidores 2
1.3. Interruptores electrónicos 3
El diodo 3
Tiristores 4
Transistores 5
1.4. Selección de los interruptores 8
1.5. SPICE y PSpice® 8
1.6. Los interruptores en PSpice 10
El interruptor controlado por tensión 10
Transistores 11
Diodos 11
Dispositivos SCR 13
Problemas de convergencia en PSpice 14
1.7. Comparación de resultados de simulación en PSpice 15

Bibliografía 15

Problemas 16

CAPÍTULO 2. CÁLCULOS DE POTENCIA 19
2.1. Introducción 19
2.2. Potencia y energía 19
Potencia instantánea 19
Energía 20
Potencia media 20
2.3. Bobinas y condensadores 23
2.4. Recuperación de la energía 24
Transistor en conducción: $0 < t < t_1$ 26
Transistor en corte: $t_1 < t < T$ 27
Transistores en conducción: $0 < t < t_1$ 28
Transistores en corte: $t_1 < t < T$ 30
2.5. Valor eficaz o valor cuadrático medio 32
2.6. Potencia aparente y factor de potencia 40
La potencia aparente, S 40
Factor de potencia 40
2.7. Cálculos de potencia en circuitos de alterna con señales sinusoidales 40
2.8. Cálculos de potencia para formas de ondas periódicas no sinusoidales 42
Las series de Fourier 42
Potencia media 43
Fuente no sinusoidal y carga lineal 44
Fuente sinusoidal y carga no lineal 45
2.9. Cálculos de potencia usando PSpice 49
2.10. Resumen 56
Bibliografía 57
Problemas 58
Potencia instantánea y media 58
Recuperación de energía 59
Valores eficaces (rms) 60
Formas de ondas no sinusoidales 60
PSpice 62

CAPÍTULO 3. RECTIFICADORES DE MEDIA ONDA: FUNDAMENTOS BÁSICOS DE ANÁLISIS 65
3.1. Introducción 65
3.2. Carga resistiva 65
Creación de una componente de continua utilizando un interruptor electrónico 65
3.3. Carga resistiva-inductiva 67
3.4. Simulación mediante PSpice 72
Uso de programas de simulación para cálculo numérico 72
3.5. Carga RL-generador 76
Alimentación de un generador de corriente continua a partir de un generador de corriente alterna 76
3.6. Carga bobina-generador 80
Uso de la inductancia para limitar la corriente 80

3.7. El diodo de libre circulación 82
Creación de una corriente continua 82
Reducción de los armónicos de la corriente de carga 86
3.8. Rectificador de media onda con un filtro de condensador 88
Creación de una tensión continua a partir de un generador de alterna 88
3.9. El rectificador de media onda controlado 94
Carga resistiva 96
Carga R-L 97
Carga RL-generador 100
3.10. Soluciones de PSpice para rectificadores controlados 102
Modelado del SCR en PSpice 102
3.11. Conmutación 105
Efecto de la inductancia del generador 105
3.12. Resumen 107

Problemas 108
Rectificador de media onda con carga resistiva 108
Rectificador de media onda con carga R-L 108
Rectificador de media onda con carga RL-generador 109
Diodo de libre circulación 110
Rectificador de media onda con un condensador de filtro 110
Rectificador de media onda controlado 111
Conmutación 112
Designación de problemas 113

CAPÍTULO 4. RECTIFICADORES DE ONDA COMPLETA Y TRIFÁSICOS: CONVERSIÓN CA-CC 115
4.1. Introducción 115
4.2. Rectificadores monofásicos de onda completa 115
El rectificador en puente 118
El rectificador con transformador de toma media 118
Carga resistiva 119
Carga R-L 119
Armónicos del generador 123
Simulación en PSpice 123
Carga RL-generador 126
Filtro de salida basado en condensador 128
Dobladores de tensión 131
Salida con filtro L-C 132
Corriente continua para la salida con filtro L-C 133
Corriente discontinua para la salida con filtro L-C 134
4.3. Rectificadores controlados de onda completa 138
Carga resistiva 139
Carga R-L, corriente discontinua 140
Carga R-L, corriente continua 142
Simulación en PSpice de los rectificadores controlados de onda completa 145
Rectificador controlado con carga RL-generador 146

El convertidor monofásico controlado operando como un inversor 149
4.4. Rectificadores trifásicos 151
4.5. Rectificadores controlados trifásicos 156
Simulación en PSpice de los rectificadores controlados trifásicos 157
Rectificadores de doce pulsos 160
El convertidor trifásico operando como un inversor 162
4.6. Transmisión de potencia continua 164
4.7. Conmutación: el efecto de la inductancia del generador 168
Rectificador monofásico en puente 168
Rectificador trifásico 169
4.8. Resumen 171
Problemas 171
Rectificadores monofásicos no controlados 171
Rectificadores monofásicos controlados 173
Rectificadores trifásicos no controlados 175
Rectificadores trifásicos controlados 175
Problemas de diseño 176

CAPÍTULO 5. CONTROLADORES DE TENSIÓN ALTERNA: CONVERTIDORES CA-CA 177
5.1. Introducción 177
5.2. El controlador de tensión alterna monofásico 177
Funcionamiento básico 177
Controlador monofásico con carga resistiva 179
Controlador monofásico con carga R-L 182
Simulación en PSpice de los controladores de tensión alterna monofásicos 186
5.3. Controladores trifásicos de tensión 187
Carga resistiva conectada en estrella 187
Carga R-L conectada en estrella 192
Carga resistiva conectada en triángulo 194
5.4. Control de la velocidad de los motores de inducción 196
5.5. Control de VAR estático (compensador estático de reactiva) 197
5.6. Resumen 198
Problemas 198
Controladores de tensión monofásicos 198
Controladores de tensión trifásicos 200

CAPÍTULO 6. CONVERTIDORES CC-CC 201
6.1. Reguladores lineales de tensión 201
6.2. Un convertidor conmutado básico 202
6.3. El convertidor reductor 203
Relaciones entre la tensión y la corriente 203
Rizado de la tensión de salida 208
6.4. Consideraciones de diseño 211
6.5. El convertidor elevador 212

Relaciones entre la tensión y la corriente 212
Rizado de la tensión de salida 216
6.6. El convertidor reductor-elevador 217
Relaciones entre la tensión y la corriente 218
Rizado de la tensión de salida 222
6.7. El convertidor Ćuk 223
6.8. Efectos no ideales en el funcionamiento de un convertidor 228
Caídas de tensión en los interruptores 228
Resistencia del condensador: efecto en el rizado 229
Resistencia de la bobina 230
Pérdidas de conmutación 231
6.9. Funcionamiento con corriente discontinua 233
Convertidor reductor con corriente discontinua 233
Convertidor elevador con corriente discontinua 236
6.10. Simulación en PSpice de los convertidores CC-CC 239
Un modelo conmutado en PSpice 240
Un modelo de circuito promediado 243
6.11. Resumen 248
Bibliografía 249
Problemas 250
Convertidores lineales 250
Convertidor conmutado básico 251
Convertidor reductor 251
Convertidor elevador 252
Convertidor reductor-elevador 253
Convertidor Ćuk 253
Efectos no ideales 254
Corriente discontinua 254
PSpice 254

CAPÍTULO 7. FUENTES DE ALIMENTACIÓN DE CORRIENTE CONTINUA .. 257
7.1. Introducción 257
7.2. Modelos de transformadores 257
7.3. El convertidor flyback 259
Análisis con el interruptor cerrado 259
Análisis con el interruptor abierto 261
Modo de corriente discontinua en el convertidor flyback 266
Resumen del funcionamiento del convertidor flyback 268
7.4. El convertidor forward 268
Análisis con el interruptor cerrado 268
Análisis con el interruptor abierto 270
Resumen del funcionamiento del convertidor forward 273
7.5. Convertidor forward con dos interruptores 275
7.6. El convertidor push-pull 277
Interruptor Sw_1 cerrado 277

Interruptor Sw_2 cerrado 279
Ambos interruptores abiertos 279
Resumen del funcionamiento del convertidor push-pull 280
7.7. Convertidores CC-CC en puente completo y en semi-puente 281
7.8. Convertidores alimentados en corriente 284
Sw_1 cerrado y Sw_2 abierto 286
Sw_1 abierto y Sw_2 cerrado 286
Sw_1 y Sw_2 cerrados 287
7.9. Convertidores con múltiples salidas 288
7.10. Elección de convertidores 289
7.11. Simulación en PSpice de las fuentes de alimentación de continua 289
Convertidor flyback 290
Convertidor forward 291
Convertidor push-pull 292
Convertidor alimentado en corriente 293
7.12. Control de las fuentes de alimentación 294
Estabilidad del bucle de control 294
Análisis en pequeña señal 295
Función de transferencia del interruptor 296
Función de transferencia del filtro 297
Función de transferencia del circuito PWM 298
Amplificador de error con compensación 298
Diseño de un amplificador de error compensado 301
Simulación en PSpice del control por realimentación 305
Circuitos de control PWM 306

Bibliografía 308

Problemas 310
Convertidor flyback 310
Convertidor forward 310
Convertidor push-pull 311
Convertidor alimentado en corriente 311
PSpice 312
Control 312

CAPÍTULO 8. INVERSORES: CONVERSIÓN DE CONTINUA EN ALTERNA .. 315
8.1. Introducción 315
8.2. El puente convertidor de onda completa 316
8.3. El inversor de onda cuadrada 317
8.4. Análisis mediante series de Fourier 321
8.5. Distorsión armónica total 323
8.6. Simulación en PSpice de los inversores de onda cuadrada 324
8.7. Control de armónicos y de amplitud 327
8.8. El inversor en medio puente 331
8.9. Salida con modulación por anchura de impulsos 333
Conmutación bipolar 333
Conmutación unipolar 333
8.10. Definiciones y consideraciones relativas a la modulación PWM 335

8.11. Armónicos en la modulación PWM 337
Conmutación bipolar 337
Conmutación unipolar 341
8.12. Simulación de inversores con modulación por anchura de impulsos 342
PWM bipolar 342
PWM unipolar 346
8.13. Inversores trifásicos 351
Inversor de seis pasos 351
Inversor trifásico PWM 354
8.14. Simulación en PSpice de los inversores trifásicos 356
Inversores trifásicos de seis pasos 356
Inversores trifásicos PWM 357
8.15. Control de velocidad de motores de inducción 358
8.16. Resumen .....
Bibliografía 360
Problemas 360
Inversor de onda cuadrada y análisis de Fourier 360
Control de armónicos y de amplitud 361
Inversores con modulación por anchura de impulsos 362
Inversores trifásicos 363

CAPÍTULO 9. CONVERTIDORES RESONANTES 365
9.1. Introducción 365
9.2. Convertidor conmutado resonante: conmutación a corriente cero 366
Funcionamiento básico 366
Análisis para $0 < t < t_1$ 368
Análisis para $t_1 < t < t_2$ 368
Análisis para $t_2 < t < t_3$ 369
Análisis para $t_3 < t < T$ 370
Tensión de salida 370
9.3. Convertidor conmutado resonante: conmutación a tensión cero 372
Funcionamiento básico 372
Análisis para $0 < t < t_1$ 373
Análisis para $t_1 < t < t_2$ 375
Análisis para $t_2 < t < t_3$ 376
Análisis para $t_3 < t < T$ 377
Tensión de salida 377
9.4. El inversor resonante serie 379
Pérdidas de conmutación 381
Control de amplitud 381
9.5. Convertidor CC-CC resonante serie 385
Funcionamiento básico 385
Funcionamiento para $\omega_s > \omega_0$ 385
Funcionamiento para $\omega_2/2 < \omega_s < \omega_0$ 391
Funcionamiento para $\omega_s < \omega_0/2$ 392
Variantes del convertidor CC-CC resonante serie 392

9.6. Convertidor CC-CC resonante paralelo 393
9.7. Convertidor CC-CC serie-paralelo 397
9.8. Comparación de convertidores resonantes 400
9.9. El convertidor resonante con paso intermedio por corriente continua 400
9.10. Resumen 404

Bibliografía 404

Problemas 404

Convertidor resonante de conmutación a corriente cero 404
Convertidor resonante de conmutación a tensión cero 405
Inversor resonante 406
Convertidor CC-CC resonante serie 406
Convertidor CC-CC resonante paralelo 406
Convertidor CC-CC serie-paralelo 407
Convertidor resonante con paso intermedio por corriente continua 407

CAPÍTULO 10. CIRCUITOS DE EXCITACIÓN Y DE PROTECCIÓN 409

10.1. Introducción 409
10.2. Circuito de excitación para MOSFET 409
10.3. Circuitos de excitación para el transistor bipolar 416
10.4. Circuitos de excitación de tiristor 420
10.5. Circuitos de protección para el transistor 421
10.6. Circuitos de protección de recuperación de energía 429
10.7. Circuitos de protección para el tiristor 431
10.8. Resumen 431

Bibliografía 431

Problemas 432

Circuitos de excitación para MOSFET 432
Circuito de excitación del transistor bipolar 432
Circuitos de protección 432

APÉNDICE A. SERIES DE FOURIER PARA ALGUNAS FORMAS DE ONDAS COMUNES 435

Las series de Fourier 435
Sinusoide rectificada de media onda (Figura A.1) 436
Sinusoide rectificada de onda completa (Figura A.2) 436
Rectificador trifásico en puente (Figura A.3) 437
Forma de onda pulsante (Figura A.4) 438
Onda cuadrada (Figura A.5) 438
Onda cuadrada modificada (Figura A.6) 439
Inversor trifásico de seis pasos (Figura A.7) 439

APÉNDICE B. PROMEDIO DEL ESPACIO DE ESTADOS 441

Pequeña señal y régimen permanente 442
Ecuaciones de estado para el convertidor reductor 443
Bibliografía 446

ÍNDICE 447

PRÓLOGO

El presente libro aspira a ser un texto introductorio a la electrónica de potencia, principalmente para los estudiantes universitarios de ingeniería eléctrica. El texto presupone que el estudiante está familiarizado con las técnicas generales de análisis de circuitos, normalmente estudiadas en los primeros cursos. El estudiante debería conocer los dispositivos electrónicos, tales como los diodos y los transistores, ya que este texto hace hincapié en la tipología y función de los circuitos, en vez de en los dispositivos. El conocimiento de las relaciones entre la tensión y la corriente en los dispositivos lineales es el principal requisito, y el concepto de las series de Fourier también es importante. La mayoría de los temas tratados en este texto deberían resultar apropiados para estudiantes de ingeniería eléctrica, tanto de primeros como de últimos cursos de carrera.

El texto está pensado para ser utilizado en un curso semestral de electrónica de potencia, seleccionando el profesor los temas que crea apropiado impartir u omitir. El texto se ha escrito de modo que el orden de los temas sea flexible. Recomendamos que los Capítulos 2 y 3, sobre cálculos de potencia y rectificadores de media onda, se traten al principio del curso, profundizando tanto como el profesor considere adecuado para el nivel de los alumnos. Los Capítulos 6 y 7, sobre convertidores cc-cc y fuentes de alimentación de continua, pueden estudiarse antes de los Capítulos 4 y 5. Se puede omitir parte del texto, como la sección sobre control del Capítulo 7, si se está impartiendo un curso general introductorio.

El estudiante debería utilizar todas las herramientas software disponibles para la solución de las ecuaciones que describen los circuitos electrónicos de potencia. Estas herramientas abarcan desde las calculadoras con funciones incorporadas, como integrales o búsqueda de raíces, hasta potentes programas informáticos, como MATLAB, Mathcad, PC:Solve, TK Solver y otros. Los

programas informáticos de álgebra, como Mathematica, Maple o DERIVE, utilizados frecuentemente en cursos de matemáticas, resultan, por lo general, apropiados para resolver las ecuaciones de los circuitos. A menudo sugerimos en este texto la utilización de técnicas de análisis numérico. Depende del estudiante el seleccionar y adaptar las herramientas informáticas disponibles al caso de la electrónica de potencia.

La mayor parte de este texto incluye ejercicios de simulación por ordenador utilizando PSpice, como complemento a las técnicas de solución analítica de circuitos. Contar con alguna experiencia previa con PSpice puede servir de ayuda, pero no es necesaria. No se pretende que la simulación por computador sustituya la comprensión de los principios fundamentales pero, en opinión del autor, utilizar la simulación por computador como herramienta para investigar el comportamiento básico de los circuitos electrónicos de potencia, añade una dimensión adicional al proceso de aprendizaje del alumno imposible de adquirir con la estricta manipulación de las ecuaciones. Observando las formas de onda de la tensión y la corriente en una simulación por computador se logran algunos de los objetivos propios de las experiencias de laboratorio. En una simulación, todas las corrientes y tensiones del circuito pueden ser estudiadas, normalmente con resultados más eficientes que en un laboratorio real. Resulta más sencillo llevar a cabo variaciones en el comportamiento de un circuito cambiando componentes o parámetros de funcionamiento en una simulación por computador que en un laboratorio. Los archivos de circuitos de PSpice presentados en este texto no representan necesariamente la forma más elegante de simular los circuitos. Animamos a los estudiantes a utilizar sus habilidades para mejorar los archivos de entrada, en los casos que sea posible.

Estoy sinceramente agradecido a todos los revisores y estudiantes que han realizado muchas valiosas aportaciones a este proyecto. Entre los revisores se encuentran: Dr. Frederick Brockhurst, del Instituto de Tecnología Rose-Hulman; Dr. Kraig Olejnicak, de la Universidad de Arkansas; Dr. Hassan H. Moghbelli, de la Universidad de Purdue, Calumet; Dr. Jai P. Agrawal, de la Universidad de Purdue, Calumet. Me gustaría también dar las gracias a Amy Backhus por la preparación de la mayor parte del manuscrito.

Daniel W. Hart
Universidad de Valparaiso
Valparaiso, Indiana (EE.UU.)

1

INTRODUCCIÓN

1.1. INTRODUCCIÓN

Los circuitos electrónicos de potencia convierten la energía eléctrica de un tipo en otro utilizando dispositivos electrónicos. Los circuitos electrónicos de potencia funcionan utilizando dispositivos semiconductores como interruptores, para controlar o modificar una tensión o una corriente. Las aplicaciones de los circuitos electrónicos de potencia abarcan desde los equipos de conversión de alta potencia, como los sistemas de transmisión de corriente continua (cc), hasta aparatos de uso común, como por ejemplo, los destornilladores eléctricos sin cable o las fuentes de alimentación de los ordenadores portátiles. La electrónica de potencia incluye aplicaciones en las que los circuitos procesan milivatios o megavatios. Las aplicaciones típicas de la electrónica de potencia son, entre otras, la conversión de corriente alterna (ca) en corriente continua (cc), la conversión de corriente contínua en alterna (cc en ca), la conversión de una tensión continua no regulada en una tensión continua regulada y la conversión de una alimentación alterna de determinada amplitud y frecuencia en otra amplitud y frecuencia distintas.

El diseño de los equipos de conversión de potencia precisa de numerosas disciplinas de la ingeniería eléctrica. La electrónica de potencia incluye aplicaciones de la teoría de circuitos, la teoría de control, electrónica, electromagnetismo, microprocesadores (para control) y transferencia de calor. Los avances conseguidos en la capacidad de conmutación de los semiconductores, combinados con el interés por mejorar el rendimiento y las prestaciones de los dispositivos eléctricos han convertido a la electrónica de potencia en un área de la ingeniería electrónica de rápido crecimiento.

Un interruptor electrónico se caracteriza por tener dos estados, «activado» (on) y «desactivado» (off), lo que idealmente se corresponde con un cortocircuito y un circuito abierto, respectivamente. Las aplicaciones que utilizan dispositivos de conmutación son muy interesantes debido a las, relativamente, bajas pérdidas de potencia en el dispositivo. Cuando el interruptor es ideal, la tensión de conmutación o la corriente de conmutación será igual a cero, lo que hace que el valor de la potencia absorbida por el interruptor sea también cero. Los dispositivos reales absorben algo de potencia cuando están en conducción y cuando tienen lugar las transiciones entre los estados de conducción y no conducción, aunque el rendimiento del circuito puede ser todavía bastante alto. Algunos dispositivos electrónicos, como los transistores, también pueden operar en el rango lineal, donde tanto la tensión como la corriente son distintas de cero, aunque es conveniente utilizar estos dispositivos como interruptores en las aplicaciones de potencia.

1.2. CLASIFICACIÓN DE LOS CONVERTIDORES

El objetivo de los circuitos electrónicos de potencia consiste en adaptar los requisitos de tensión y corriente de la carga al generador. Los circuitos electrónicos de potencia convierten una forma de onda de corriente o de tensión de un cierto tipo o nivel en otro; por esto se denominan *convertidores*. Los convertidores se clasifican según la relación existente entre la entrada y la salida:

Entrada ca/salida cc

Los convertidores ca-cc producen una salida continua a partir de una entrada alterna. La potencia media se transfiere desde un generador de alterna a una carga de corriente continua. A los convertidores ca-cc se les denomina, especificamente, como *rectificadores*. Por ejemplo, un convertidor ca-cc permite que los circuitos integrados operen a partir de una tensión alterna de línea a 60 Hz, convirtiendo la señal alterna en una señal continua de la tensión apropiada.

Entrada cc/salida ca

El convertidor cc-ca se denomina, especificamente, como *inversor*. En el inversor, la potencia media fluye desde el lado de corriente continua hacia el lado de corriente alterna. Entre los ejemplos de aplicaciones de los inversores se incluyen la generación de una tensión de 120 V eficaces (rms) a 60 Hz a partir de una batería de 12 V y la conexión de una matriz de células solares con un aparato eléctrico.

Entrada cc/salida cc

El convertidor cc-cc resulta útil cuando una carga requiere una corriente o una tensión continua específica (normalmente regulada), pero el generador tiene un valor de continua diferente o no regulado. Por ejemplo, a partir de un generador de 12 V y a través de un convertidor cc-cc pueden obtenerse 5 V.

Entrada ca/salida ca

El convertidor ca-ca puede utilizarse para cambiar la amplitud y/o la frecuencia de una señal alterna. Un ejemplo, entre otros, sería un simple atenuador para la iluminación doméstica y un control de velocidad para un motor de inducción.

Algunos circuitos convertidores pueden operar en diferentes modos, dependiendo de los parámetros de control y del circuito. Por ejemplo, algunos circuitos rectificadores pueden operar como inversores modificando el método de control de los dispositivos semiconductores. En estos casos, es el sentido en que fluye la potencia media el que determina el tipo de convertidor.

El proceso de conversión de potencia puede suponer un proceso de varias fases y requerir más de un tipo de convertidor. Por ejemplo, se puede utilizar una conversión ca-cc-ca para modificar un generador de corriente alterna, obteniendo primero una componente continua y, después, convirtiendo dicha señal continua en una señal alterna que tenga una amplitud y una frecuencia diferentes a las del generador de corriente alterna original.

1.3. INTERRUPTORES ELECTRÓNICOS

En este libro de texto nos centramos en el funcionamiento de los circuitos básicos, en lugar de centrarnos en las prestaciones de los dispositivos. El dispositivo conmutador concreto utilizado en los circuitos electrónicos de potencia variará según el estado actual de la tecnología de dispositivos semiconductores. Normalmente, el comportamiento de los circuitos electrónicos de potencia no se ve afectado de forma particular por el dispositivo real que se utilice para la conmutación, especialmente si las caídas de tensión en bornas del interruptor en estado de conducción son pequeñas comparadas con otras tensiones del circuito. Por tanto, los dispositivos semiconductores se modelan normalmente como interruptores ideales, con el fin de poder centrarse en el comportamiento del circuito. Los interruptores se modelan como cortocircuitos cuando están activados y como circuitos abiertos cuando no lo están. Se supone que las transiciones entre estos dos estados son instantáneas. Los efectos de la conmutación no ideal se comentarán cuando sea necesario. En esta sección, se proporciona una breve exposición sobre los semiconductores y, en el Capítulo 10, ofrecemos información adicional relativa a los circuitos de gobierno y protección. En la literatura se puede encontrar información exhaustiva sobre el estado de la técnica de estos dispositivos.

El diodo

El diodo es el interruptor electrónico más simple. No se puede controlar, en el sentido de que son las tensiones y corrientes del circuito los que determinan los estados de conducción (activado) y de corte (desactivado) del diodo. El diodo está polarizado en directa (conducción) cuando la corriente i_d (Figura 1.1a) es positiva y está polarizado en inversa (en corte) cuando la tensión v_d es negativa. En el caso ideal, el diodo se comporta como un cortocircuito cuando está polarizado en directa y se comporta como un circuito abierto cuando está polarizado en inversa. Las curvas características corriente-tensión real e ideal se muestran en las Figuras 1.1b y 1.1c.

Una característica dinámica importante de un diodo no ideal es la corriente de recuperación inversa. Cuando un diodo pasa de conducción a corte, la corriente en él disminuye y, momentáneamente, se hace negativa antes de alcanzar el valor cero, como se muestra en la Figura 1.1d. El tiempo t_{rr} es el tiempo de recuperación inversa, normalmente inferior a 1 μs. Este fenómeno puede resultar importante en aplicaciones de alta frecuencia. Los diodos de recuperación rápida se diseñan de modo que tengan t_{rr} menores que los diodos diseñados para aplicaciones de 50 Hz.

Los diodos Schottky (Figura 1.1e) poseen un contacto de metal-silicio, en lugar de una unión *p-n*, y tienen una caída de tensión directa típica de 0,3 V. Estos diodos suelen utilizarse en aplicaciones de baja tensión donde las caídas de los diodos son importantes comparadas con las demás tensiones del circuito. La tensión inversa para un diodo Schottky está limitada a, aproximadamente, 100 V. La barrera de potencial del contacto metal-silicio de un diodo de Schottky no está sujeta a transitorios de recuperación y conmuta entre los estados activado y desactivado más rápidamente que los diodos de unión *p-n*.

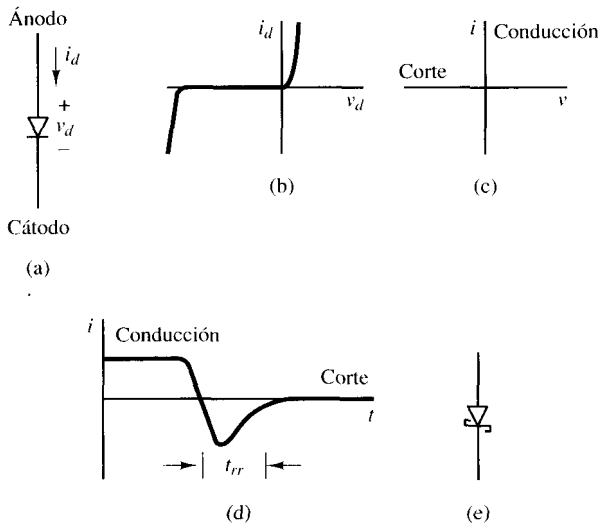


Figura 1.1. (a) Diodo rectificador. (b) Característica *i-v*. (c) Característica *i-v* ideal. (d) Tiempo de recuperación inversa t_{rr}. (e) Diodo Schottky.

Tiristores

Los tiristores son interruptores electrónicos utilizados en circuitos electrónicos de potencia donde es necesario controlar la activación del interruptor. Los tiristores constituyen una familia de dispositivos de tres terminales, entre los que se encuentran: el rectificador controlado de silicio (SCR), el triac, el tiristor de bloqueo por puerta (GTO) y el tiristor MCT o tiristor controlado por MOS (*metal-óxido-semiconductor*). Los tres terminales son el *ánodo*, el *cátodo* y la *puerta*. A veces, se utilizan los términos *tiristor* y *SCR* como sinónimos. Los tiristores pueden soportar altas corrientes y altas tensiones de bloqueo en aplicaciones de alta potencia, pero las frecuencias de conmutación están limitadas a valores de entre 10 y 20 kHz, aproximadamente.

Para que el SCR entre en conducción, hay que aplicar una corriente de puerta cuando la tensión ánodo-cátodo sea positiva. Una vez que el dispositivo haya entrado en conducción, la señal de puerta deja de ser necesaria para mantener la corriente de ánodo. El SCR continuará conduciendo mientras la corriente de ánodo siga siendo positiva y esté por encima de un valor mínimo, denominado nivel de mantenimiento. Las Figuras 1.2a y 1.2b muestran el SCR y la característica corriente-tensión ideal.

El tiristor GTO de la Figura 1.2c, al igual que el SCR, se activa al aplicar una corriente de puerta de corta duración cuando la tensión ánodo-cátodo es positiva. Sin embargo, a diferencia del SCR, el GTO puede desactivarse aplicando una corriente de puerta negativa. El GTO es, por tanto, apropiado para algunas aplicaciones en las que es necesario controlar tanto la activación como la desactivación del interruptor. La corriente negativa en el GTO puede ser muy breve (unos pocos microsegundos), pero su magnitud debe ser muy grande comparada con la corriente de activación. Generalmente, la corriente de desactivación de puerta es un tercio de la corriente de ánodo en estado de conducción. La característica *i-v* ideal es igual que la que muestra la Figura 1.2b para el SCR.

El triac (Figura 1.2d) es un tiristor capaz de conducir corriente en ambos sentidos. El triac es funcionalmente equivalente a dos SCR conectados en antiparalelo (en paralelo pero en sentidos

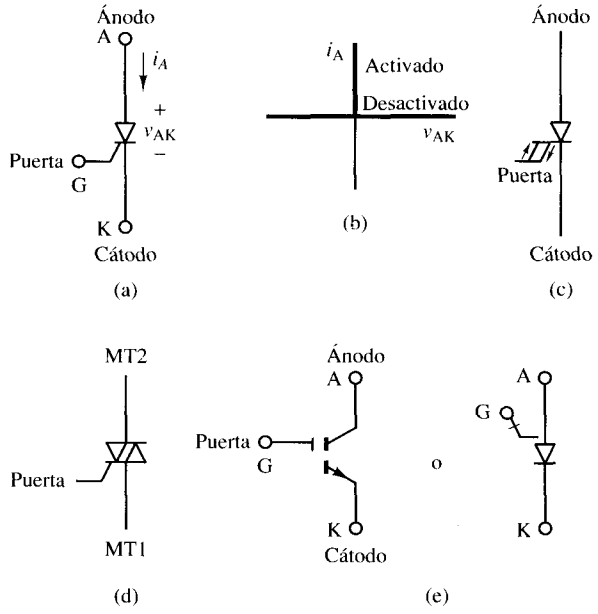


Figura 1.2. Dispositivos tiristores. (a) Rectificador controlado de silicio (SCR). (b) Característica *i-v* ideal del SCR. (c) Tiristor de bloqueo por puerta (GTO). (d) Triac. (e) Tiristor controlado por MOS (MCT).

opuestos). Los circuitos atenuadores de luz comunes utilizan un triac para modificar los semiciclos positivos y negativos de la onda sinusoidal de entrada.

El MCT mostrado en la Figura 1.2e es un dispositivo funcionalmente equivalente al GTO, pero sin el requisito de la alta corriente de desactivación de puerta. El MCT esta formado por un SCR y dos transistores MOSFET (transistor de efecto de campo de metal-óxido) integrados en un mismo dispositivo. Un MOSFET activa el SCR y el otro lo desactiva. El MCT se activa y desactiva estableciendo la tensión puerta-cátodo apropiada, en lugar de establecer una corriente de puerta como en el GTO.

Los tiristores han sido históricamente los interruptores electrónicos de potencia preferidos, debido a los altos valores nominales de tensión y corriente disponibles . Los tiristores todavía se utilizan, especialmente en aplicaciones de alta potencia pero, dado que las características nominales de los transistores de potencia han aumentado notablemente, el transistor resulta ahora más conveniente para muchas aplicaciones.

Transistores

Los transistores son utilizados como interruptores en los circuitos electrónicos de potencia. Los circuitos de excitación de los transistores se diseñan para que éstos estén completamente saturados (activados) o en corte (desactivados). Esto difiere de lo que ocurre con otras aplicaciones de los transistores, como, por ejemplo, un circuito amplificador, en el que el transistor opera en la región lineal o activa. Los transistores tienen la ventaja de que proporcionan un control de activación y de desactivación, mientras que el SCR sólo dispone de control de activación. Los tipos de transistores utilizados en los circuitos electrónicos de potencia incluyen los transistores de unión bipolar (BJT), los MOSFET y dispositivos híbridos, como por ejemplo, los transistores

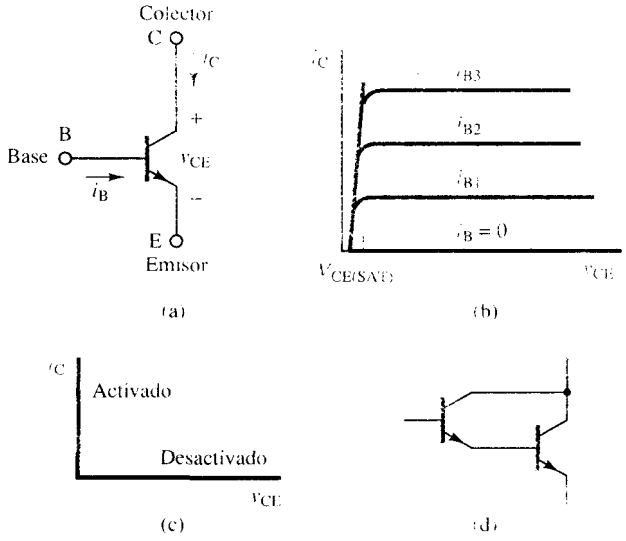


Figura 1.3. (a) BJT (NPN). (b) Característica del BJT. (c) Característica ideal del BJT. (d) Configuración Darlington.

de unión bipolar de puerta aislada (IGBT). Las Figuras 1.3 a 1.5 muestran los correspondientes símbolos y las características corriente-tensión.

Las características típicas de los BJT se muestran en la Figura 1.3b. El estado de conducción para el transistor se consigue proporcionando la suficiente corriente de base para llevar al BJT a saturación. La tensión de saturación colector-emisor típica es de 1 a 2 V para un BJT de potencia. Una corriente de base nula hace que el transistor se polarice en corte. La característica i-v ideal para el BJT se muestra en la Figura 1.3c. El BJT es un dispositivo controlado por corriente y el BJT de potencia normalmente tiene una baja h_{FE}, a veces menor que 20. Si un BJT de potencia con $h_{FE} = 20$ va a conducir una corriente de colector de 60 A, por ejemplo, la corriente de base tendrá que ser mayor que 3 A para saturar el transistor. El circuito de excitación que proporciona esta alta corriente de base es un circuito de potencia importante por sí mismo. Las configuraciones Darlington utilizan dos BJT conectados como se muestra en la Figura 1.3d. La ganancia de corriente efectiva de la combinación es, aproximadamente, igual al producto de las ganancias individuales y puede, por tanto, reducir la corriente extraída del circuito de excita-

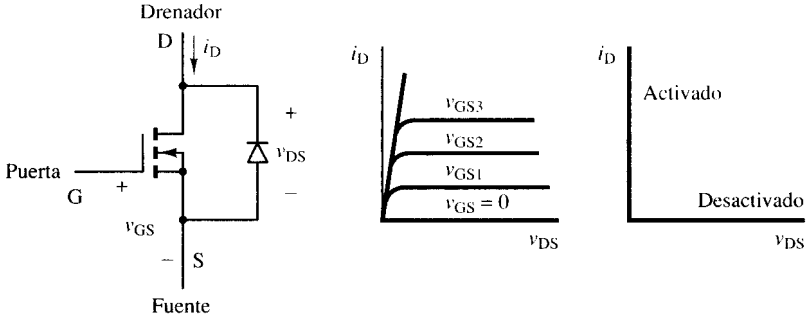


Figura 1.4. (a) MOSFET (de canal *n*) con diodo parásito en antiparalelo. (b) Característica del MOSFET. (c) Característica ideal del MOSFET.

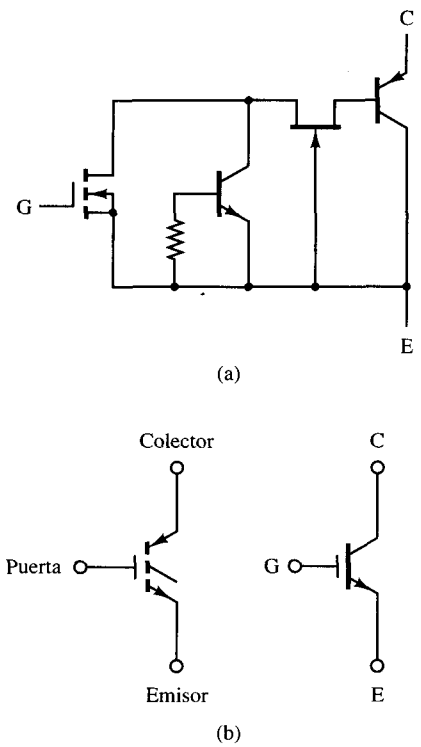


Figura 1.5. IGBT (a) Circuito equivalente. (b) Símbolos.

ción. La configuración Darlington puede construirse a partir de dos transistores discretos o puede obtenerse como un sólo dispositivo integrado. Los BJT de potencia están disponibles con valores nominales de hasta 1.200 V y 400 A. Se suelen utilizar en convertidores que operan hasta 10 kHz aproximadamente. Generalmente, los BJT de potencia están disponibles con valores nominales de corriente y tensión más altos que los MOSFET.

El MOSFET (Figura 1.4a) es un dispositivo controlado por tensión con las características mostradas en la Figura 1.4b. Los MOSFET de potencia son fundamentalmente de acumulación más que de emprobrecimiento. Una tensión puerta-fuente lo suficientemente grande activará el dispositivo, dando lugar a una pequeña tensión drenador-fuente. El circuito de excitación para activar y desactivar un MOSFET es normalmente más sencillo que el utilizado para un BJT. En el estado de conducción, las variaciones de v_{DS} son linealmente proporcionales a las variaciones de i_D. Por tanto, el MOSFET en estado de conducción puede modelarse como una resistencia de conducción, denominada $R_{DS(on)}$. Los MOSFET de baja tensión tienen resistencias de conducción menores que 0,1 Ω, mientras que los MOSFET de alta tensión tienen resistencias de conducción de unos cuantos ohmios. La construcción de los MOSFET produce un diodo (de cuerpo) parásito, como se muestra en la Figura 1.4a, lo que se puede utilizar a veces de forma ventajosa en circuitos electrónicos de potencia. Los valores nominales llegan a alcanzar hasta 1.000 V y 50 A. Las velocidades de conmutación del MOSFET son mayores que las del BJT y se utilizan en convertidores que operan por encima de 100 kHz.

El IGBT de la Figura 1.5 es una conexión integrada de un MOSFET y un BJT. El circuito de excitación del IGBT es como el del MOSFET, mientras que las características de conducción son como las del BJT. El IGBT es adecuado para velocidades de conmutación de hasta aproximadamente 20 kHz y ha sustituido al BJT en muchas aplicaciones.

1.4. SELECCIÓN DE LOS INTERRUPTORES

La selección de un dispositivo de potencia para una determinada aplicación no sólo depende de los niveles de corriente y tensión requeridos, sino también de sus características de conmutación. Los transistores y los GTO proporcionan control de activación y desactivación, los SCR proporcionan el control de activación pero no de desactivación, y los diodos no ofrecen ninguno de los dos.

Las velocidades de conmutación y las pérdidas de potencia asociadas son dos factores muy importantes en los circuitos electrónicos de potencia. El BJT es un dispositivo de portadores minoritarios, mientras que el MOSFET es un dispositivo de portadores mayoritarios que no sufre retrasos de almacenamiento de portadores minoritarios, lo que supone una ventaja del MOSFET en cuanto a velocidades de conmutación. Los tiempos de conmutación del BJT son mayores que los del MOSFET. Por tanto, generalmente el MOSFET tiene menores pérdidas de conmutación.

Ejemplo 1.1. Selección del interruptor

El circuito de la Figura 1.6a tiene dos interruptores. El interruptor S_1 está activado (cerrado) y conecta la fuente de tensión (V_s = 24 V) con una fuente de corriente (I_0 = 2 A). Se desea abrir el interruptor S_1 para desconectar V_s de la fuente de corriente, para lo que se necesita que un segundo interruptor S_2 se cierre para proporcionar un camino a la corriente I_0, como se muestra en la Figura 1.6b. Posteriormente, S_1 debe volver a cerrarse y S_2 debe abrirse para restaurar el circuito a su condición original. El ciclo se repite a una frecuencia de 75 kHz. Determine el tipo de dispositivo necesario para cada interruptor y los requisitos de corriente y tensión máximas para cada uno de ellos.

Solución. El tipo de dispositivo se elige a partir de las necesidades de activación y desactivación, los requisitos de tensión y corriente del interruptor para los estados activado y desactivado, y la velocidad de conmutación necesaria.

Los puntos de operación en régimen permanente para S_1 se encuentran en $(i_1, v_1) = (I_0, 0)$ si S_1 está cerrado, y $(0, V_s)$ si S_1 está abierto. Los puntos de operación se encuentran sobre los ejes i y v positivos y S_1 debe desactivarse cuando $i_1 = I_0 > 0$, y debe activarse cuando $v_1 = V_s > 0$. El dispositivo utilizado para $S1$ debe, por tanto, proporcionar control tanto de activación como de desactivación. Un MOSFET sería una buena elección debido a la frecuencia de conmutación requerida, a los requisitos simples de control por puerta y a los requisitos de corriente y tensión relativamente bajos (24 V y 2 A).

Los puntos de operación en régimen permanente para S_2 se encuentran en $(i_2, v_2) = (0, -V_s)$ en la Figura 1.6a y en $(I_0, 0)$ en la Figura 1.6b. Los puntos de operación están en el eje positivo de corrientes y en el eje negativo de tensiones. Por tanto, una corriente positiva en S_2 es el requisito para activar S_2 y existe una tensión negativa cuando S_2 está desactivado. Ya que no se necesita ningún otro control para el dispositivo, un diodo es una elección adecuada para S_2. La corriente máxima es de 2 A y la tensión máxima en estado de bloqueo es de 24 V.

La Figura 1.6c muestra la implementación del circuito de conmutación. En una aplicación de electrónica de potencia, la fuente de corriente de este circuito podría representar una bobina por la que circulara una corriente prácticamente constante.

1.5. SPICE Y PSPICE®

La simulación de circuitos por ordenador es una herramienta de análisis y de diseño muy valiosa, en la que haremos hincapié a lo largo del texto. SPICE es un programa de simulación de circuitos desarrollado en el departamento de Ingeniería electrónica e Informática de la Uni-

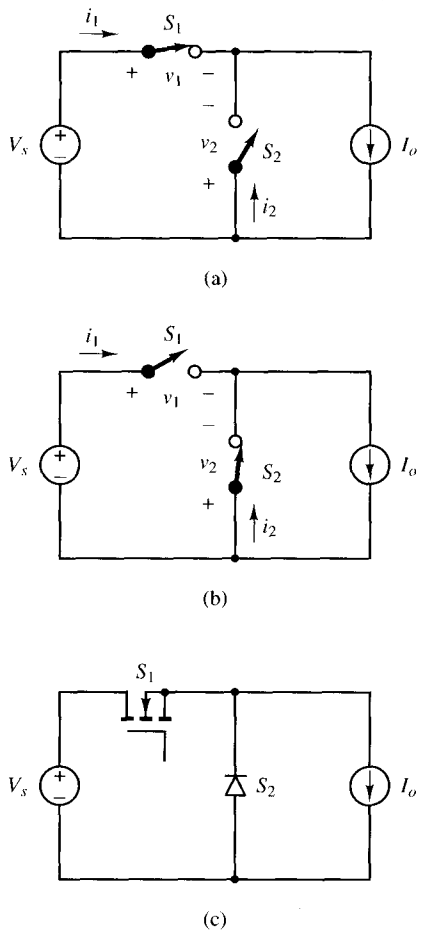


Figura 1.6. Circuito para el Ejemplo 1.1. (a) S_1 cerrado, S_2 abierto. (b) S_1 abierto, S_2 cerrado. (c) Implementación del interruptor.

versidad de California, Berkeley, Estados Unidos. PSpice™ es una adaptación comercial de SPICE, que MicroSim Corporation[1] desarrolló para PC. Una versión de evaluación de PSpice resulta adecuada para la mayoría de los proyectos de un curso universitario y se puede obtener gratuitamente de MicroSim. Las simulaciones descritas en este libro se pueden ejecutar utilizando la versión de evaluación. La versión profesional de PSpice es útil para circuitos grandes e incluye muchos archivos de bibliotecas con modelos de dispositivos.

La simulación puede consistir en varios niveles de modelado de dispositivos y componentes, dependiendo del objetivo de la misma. Para la mayoría de los ejemplos de simulación y los ejercicios de este libro se utilizan modelos de componentes ideales o predeterminados, lo que da como resultado aproximaciones de primer orden, de forma muy parecida al trabajo analítico realizado al exponer un tema por primera vez en cualquier libro de texto. Una vez que se comprende el funcionamiento básico de un circuito electrónico de potencia, el ingeniero puede incluir modelos detallados de los dispositivos para predecir con mayor precisión el comportamiento de un circuito real.

[1] MicroSim Corporation, 20 Fairbanks, Irvine, CA 92718, Estados Unidos.

Probe™, el programa postprocesador gráfico que acompaña a PSpice, resulta especialmente útil. En Probe, se puede mostrar gráficamente la forma de onda de cualquier corriente o tensión de un circuito, lo que proporciona al estudiante una imagen del comportamiento del circuito que no se podría conseguir con un análisis realizado con papel y lápiz. Además, Probe puede realizar cálculos matemáticos que impliquen corrientes y/o tensiones, incluyendo la determinación numérica de valores eficaces y medios. En este libro se incluyen numerosos ejemplos de diseño y análisis con PSpice de circuitos electrónicos de potencia.

Los archivos de circuitos PSpice a los que se hace referencia en este texto se desarrollaron para la versión 5.0 para DOS, o superior. Algunos estudiantes han adaptado con éxito estos circuitos para la versión Schematic Capture for Windows de PSpice.

1.6. LOS INTERRUPTORES EN PSPICE

El interruptor controlado por tensión

Los interruptores controlados por tensión en PSpice pueden utilizarse como un modelo ideal para la mayoría de los dispositivos electrónicos. Un interruptor controlado por tensión es una resistencia que tiene un valor determinado por una tensión de control. La Figura 1.7 ilustra el concepto del uso de una resistencia controlada a modo de interruptor para una simulación PSpice de circuitos electrónicos de potencia. Un BJT u otro dispositivo se comporta, idealmente, como un interruptor abierto o cerrado. Una resistencia grande permite aproximar el comportamiento de un interruptor abierto y una resistencia pequeña el de un interruptor cerrado. Los parámetros del modelo del interruptor son los siguientes:

Parámetro	Descripción	Valor predeterminado
RON	Resistencia de conducción	1 Ω
ROFF	Resistencia de corte	10^6 Ω
VON	Tensión de control para estado de conducción	1 V
VOFF	Tensión de control para estado de bloqueo	0 V

La resistencia varía de un valor grande a un valor pequeño mediante la tensión de control. La resistencia predeterminada en estado de corte es de 1 MΩ, una buena aproximación para un circuito abierto en las aplicaciones de electrónica de potencia. La resistencia de conducción predeterminada de 1 Ω puede, o no, resultar adecuada. Si el interruptor es ideal, 1 Ω es normalmente demasiado grande para aproximarse a un cortocircuito, por lo que la resistencia de conducción en el modelo de interruptor debería cambiarse por otra mucho menor, como, por ejemplo, 0,001 Ω.

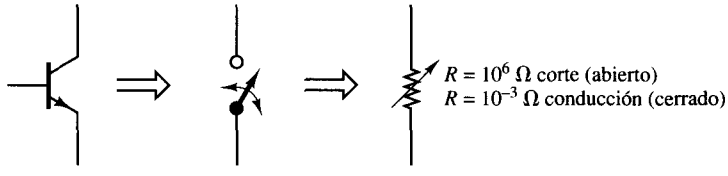


Figura 1.7. Implementación de un interruptor en PSpice.

Ejemplo 1.2. Un interruptor controlado por tensión en PSpice

A continuación incluimos una representación PSpice del circuito de la Figura 1.8a:

```
CIRCUITO TROCEADOR DE CONTINUA (chopper.cir) ;línea de título
VS 1 0 DC 24                                 ;fuente de continua
Rload 1 2 5                                  ;resistencia de carga
S1 2 0 10 0 SMOD                             ;interruptor controlado
                                              por tensión
.MODEL SMOD VSWITCH (RON=.001)              ;modelo para el interruptor
                                              controlado por tensión
VCONTROL 10 0 PULSE (-2V 2V 0 1US 1US 10MS 25MS)
                                            ;control para el interruptor
.TRAN .1MS 75MS                              ;análisis transitorio
.PROBE                                       ;ejecución de Probe
.END
```

La salida de Probe presenta la tensión de control y la tensión en la carga mostradas en la Figura 1.8b.

Transistores

Los transistores utilizados como interruptores en circuitos electrónicos de potencia pueden idealizarse para la simulación utilizando un interruptor controlado por tensión. Como ocurre en el Ejemplo 1.2, un transistor ideal puede modelarse como una resistencia de conducción muy pequeña. Puede emplearse una resistencia de conducción de, aproximadamente, 0,1 a 4 Ω para simular la resistencia de conducción $R_{DS(ON)}$ de un MOSFET e ilustrar el comportamiento de un circuito con componentes no ideales.

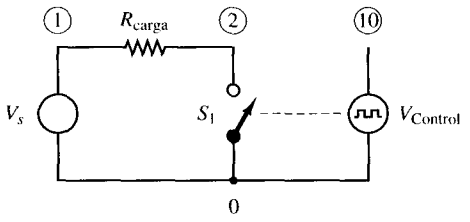
Si se necesita una representación precisa de un transistor, quizá haya algún modelo disponible en la biblioteca de dispositivos de PSpice. La versión profesional de PSpice contiene una amplia biblioteca de modelos, aunque la versión de evaluación para estudiantes contiene una muestra limitada. Los modelos IRF150 e IRF9140 para dispositivos MOSFET de potencia están incluidos en la biblioteca de la versión de evaluación (EVAL.LIB). En las bibliotecas de la versión profesional pueden encontrarse modelos de BJT de potencia. Puede usarse el BJT predeterminado en lugar de un modelo detallado de transistor para una simulación rudimentaria.

Los transistores en PSpice deben disponer de circuitos de excitación, que pueden idealizarse si no se requiere el comportamiento de un circuito de excitación específico. Las simulaciones con BJT y MOSFET pueden emplear circuitos de excitación como el mostrado en la Figura 1.9.

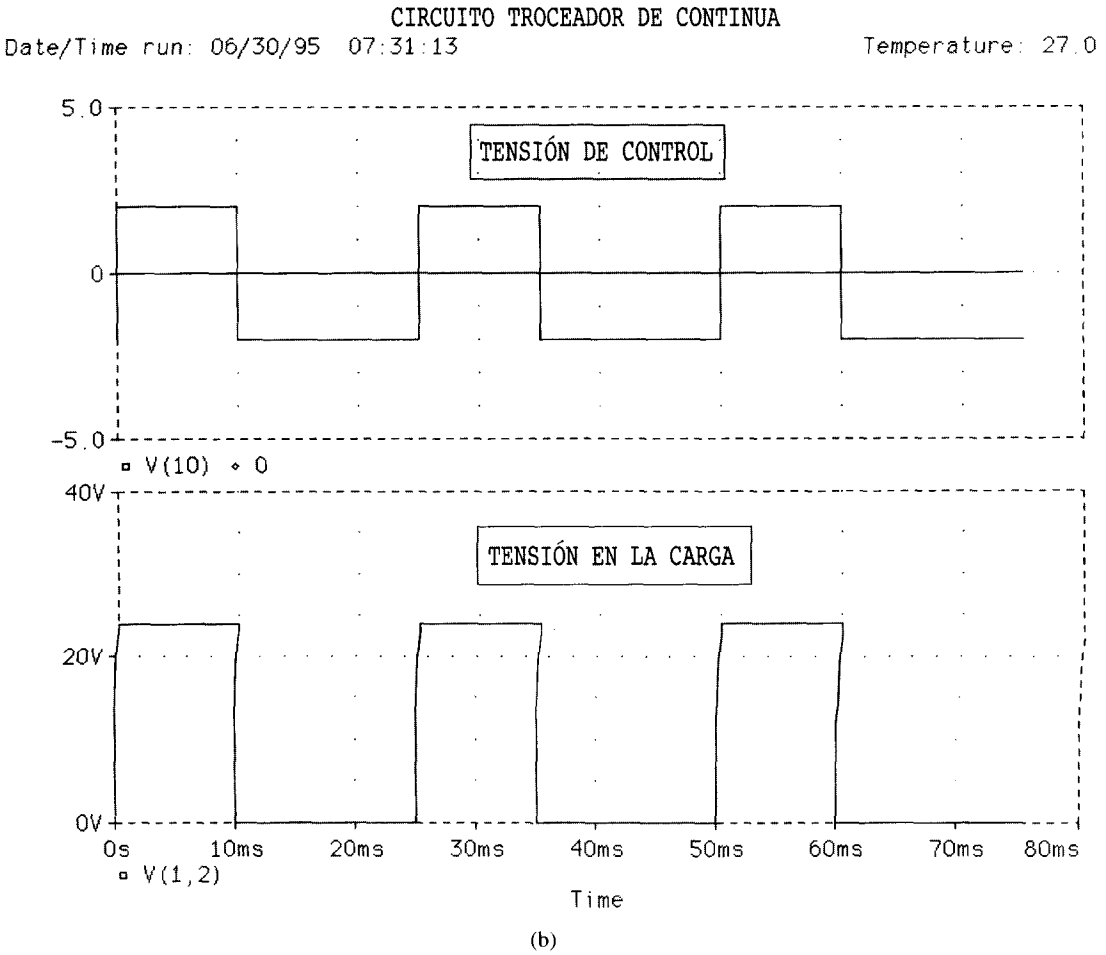
Diodos

Para desarrollar las ecuaciones que describen un circuito electrónico de potencia, lo que resulta razonable si las tensiones del circuito son mucho más altas que la caída de tensión directa normal en bornas de un diodo en conducción. La corriente del diodo está relacionada con la tensión del mismo mediante la siguiente expresión:

$$i_d = I_s(e^{v_d/nV_t} - 1) \tag{1.1}$$



(a)



(b)

Figura 1.8. (a) Circuito del Ejemplo 1.2. (b) Resultados de Probe.

donde n es el coeficiente de emisión, que tiene un valor predeterminado de 1 en PSpice. Un diodo ideal se puede aproximar en PSpice asignando a n un valor más pequeño, como, por ejemplo, 0,001. Cuando n es pequeño, la caída de tensión directa es del orden de milivoltios o microvoltios cuando el diodo conduce. Este diodo casi ideal se modela mediante el comando

```
.MODEL DMOD D(N=0.001)
```

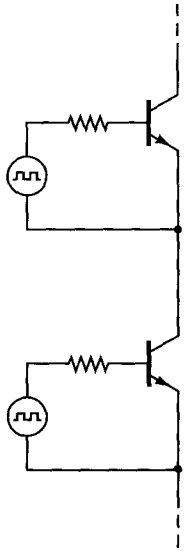


Figura 1.9. Circuitos de excitación idealizados para los BJT en PSpice.

Con el modelo de diodo ideal, los resultados de la simulación coincidirán con los resultados analíticos obtenidos con las ecuaciones. Puede obtenerse en una biblioteca de dispositivos un modelo de diodo de PSpice que prediga con mayor precisión el comportamiento de los diodos. Las simulaciones realizadas a partir de un modelo detallado de diodo producirán resultados más reales que los del caso ideal. Sin embargo, si las tensiones del circuito son grandes, la diferencia entre utilizar un modelo de diodo ideal y un modelo detallado de diodo no afectará a los resultados de manera significativa. El modelo predeterminado de diodo puede utilizarse como un compromiso entre los casos ideal y real, obteniéndose a menudo diferencias poco significativas en el resultado. El modelo predeterminado de diodo se invoca con el comando:

```
.MODEL DMOD D
```

Dispositivos SCR

En la biblioteca de dispositivos de la versión de evaluación de PSpice (EVAL.LIB) hay disponible un modelo de SCR, que se puede utilizar para simular circuitos con SCR. Sin embargo, el modelo contiene un número relativamente grande de componentes, lo que impone un límite de tamaño para la versión de evaluación de PSpice. Un modelo sencillo de SCR utilizado en diversos circuitos de este texto es un interruptor en serie con un diodo, como se muestra en la Figura 1.10. Cerrar el interruptor controlado por tensión es equivalente a aplicar una corriente de puerta al SCR, y el diodo impide la corriente inversa en el modelo. Este sencillo modelo de SCR tiene la importante desventaja de que necesita que el conmutador controlado por tensión permanezca cerrado durante todo el tiempo de activación del SCR, lo que requiere disponer de algunos conocimientos previos sobre el comportamiento del circuito donde se utilice el dispositivo. Sin embargo, este sencillo modelo permite la simulación de un circuito con varios SCR utilizando la versión de evaluación de PSpice, por lo que resulta práctico. Una ventaja añadida del modelo sencillo de SCR es que el tiempo de ejecución de la simulación se reduce enormemente, comparado con la utilización de un modelo más completo. En capítulos posteriores, ofrecemos explicaciones más detalladas de estos aspectos en los ejemplos de PSpice.

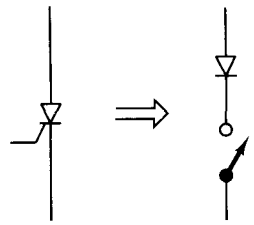


Figura 1.10. Modelo simplificado de SCR para PSpice.

Problemas de convergencia en PSpice

Algunas de las simulaciones de PSpice están sujetas a problemas de convergencia, debido a la conmutación que tiene lugar en circuitos con bobinas y condensadores. Todos los archivos de PSpice presentados en este texto han sido diseñados para evitar los problemas de convergencia. Sin embargo, a veces, cambiar un parámetro de circuito hará que se presente un problema de convergencia en el análisis transitorio. En el caso de que el estudiante tenga un problema de convergencia con PSpice, las siguientes soluciones pueden serle útiles:

- Cambiar la tolerancia relativa del valor predeterminado de 0,001, con el comando de opción:

```
.OPTIONS RELTOL=0.01
```

  o a otro valor. A veces, es necesario un valor de RELTOL más pequeño.
- Cambiar los modelos de los dispositivos para que sean menos aproximados al comportamiento ideal. Por ejemplo, cambiar la resistencia de conducción de un conmutador controlado por tensión a un valor más grande o utilizar un generador controlado por tensión que no varíe tan rápidamente. Un diodo ideal podría hacerse menos ideal incrementando el valor de n en el modelo. Generalmente, los modelos de dispositivos ideales introducirán más problemas de convergencia que los modelos de dispositivos reales.
- Añadir un circuito «amortiguador» compuesto de resistencia y condensador (R-C). Puede incluir una combinación serie de condensador y resistencia, con una constante de tiempo pequeña, en paralelo con los interruptores, para evitar que las tensiones varíen demasiado rápidamente. Por ejemplo, colocando una combinación serie de una resistencia de 1 kΩ y un condensador de 1 nF en paralelo con un diodo (Figura 1.11) debe mejorar la convergencia sin afectar a los resultados de la simulación.

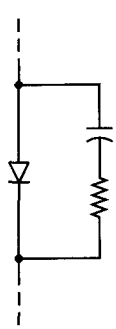


Figura 1.11. Un circuito R-C para ayudar en la convergencia de PSpice.

1.7. COMPARACIÓN DE RESULTADOS DE SIMULACIÓN EN PSPICE

Los resultados de la simulación de varias ejecuciones de un mismo circuito, pueden visualizarse simultáneamente utilizando Probe. El comando .PARAM establece alguna magnitud del circuito como parámetro. El comando .STEP PARAM hace que el parámetro recorra una lista de valores. En la simulación PSpice del Ejemplo 1.2, se puede estudiar la influencia sobre el comportamiento del circuito cuando se asignan varios valores diferentes al parámetro RON,

```
CIRCUITO TROCEADOR DE CONTINUA (chp_para.cir)
.PARAM RON = .001                    ;define RON como parámetro
.STEP PARAM RON LIST .001 .1 1       ;tres ejecuciones usando.001, .1,
                                      y 1 para RON
VS 1 0 DC 24
Rload 1 2 5
S1 2 0 10 0 SMOD
.MODEL SMOD VSWITCH (RON={RON})      ;usar el parámetro entre {}
VCONTROL 10 0 PULSE (-2V 2V 0 1US 1US 10MS 25MS)
.TRAN .1MS 75MS
.PROBE
.END
```

Los resultados de las simulaciones para todos los valores de RON se presentan, simultáneamente, en Probe. Alternativamente, la línea .STEP PARAM RON LIST .1 1 .2, hace que RON varíe entre .1 y 1 en incrementos de .2.

Pueden compararse en Probe dos simulaciones de PSpice del mismo circuito, pero con unos cuantos valores de componentes diferentes, combinando los archivos de datos individuales de cada circuito en uno sólo. Por ejemplo, si el archivo PSpice del Ejemplo 1.2 se ejecuta con un conjunto de valores de componentes del circuito y se le denomina chopper1.cir y se ejecuta de nuevo y se denomina, entonces, chopper2.cir, las dos simulaciones pueden ser comparadas directamente en la misma pantalla de Probe combinando los archivos de datos con la línea de comandos DOS:

```
c:>copy/b chopper1.dat + chopper2.dat chop12.dat
```

y utilizando, después, la línea de comandos DOS:

```
c:>probe chop12
```

No se salte las secciones de datos cuando el programa le pregunte si desea hacerlo. La adición de trazas muestra los resultados de ambas simulaciones en Probe. Para ver la traza de sólo una de las simulaciones, introduzca la expresión seguida de @x, donde x es el número del circuito en el archivo combinado. Por ejemplo, V(1)@2 presenta la tensión en el nodo 1 de la ejecución número 2.

BIBLIOGRAFÍA

B. J. BALIGA, *Modern Power Devices*, John Wiley & Sons, 1987.

J. A. CONNELLY y P. CHOIL, *Macromodeling with SPICE*, Prentice Hall, 1992.

S. K. GANDHI, *Semiconductor Power Devices; Physics of Operation and Fabrication Technology*, John Wiley & Sons, 1977.

D. A. GRANT y J. GOWAR, *Power MOSFETs: Theory and Applications*, John Wiley & Sons, 1989.

J. G. KASSAKIAN, M. F. SCHLECHT y G. C. VERGHESE, *Principles of Power Electronics*, Addison-Wesley, 1991.
N. MOHAN, T. M. UNDELAND y W. P. ROBBINS, *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*, 2nd ed. John Wiley & Sons, 1995, *PSpice Reference Manual*, MicroSim Corporation, 1993.
R. S. RAMSHAW, *Power Electronics Semiconductor Switches*, 2nd ed., Chapman & Hall, 1993.
M. H. RASHID, *Power Electronics: Circuits, Devices, and Systems*, 2nd ed., Prentice Hall, 1993.
M. H. RASHID, *SPICE for Power Electronics and Electric Power*, Prentice Hall, 1993.
J. VITHAYATHIL, *Power Electronics*, McGraw-Hill, 1995.
B. W. WILLIAMS, *Power Electronics: Devices, Drivers, Applications, and Passive Componentes*, 2nd ed., McGraw-Hill, 1992.

PROBLEMAS

1.1. Invertimos la fuente de corriente del Ejemplo 1.1 de modo que la corriente positiva sea en sentido ascendente. La fuente de corriente se conecta a la fuente de tensión cerrando alternativamente S_1 y S_2.

(a) Determine las características *i-v* necesarias para S_1 y S_2.
(b) Seleccione los dispositivos adecuados para los interruptores.
(c) Establezca la tensión y la corriente máximas para cada dispositivo.

1.2. Simule el circuito del Ejemplo 1.1 utilizando PSpice.

(a) Idealice el circuito utilizando un interruptor controlado por tensión con RON = 0,001 Ω para S_1 y un diodo ideal (n = 0,001) para S_2. Visualice la tensión en bornas de la fuente de corriente en Probe.
(b) Utilice RON = 0,1 Ω en S_1 y n = 1 (el diodo predeterminado) para S_2. ¿En qué se diferencian los resultados de los apartados (a) y (b)?
(c) Combine los archivos *.dat* de las simulaciones de los apartados (a) y (b). Muestre la tensión en borna de la fuente de corriente para ambas simulaciones en un mismo gráfico de Probe.

1.3. El modelo del MOSFET de potencia IRF150 se encuentra en la biblioteca de dispositivos EVAL.LIB que acompaña a PSpice. Un archivo de entrada para el circuito del Ejemplo 1.1 utilizando un circuito excitador de puerta ideal similar al de la Figura 1.9 y el diodo predeterminado de PSpice es el siguiente:

```
EJEMPLO 1-1 USANDO UN MOSFET IRF150 (chopmos.cir)
VS 1 0 DC 24              ;fuente de tensión continua
M1 1 3 2 2 IRF150         ;MOSFET para el interruptor 1
D2 0 2 DMOD               ;diodo para el interruptor 2
IO 2 0 DC 2               ;fuente de corriente
.LIB EVAL.LIB             ;biblioteca que contiene
                           al IRF150
.MODEL DMOD D             ;diodo predeterminado
VDRIVE 4 2 PULSE (0V 9V 0 1US 1US 10MS 25MS)
                          ;pulsos de tensión de excitación
RDRIVE 4 3 1              ;resistencia del circuito de excitación
.TRAN .1MS 75MS           ;análisis transitorio
.PROBRE                   ;ejecutar Probe
.END
```

(a) Representar la tensión en bornas de la fuente de corriente. ¿En qué se diferencian los resultados de los obtenidos con el uso de conmutadores ideales?
(b) En Probe, introduzca la expresión V (1, 2)/ID(M1), con la que obtendrá la relación tensión/corriente correspondiente al interruptor. ¿Cuáles son las resistencias equivalentes para el

MOSFET en condiciones de activación y desactivación? ¿Cómo son los valores obtenidos en comparación con el valor nominal de $R_{DS(ON)} = 0{,}055\ \Omega$ para el IRF150?

1.4. Utilice PSpice para simular el circuito del Ejemplo 1.1. Utilice el BJT predeterminado de PSpice (.model npn) y un circuito de excitación de base ideal como el de la Figura 1.9. Utilice el diodo predeterminado de PSpice. Represente la tensión en bornas de la fuente de corriente. ¿En qué se diferencian los resultados de aquéllos obtenidos mediante el uso de interruptores ideales?

1.5. Simule el circuito troceador (*chopper*) del Ejemplo 1.2 en PSpice, utilizando el BJT predeterminado para el interruptor. Utilice un circuito de excitación simplificado como el de la Figura 1.9. Utilice un generador de pulsos de 0 a 12 V para la excitación y elija una resistencia de base adecuada para asegurarse de que el transistor se sature para una β de 100. Obtenga las tensiones en bornas de la resistencia de carga y del interruptor.

1.6. Simule el circuito troceador del Ejemplo 1.2 en PSpice, utilizando el modelo del MOSFET de potencia IRF150, que se encuentra en la biblioteca de dispositivos de la versión de evaluación EVAL.LIB (véase el Problema 1.3). Utilice un circuito de excitación simplificado como el de la Figura 1.9. Utilice una resistencia de excitación de puerta de 1 Ω y seleccione un generador de pulsos de tensión para asegurarse de que el transistor se activa. Obtenga las tensiones en bornas de la resistencia de carga y del interruptor.

1.7. Utilice el comando .STEP PARAM de PSpice para estudiar el efecto de RON en el modelo de interruptor del circuito troceador de corriente continua del Ejemplo 1.2. Utilice RON = 0,001, 0,01, 0,1 y 1,0 Ω. Obtenga V(1, 2) en Probe, mostrando la tensión de salida para todos los valores de RON.

1.8. Utilice el comando .STEP PARAM de PSpice para estudiar el efecto de los diferentes tiempos de subida y bajada en los pulsos de tensión de control del circuito troceador de corriente continua del Ejemplo 1.2. Utilice 1 μs, 100 μs y 1 ms para los tiempos de subida y bajada. Obtenga V(1, 2) en Probe, mostrando la tensión de salida.

1.9. Combine los archivos .dat para dos simulaciones diferentes del circuito troceador de corriente continua del Ejemplo 1.2. La primera simulación utiliza Rload = 5 Ω y unos tiempos de subida y de bajada de la tensión de control = 1 μs. La segunda simulación utiliza Rload = 10 Ω y tiene unos tiempos de subida y de bajada de la tensión de control = 1 ms. Obtenga V(1, 2) para ambas simulaciones en una misma pantalla de Probe.

1.10. Un circuito rectificador de diodo tiene un generador de alterna de amplitud 100 V y frecuencia 60 Hz, una resistencia de 4 Ω y un diodo. El archivo de entrada de PSpice para este circuito es:

```
CIRCUITO CON DIODOS, RECTIFICADORES
VS 1 0 SIN(0 100 60)
R 1 2 4
D 2 0 DMOD
.MODEL DMOD D                    ;diodo predeterminado
*.MODEL DMOD D (IS=2.22E-15 BV=1200 IBV=13E-3 CJO=2PF TT=1US)
                                 ;diodo de potencia
*.MODEL DMOD D(N=.001)           ;diodo "ideal"
.TRAN 1U 33.33M 0 0.01M
.PROBE
.END
```

Se enumeran tres modelos de diodos. Ejecute PSpice para cada uno de los modelos de diodos:

(a) Combine los tres archivos .dat en un solo archivo .dat y muestre la corriente en la resistencia para las tres simulaciones en una misma pantalla de Probe. ¿Cuál es la corriente de pico en cada caso? Comente los resultados.

(b) Consulte un manual de SPICE e indique qué representa cada uno de los parámetros de diodo enumerados en el modelo del diodo de potencia.

(c) ¿Qué significa cada uno de los números del comando .TRAN?

2

CÁLCULOS DE POTENCIA

2.1. INTRODUCCIÓN

Los cálculos de potencia son esenciales para el análisis y diseño de los circuitos electrónicos de potencia. En este capítulo vamos a revisar los conceptos básicos sobre potencia, prestando especial atención a los cálculos de potencia en circuitos con corrientes y tensiones no sinuoidales. Trataremos en mayor profundidad algunos casos especiales que se producen con frecuencia en la electrónica de potencia. También se incluyen ejemplos de cálculos de potencia utilizando el programa de simulación de circuitos PSpice.

2.2. POTENCIA Y ENERGÍA

Potencia instantánea

La potencia instantánea de cualquier dispositivo se calcula a partir de la tensión en bornas del mismo y de la corriente que le atraviesa. La *potencia instantánea* es:

$$p(t) = v(t)i(t) \tag{2.1}$$

La relación es válida para cualquier dispositivo o circuito. Generalmente, la potencia instantánea es una magnitud que varía con el tiempo. Si se cumple el convenio de signos aplicado a dispositivos pasivos ilustrado en la Figura 2.1a, el dispositivo absorbe potencia si $p(t)$ es positiva en un valor determinado de tiempo t. El dispositivo entrega potencia si $p(t)$ es negativa. Los generadores utilizan frecuentemente una determinada dirección para la corriente que es coherente con la entrega de potencia. Con el convenio de la Figura 2.1b, una $p(t)$ positiva indica que el generador está entregando potencia.

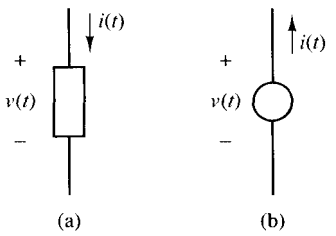


Figura 2.1. (a) Convenio de signos en dispositivos pasivos: $p(t) > 0$ indica que la potencia está siendo absorbida. (b) $p(t) > 0$ indica que el generador está entregando potencia.

Energía

La energía, o trabajo, es la integral de la potencia instantánea. Siguiendo el convenio de signos para dispositivos pasivos, la energía absorbida por un componente en el intervalo de tiempo de t_1 a t_2 es:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t)\,dt \tag{2.2}$$

Si $v(t)$ está expresado en voltios e $i(t)$ en amperios, la potencia se expresará en vatios y la energía en julios.

Potencia media

Las funciones de tensión y corriente periódicas producen una función de potencia instantánea periódica. La potencia media es el promedio a lo largo del tiempo de $p(t)$ durante uno o más periodos. La *potencia media*, P, se calcula con la siguiente fórmula:

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v(t)i(t)\,dt \tag{2.3}$$

donde T es el periodo de la forma de onda de potencia. Combinando las Ecuaciones 2.3 y 2.2, la potencia también se calcula a partir de la energía en cada periodo:

$$P = \frac{W}{T} \tag{2.4}$$

La potencia media algunas veces también se denomina potencia activa o potencia real, especialmente en circuitos de alterna. El término *potencia* significa, normalmente, potencia media. La potencia media total absorbida en un circuito es igual a la potencia media total suministrada.

Ejemplo 2.1. Potencia y energía

En las Figuras 2.2a y b se muestran la tensión y la corriente (de acuerdo con el convenio de signos para dispositivos pasivos) de un dispositivo. (a) Determine la potencia instantánea $p(t)$ absorbida por el dispositivo. (b) Determine la energía absorbida por el dispositivo en un periodo. (c) Determine la potencia media absorbida por el dispositivo.

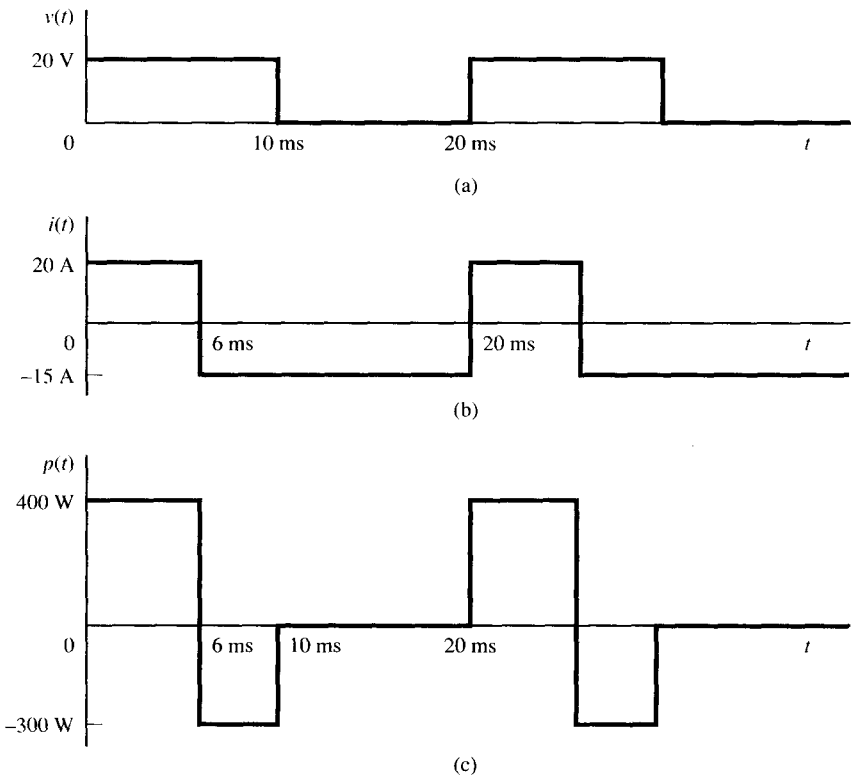


Figura 2.2. Tensión, corriente y potencia instantánea del Ejemplo 2.1.

Solución. **(a)** La potencia instantánea se calcula a partir de la Ecuación 2.1. La tensión y la corriente se expresan como:

$$v(t) = \begin{cases} 20 \text{ V} & 0 < t < 10 \text{ ms} \\ 0 \text{ V} & 10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 20 \text{ A} & 0 < t < 6 \text{ ms} \\ -15 \text{ A} & 6 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \end{cases}$$

La potencia instantánea, mostrada en la Figura 2.2c, es el producto de la tensión por la corriente y se expresa de la siguiente forma:

$$p(t) = \begin{cases} 400 \text{ W} & 0 < t < 6 \text{ ms} \\ -300 \text{ W} & 6 \text{ ms} < t < 10 \text{ ms} \\ 0 & 10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \end{cases}$$

(b) La energía absorbida por el dispositivo en un periodo se determina con la Ecuación 2.2:

$$W = \int_0^T p(t)\,dt = \int_0^{0,006} 400\,dt + \int_{0,006}^{0,010} (-300)\,dt + \int_{0,010}^{0,020} 0\,dt = 2,4 - 1,2 = 1,2 \text{ J}$$

(c) La potencia media se determina a partir de la Ecuación 2.3:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \frac{1}{0,020}\left[\int_0^{0,006} 400\,dt + \int_{0,006}^{0,010} (-300)\,dt + \int_{0,010}^{0,020} 0\,dt\right]$$

$$= \frac{2,4 - 1,2 + 0}{0,020} = 60 \text{ W}$$

La potencia media también se puede calcular a partir de la Ecuación 2.4 utilizando la energía por periodo obtenida en el apartado (b):

$$P = \frac{W}{T} = \frac{1,2 \text{ J}}{0,020 \text{ s}} = 60 \text{ W}$$

Un caso especial que se encuentra con frecuencia en los circuitos electrónicos de potencia es la potencia absorbida o suministrada por una fuente de continua. Entre las aplicaciones se incluyen los circuitos de carga de baterías y las fuentes de alimentación de corriente continua. La potencia media absorbida por una fuente de tensión continua $v(t) = V_{cc}$ que tenga una corriente periódica $i(t)$ se deriva de la definición básica de la potencia media dada por la Ecuación 2.3:

$$P_{cc} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v(t)i(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} V_{cc}i(t)\,dt$$

Extrayendo la constante V_{cc} de la integral:

$$P_{cc} = V_{cc}\left[\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} i(t)\,dt\right]$$

El término que aparece entre corchetes representa el valor medio de la forma de onda de corriente. Por tanto, *la potencia media absorbida por una fuente de tensión continua es el producto de la tensión por la corriente media*:

$$\boxed{P_{cc} = V_{cc}I_{med}} \qquad (2.5)$$

De igual modo, la potencia media absorbida por una fuente de corriente continua $i(t) = I_{cc}$ es:

$$P_{cc} = I_{cc} V_{med} \tag{2.6}$$

2.3. BOBINAS Y CONDENSADORES

Las bobinas y los condensadores tienen unas características particulares que resultan importantes en las aplicaciones de electrónica de potencia. Para tensiones y corrientes periódicas,

$$\begin{aligned} i(t + T) &= i(t) \\ v(t + T) &= v(t) \end{aligned} \tag{2.7}$$

En una bobina, la energía almacenada es:

$$w(t) = \frac{1}{2} L i^2(t) \tag{2.8}$$

Si la corriente de la bobina es periódica, la energía acumulada al final de un periodo es igual a la energía que tenía al principio. Si no existe una transferencia de potencia neta quiere decir que *la potencia media absorbida por una bobina es cero para funcionamiento periódico en régimen permanente*:

$$\boxed{P_L = 0} \tag{2.9}$$

La potencia instantánea no tiene por qué ser cero, ya que la potencia puede ser absorbida durante una parte del periodo y devuelta al circuito durante otra parte del periodo.

Además, a partir de la relación tensión-corriente de la bobina:

$$i(t_0 + T) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^{t_0 + T} v_L(t)\, dt + i(t_0) \tag{2.10}$$

Reordenando y sabiendo que los valores inicial y final son iguales para corrientes periódicas,

$$i(t_0 + T) - i(t_0) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^{t_0 + T} v_L(t)\, dt = 0 \tag{2.11}$$

Multiplicando por L/T se obtiene una expresión equivalente a la tensión media en la bobina durante un periodo:

$$\boxed{\text{med}\,[v_L(t)] = V_L = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} v_L(t)\, dt = 0} \tag{2.12}$$

Por tanto, *para corrientes periódicas, la tensión media en una bobina es cero.*

Para un condensador, la energía almacenada es:

$$w(t) = \frac{1}{2} C v^2(t) \tag{2.13}$$

Si la tensión del condensador es una señal periódica, la energía almacenada al final y al principio de un periodo es la misma. Por tanto, *la potencia media absorbida por el condensador es cero para funcionamiento periódico en régimen permanente*:

$$\boxed{P_C = 0} \tag{2.14}$$

A partir de la relación tensión-corriente del condensador:

$$v(t_0 + T) = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t_0+T} i_C(t)\,dt + v(t_0) \tag{2.15}$$

Reordenando la ecuación anterior y sabiendo que los valores inicial y final son iguales para las tensiones periódicas:

$$v(t_0 + T) - v(t_0) = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t_0+T} i_C(t)\,dt = 0 \tag{2.16}$$

Multiplicando por C/T obtenemos una expresión para la corriente media en el condensador en un periodo:

$$\boxed{\text{med}\,[i_C(t)] = I_C = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} i_C(t)\,dt = 0} \tag{2.17}$$

Por tanto, *para tensiones periódicas, la corriente media en un condensador es cero.*

Ejemplo 2.2. Potencia y tensión en una bobina

La corriente en la bobina de 5 mH de la Figura 2.3a es la forma de onda triangular periódica mostrada en la Figura 2.3b. Determine la tensión, la potencia instantánea y la potencia media para la bobina.

Solución. La tensión en la bobina se calcula a partir de la expresión $v(t) = L(di/dt)$ y se muestra en la Figura 2.3c. La tensión media en la bobina es cero, como se puede deducir estudiando la Figura 2.3c. La potencia instantánea en la bobina se determina a partir de la expresión $p(t) = v(t)i(t)$ y se muestra en la Figura 2.3d. Cuando $p(t)$ es positiva, la bobina absorbe potencia y cuando $p(t)$ es negativa, la bobina suministra energía. La potencia media de la bobina es cero.

2.4. RECUPERACIÓN DE LA ENERGÍA

Las bobinas y los condensadores necesitan ser energizados y de-energizados en diversas aplicaciones de la electrónica de potencia. Por ejemplo, un solenoide inyector de combustible en un automóvil es energizado durante un intervalo de tiempo a través de un transistor. La energía se acumula en la inductancia del solenoide cuando se establece la corriente. El circuito debe diseñarse de modo que se libere la energía acumulada en la bobina evitando dañar el transistor cuando éste esté desactivado. El rendimiento del circuito puede mejorarse si la energía acumulada se transfiere a la carga o al generador, en lugar de dejar que se disipe en la resistencia del circuito. El concepto de recuperación de la energía almacenada se ilustra a través de los circuitos descritos en esta sección.

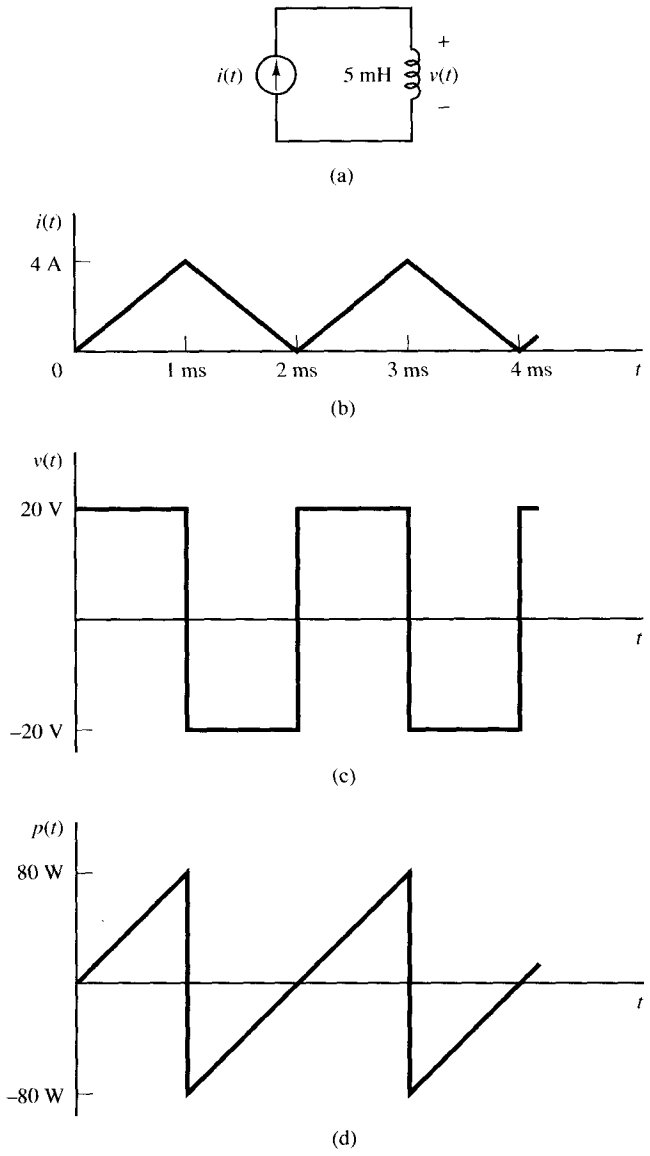


Figura 2.3. (a) Circuito para el Ejemplo 2.2. (b) Corriente por la bobina. (c) Tensión en la bobina. (d) Potencia instantánea en la bobina.

La Figura 2.4a muestra una bobina a la que se energiza activando un transistor. Se supone que la resistencia asociada a la bobina es despreciable y que el transistor y el diodo son ideales. El camino que pasa por el diodo y la resistencia proporciona un medio para abrir el conmutador y liberar la energía almacenada en la bobina cuando el transistor se desactiva. Sin el camino proporcionado por el diodo y la resistencia, el transistor podría ser destruido al desactivarse, porque una rápida disminución de la corriente de la bobina podría dar lugar a tensiones excesivamente altas en la bobina y el transistor.

Suponga que el transistor se activa en $t = 0$ y se desactiva en $t = t_1$. El circuito se analiza, primero, con el transistor activado y, después, con el transistor desactivado.

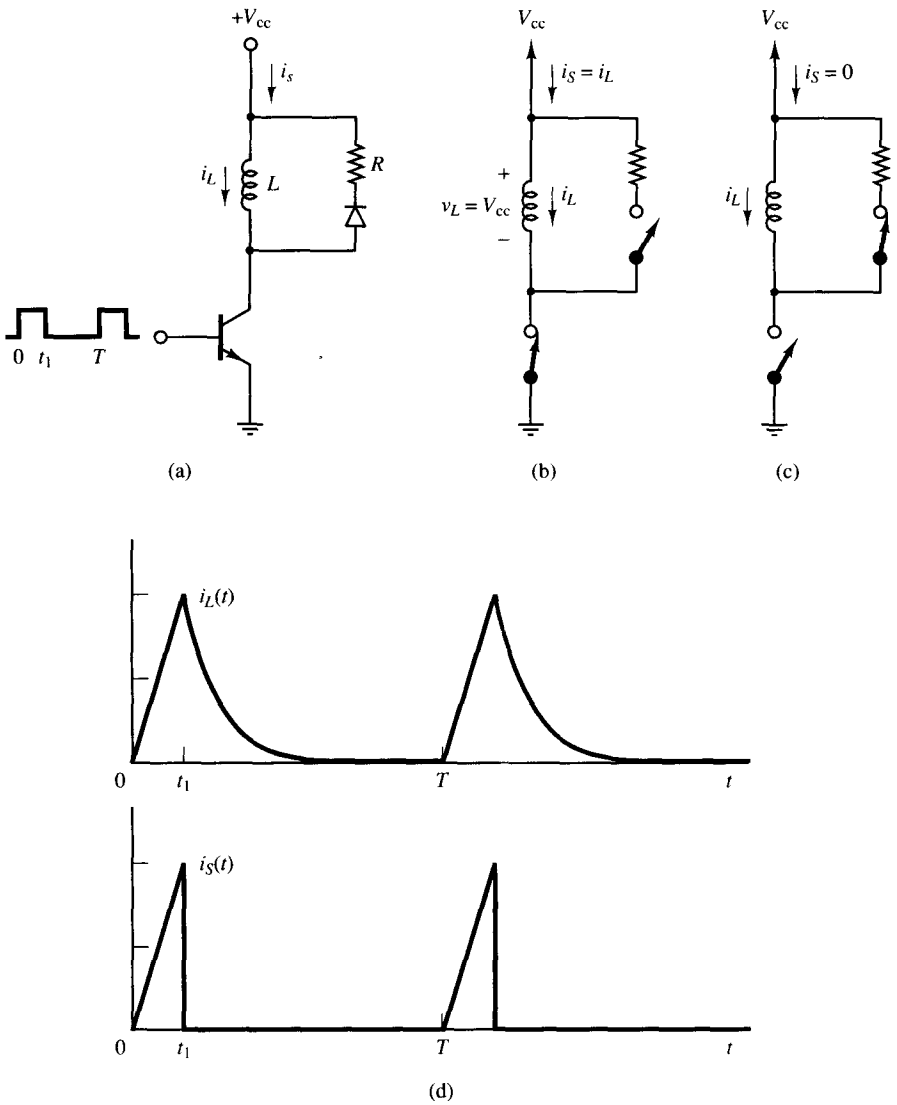


Figura 2.4. (a) Un circuito para alimentar una bobina y, después, transferir la energía almacenada a una resistencia. (b) Circuito equivalente cuando el transistor conduce. (c) Circuito equivalente cuando el transistor no conduce el diodo conduce. (d) Las corrientes por la bobina y la fuente.

Transistor en conducción: $0 < t < t_1$

La tensión en la bobina es V_{cc} y el diodo está polarizado en inversa cuando el transistor conduce (Figura 2.4b):

$$v_L = V_{cc} \tag{2.18}$$

A partir de la relación tensión-corriente obtenemos una expresión para la corriente de la bobina:

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v_L(\lambda)\,d\lambda + i_L(0) = \frac{1}{L}\int_0^t V_{cc}\,d\lambda + 0 = \frac{V_{cc}t}{L} \tag{2.19}$$

La corriente por la fuente es la misma que la corriente por la bobina:

$$i_s(t) = i_L(t) \tag{2.20}$$

Por tanto, las corrientes de la bobina y del generador aumentan linealmente cuando el transistor conduce.

A continuación, analizamos el circuito con el transistor desactivado.

Transistor en corte: $t_1 < t < T$

En el intervalo $t_1 < t < T$, el transistor está desactivado y el diodo conduce (Figura 2.4c). La corriente por la fuente es nula y la corriente en la bobina y la resistencia disminuye exponencialmente con la constante de tiempo L/R. La condición inicial para la corriente de la bobina se determina a partir de la Ecuación 2.19:

$$i_L(t_1) = \frac{V_{cc}t_1}{L} \tag{2.21}$$

Con esto, la corriente de la bobina se expresa de la siguiente forma:

$$i_L(t) = i_L(t_1)e^{-(t-t_1)/\tau} = \left(\frac{V_{cc}t_1}{L}\right)e^{-(t-t_1)/\tau}, \quad t_1 < t < T$$
$$\text{donde } \tau = \frac{L}{R} \tag{2.22}$$

La corriente por la fuente es nula cuando el transistor está en corte:

$$i_s = 0 \tag{2.23}$$

La potencia media entregada por la fuente de corriente continua durante el periodo de conmutación se determina mediante el producto de la tensión por la corriente media (Ecuación 2.5):

$$P_s = V_s I_s = V_{cc}\left[\frac{1}{T}\int_0^T i_s(t)\,dt\right]$$
$$= V_{cc}\left[\frac{1}{T}\int_0^{t_1}\left(\frac{V_{cc}t}{L}\right)dt + \frac{1}{T}\int_{t_1}^{T} 0\,dt\right] = \frac{(V_{cc}t_1)^2}{2LT} \tag{2.24}$$

La potencia media absorbida por la resistencia puede determinarse integrando la expresión que determina la potencia instantánea en la resistencia, pero un estudio del circuito revela una forma más sencilla de obtener este dato. La potencia media absorbida por la bobina es cero y la poten-

cia absorbida por el diodo y el transistor, considerados ideales, también es cero. Por tanto, toda la potencia que entrega la fuente debe ser absorbida por la resistencia:

$$P_R = P_s = \frac{(V_{cc}t_1)^2}{2LT} \tag{2.25}$$

Otro método de enfocar el problema consiste en determinar la energía de pico acumulada en la bobina:

$$W = \frac{1}{2}Li^2(t_1) = \frac{1}{2}L\left(\frac{V_{cc}t_1}{L}\right)^2 = \frac{(V_{cc}t_1)^2}{2L} \tag{2.26}$$

La energía almacenada en la bobina se transfiere a la resistencia mientras el transistor está abierto. La potencia absorbida por la resistencia puede determinarse a partir de Ecuación 2.4:

$$P_R = \frac{W}{T} = \frac{(V_{cc}t_1)^2}{2LT} \tag{2.27}$$

que debe ser también la potencia entregada por el generador. La función de la resistencia en este circuito de la Figura 2.4a es absorber la energía almacenada en la bobina y proteger al transistor. Esta energía se convierte en calor y representa una pérdida de potencia en el circuito.

En la Figura 2.5a se muestra otra forma de liberar la energía almacenada en la bobina. Dos transistores se activan y desactivan simultáneamente. Los diodos proporcionan un camino para devolver a la fuente la energía almacenada en la bobina. Se supone que los transistores conducen en $t = 0$ y se cortan para $t = t_1$. El análisis del circuito de la Figura 2.5a comienza con los transistores en estado de conducción.

Transistores en conducción: $0 < t < t_1$

Cuando los transistores conducen, los diodos están polarizados en inversa y la tensión en la bobina es V_{cc}. La tensión de la bobina es la misma que la de la fuente cuando los transistores conducen (Figura 2.5b):

$$v_L = V_{cc} \tag{2.28}$$

La corriente de la bobina es expresada mediante la función:

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v_L(\lambda)\,d\lambda + i_L(0) = \frac{1}{L}\int_0^t V_{cc}\,d\lambda + 0 = \frac{V_{cc}t}{L} \tag{2.29}$$

La corriente por la fuente es igual a la corriente por la bobina:

$$i_s(t) = i_L(t) \tag{2.30}$$

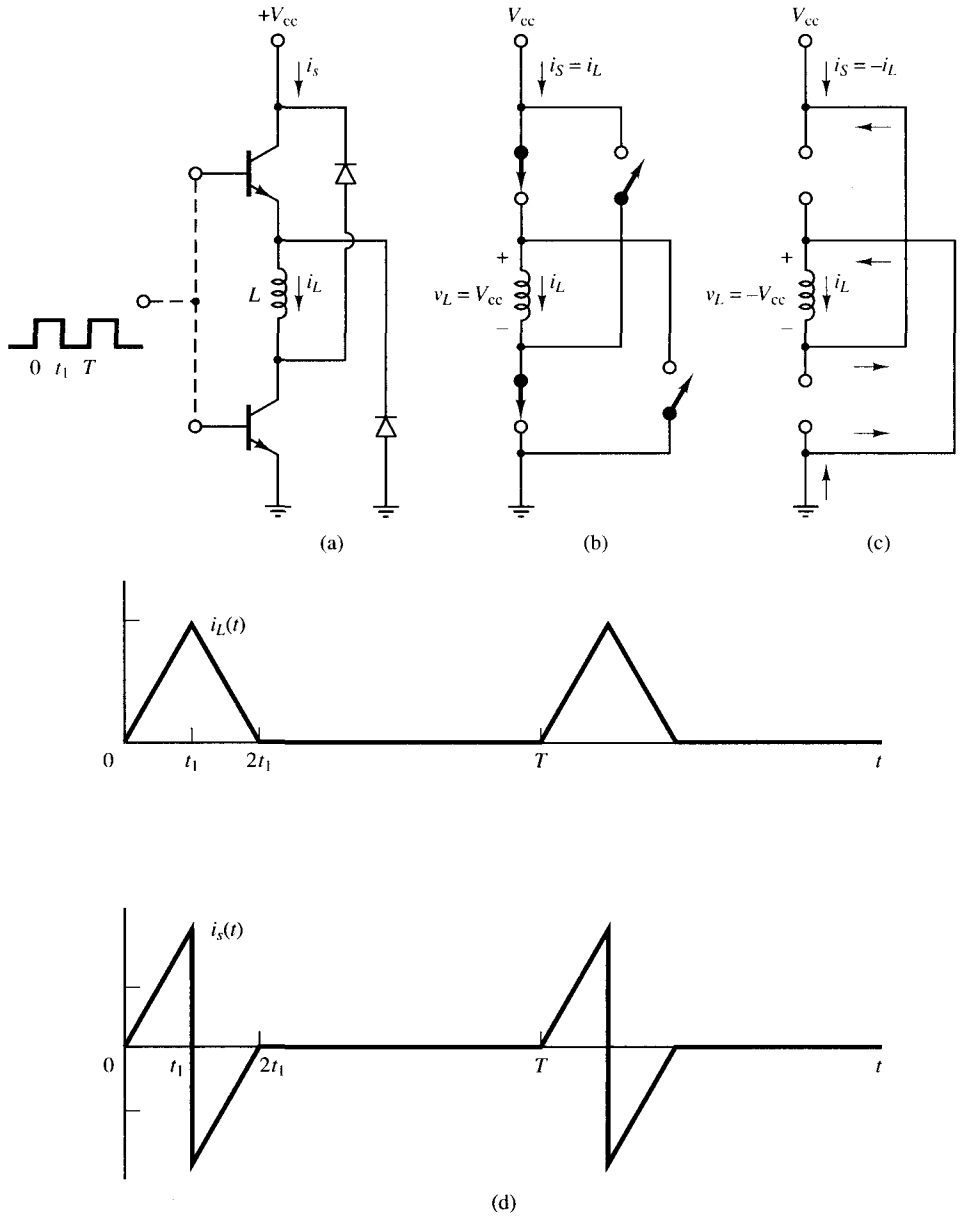


Figura 2.5. (a) Un circuito que energiza una bobina y recupera la energía almacenada transfiriéndola de vuelta a la fuente. (b) Circuito equivalente cuando los transistores conducen. (c) Circuito equivalente cuando los transistores no conducen y los diodos conducen. (d) Las corrientes por la bobina y la fuente.

Según las ecuaciones anteriores, las corrientes de la bobina y de la fuente aumentan linealmente mientras los transistores están activados, como ocurría en el circuito de la Figura 2.4a.

A continuación, se analiza el circuito para el caso de que los transistores estén desactivados.

Transistores en corte: $t_1 < t < T$

Cuando los transistores están en corte, los diodos se polarizan en directa para proporcionar un camino a la corriente de la bobina (Figura 2.5c). En esta situación, la tensión en bornas de la bobina es opuesta a la tensión de la fuente:

$$v_L = -V_{cc} \tag{2.31}$$

A partir de la relación tensión-corriente, se obtiene entonces una expresión para la corriente de la bobina:

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{t_1}^{t} v_L(\lambda)\,d\lambda + i_L(t_1) = \frac{1}{L}\int_{t_1}^{t} (-V_{cc})\,d\lambda + \frac{V_{cc}t_1}{L} = \left(\frac{V_{cc}}{L}\right)[(t_1 - t) + t_1]$$

es decir,

$$i_L(t) = \left(\frac{V_{cc}}{L}\right)(2t_1 - t), \qquad t_1 < t < 2t_1 \tag{2.32}$$

La corriente de la bobina disminuye y alcanza el valor cero en $t = 2t_1$, instante en el que los diodos dejan de conducir. La corriente de la bobina es cero hasta que los transistores vuelven a conducir.

La corriente de la fuente es opuesta a la corriente por la bobina cuando los transistores están en corte y los diodos conducen:

$$i_s(t) = -i_L(t) \tag{2.33}$$

La fuente absorbe potencia cuando la corriente por la fuente es negativa. La corriente media de la fuente es cero, lo que hace que la potencia media de la fuente sea cero.

La fuente entrega potencia mientras que los transistores conducen y absorbe potencia cuando los transistores están en corte y los diodos conducen. Por tanto, la energía almacenada en la bobina se recupera y se transfiere de vuelta a la fuente. Los solenoides reales u otros dispositivos magnéticos tienen resistencias equivalentes que representan las pérdidas o la energía absorbida para realizar su trabajo, de modo que no toda la energía será devuelta a la fuente. El circuito de la Figura 2.5a no tiene pérdidas de energía inherentes al diseño y es, por tanto, más eficiente que el de la Figura 2.4a.

Ejemplo 2.3. Recuperación de la energía

El circuito de la Figura 2.4a tiene $V_{cc} = 90$ V, $L = 200$ mH, $R = 20\ \Omega$, $t_1 = 10$ ms y $T = 100$ ms. Determine: (a) La corriente de pico y la energía de pico acumulada en la bobina, (b) la potencia media absorbida por la resistencia y (c) la potencia media y de pico suministradas por la fuente. (d) Compare los resultados con lo que ocurriría si se utilizase el circuito de la Figura 2.5a para proporcionar energía a la bobina.

Solución. **(a)** A partir de la Ecuación 2.19, la corriente de la bobina cuando el transistor está activado es:

$$i_L(t) = \left(\frac{V_{cc}}{L}\right)t = \left(\frac{90}{0{,}2}\right)t = 450t\ \text{A} \qquad 0 < t < 10\ \text{ms}$$

La corriente de pico de la bobina y la energía almacenada son:

$$i_L(t_1) = 450(0{,}01) = 4{,}5 \text{ A}$$

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2(t_1) = \frac{1}{2} (0{,}2)(4{,}5)^2 = 2{,}025 \text{ J}$$

(b) La constante del tiempo para la corriente cuando el interruptor está abierto es L/R = 200 mH/20 Ω = 10 ms. El interruptor está abierto durante 90 ms, que es igual a 10 constantes de tiempo, por lo que prácticamente toda la energía almacenada en la bobina se transfiere a la resistencia:

$$W_R = W_L = 2{,}025 \text{ J}$$

La potencia media absorbida por la resistencia se determina a partir de la Ecuación 2.4:

$$P_R = \frac{W_R}{T} = \frac{2{,}025 \text{ J}}{0{,}1 \text{ s}} = 20{,}25 \text{ W}$$

(c) La corriente de la fuente es igual a la corriente de la bobina cuando el interruptor está cerrado y es cero cuando el interruptor está abierto. La potencia instantánea entregada por la fuente es:

$$P_s(t) = v_s(t) i_s(t) = \begin{cases} (90 \text{ V})(450t \text{ A}) = 40.500t \text{ W} & 0 < t < 10 \text{ ms} \\ 0 & 10 \text{ ms} < t < 100 \text{ ms} \end{cases}$$

con un valor máximo de 405 W en t = 10 ms. La potencia media suministrada por la fuente puede determinarse a partir de la Ecuación 2.3:

$$P_s = \frac{1}{T} \int_0^T p_s(t)\, dt = \frac{1}{0{,}1} \left(\int_0^{0{,}01} 40.500t\, dt + \int_{0{,}01}^{0{,}1} 0\, dt \right) = 20{,}25 \text{ W}$$

La potencia media de la fuente también puede determinarse a partir de la Ecuación 2.5. La media de la forma de onda triangular de corriente de la fuente durante un periodo es:

$$I_s = \frac{1}{2} \left[\frac{(0{,}01 \text{ s})(4{,}5 \text{ A})}{0{,}1 \text{ s}} \right] = 0{,}225 \text{ A}$$

y la potencia media de la fuente es, por tanto:

$$P_s = V_{cc} I_s = (90 \text{ V})(0{,}225 \text{ A}) = 20{,}25 \text{ W}$$

Todavía se puede realizar otro cálculo de la potencia media de la fuente, dándose cuenta de que la potencia absorbida por la resistencia es igual a la suministrada por la fuente:

$$P_s = P_R = 20{,}25 \text{ W}$$

(Véase la simulación de PSpice de este circuito en el Ejemplo 2.13, al final de este capítulo.)

(d) Cuando se proporciona energía a la bobina utilizando el circuito de la Figura 2.5a, la corriente de la bobina se describe mediante las Ecuaciones 2.29 y 2.32:

$$i_L(t) = \begin{cases} 450t \text{ A} & 0 < t < 10 \text{ ms} \\ 9 - 450t \text{ A} & 10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \\ 0 & 20 \text{ ms} < t < 100 \text{ ms} \end{cases}$$

La corriente de pico y el valor máximo de energía acumulada son las mismas que en el circuito de la Figura 2.4a. La corriente de la fuente tiene la forma que se muestra en la Figura 2.5d y se expresa de la siguiente manera:

$$i_s(t) = \begin{cases} 450t \text{ A} & 0 < t < 10 \text{ ms} \\ 450t - 9 \text{ A} & 10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \\ 0 & 20 \text{ ms} < t < 100 \text{ ms} \end{cases}$$

La potencia instantánea suministrada por la fuente es:

$$p_s(t) = (90)i_s(t) = \begin{cases} 40.500t \text{ W} & 0 < t < 10 \text{ ms} \\ 40.500t - 810 \text{ W} & 10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \\ 0 & 20 \text{ ms} < t < 100 \text{ ms} \end{cases}$$

La corriente media de la fuente es cero, así como la potencia media de la fuente. La potencia de pico de la fuente es el producto de la tensión por la corriente de pico, que en este caso es 405 W, como en el apartado (c).

2.5. VALOR EFICAZ O VALOR CUADRÁTICO MEDIO

El valor eficaz de una tensión o corriente es conocido también como valor cuadrático medio o rms. El valor eficaz de una onda de tensión periódica se basa en la potencia media entregada a una resistencia. Para una tensión continua aplicada sobre una resistencia,

$$P = \frac{V_{cc}^2}{R} \tag{2.34}$$

Para una tensión periódica aplicada sobre una resistencia, la tensión eficaz se define como una tensión que proporciona la misma potencia media que la tensión continua. La tensión eficaz puede calcularse utilizando la siguiente ecuación:

$$P = \frac{V_{ef}^2}{R}. \tag{2.35}$$

Si calculamos la potencia media de una resistencia a partir de la Ecuación 2.3:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)i(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{v^2(t)}{R}\,dt \\ &= \frac{1}{R}\left[\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt\right] \end{aligned} \tag{2.36}$$

Igualando las expresiones para la potencia media dadas por las Ecuaciones 2.35 y 2.36:

$$P = \frac{V_{ef}^2}{R} = \frac{1}{R}\left[\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt\right]$$

o

$$V_{ef}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt$$

obteniéndose la siguiente expresión para la tensión eficaz o rms:

$$\boxed{V_{ef} = V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt}} \tag{2.37}$$

El valor eficaz es la raíz cuadrada del valor medio del cuadrado de la tensión, expresión que en inglés da lugar a rms (*root mean square*).

Del mismo modo, la corriente eficaz se desarrolla a partir de $P = I_{rms}^2 R$

$$\boxed{I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt}} \tag{2.38}$$

La utilidad del valor eficaz de tensiones y de corrientes reside en el cálculo de la potencia absorbida por las resistencias. Además, los valores nominales de los dispositivos a menudo se especifican en términos de tensiones y corrientes eficaces o rms.

Ejemplo 2.4. Valor eficaz de una señal de pulsos

Determine el valor eficaz de una señal de pulsos periódica con un ciclo de trabajo D, tal como se muestra en la Figura 2.6.

Solución. La tensión se expresa como:

$$v(t) = \begin{cases} V_m & 0 < t < DT \\ 0 & DT < t < T \end{cases}$$

Utilización de la Ecuación 2.37 para determinar el valor eficaz de la forma de onda:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\left(\int_0^{DT} V_m^2\,dt + \int_{DT}^T 0^2\,dt\right)} = \sqrt{\frac{1}{T}\,(V_m^2\,DT)}$$

$$V_{rms} = V_m\sqrt{D}$$

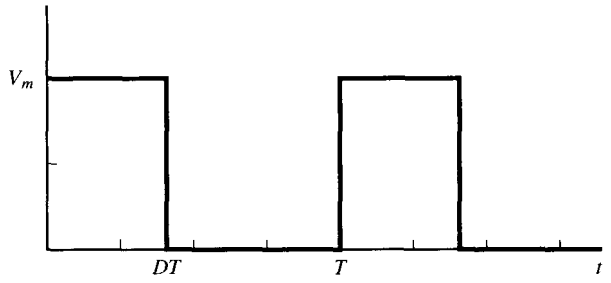


Figura 2.6. Señal de pulsos correspondiente al Ejemplo 2.4.

Ejemplo 2.5. Valores eficaces para formas de onda sinusoidales

Determine los valores eficaces de: (a) Una tensión sinusoidal $v(t) = V_m \operatorname{sen}(\omega t)$, (b) una onda sinusoidal con rectificación de onda completa $v(t) = |V_m \operatorname{sen}(\omega t)|$ y (c) una onda sinusoidal con rectificación de media onda $v(t) = V_m \operatorname{sen}(\omega t)$ para $0 < t < T/2$ e igual a cero en el resto de los casos.

Solución. **(a)** El valor eficaz de la tensión sinusoidal se calcula a partir de la Ecuación 2.37:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_m^2 \operatorname{sen}^2(\omega t)\, dt} \qquad \text{donde } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Una expresión equivalente utiliza ωt como la variable de integración. No mostramos los detalles de la integración, pero el resultado es el siguiente:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} V_m^2 \operatorname{sen}^2(\omega t)\, d(\omega t)} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

Observe que el valor eficaz es independiente de la frecuencia.

(b) La Ecuación 2.37 puede aplicarse a la sinusoide con rectificación de onda completa, pero también podemos aprovechar los resultados del apartado (a). La fórmula para determinar el valor eficaz utiliza la integral del cuadrado de la función. El cuadrado de la onda sinusoidal es idéntico al cuadrado de la onda sinusoidal con rectificación de onda completa, de modo que los valores eficaces de las dos formas de onda son idénticos:

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

(c) La Ecuación 2.37 puede aplicarse a la sinusoide con rectificación de media onda:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\left(\int_0^{\pi} V_m^2 \operatorname{sen}^2(\omega t)\, d(\omega t) + \int_{\pi}^{2\pi} 0^2\, d(\omega t)\right)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} V_m^2 \operatorname{sen}^2(\omega t)\, d(\omega t)}$$

Utilizaremos de nuevo el resultado del apartado (a) para evaluar esta expresión. El cuadrado de la función tiene la mitad del área que el de las funciones de los apartados (a) y (b). Es decir,

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} V_m^2 \operatorname{sen}^2(\omega t)\, d(\omega t)} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} V_m^2 \operatorname{sen}^2(\omega t)\, d(\omega t)}$$

Si sacamos el factor 1/2 fuera de la raíz cuadrada.

$$V_{\text{rms}} = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} V_m^2 \operatorname{sen}^2(\omega t)\, d(\omega t)}$$

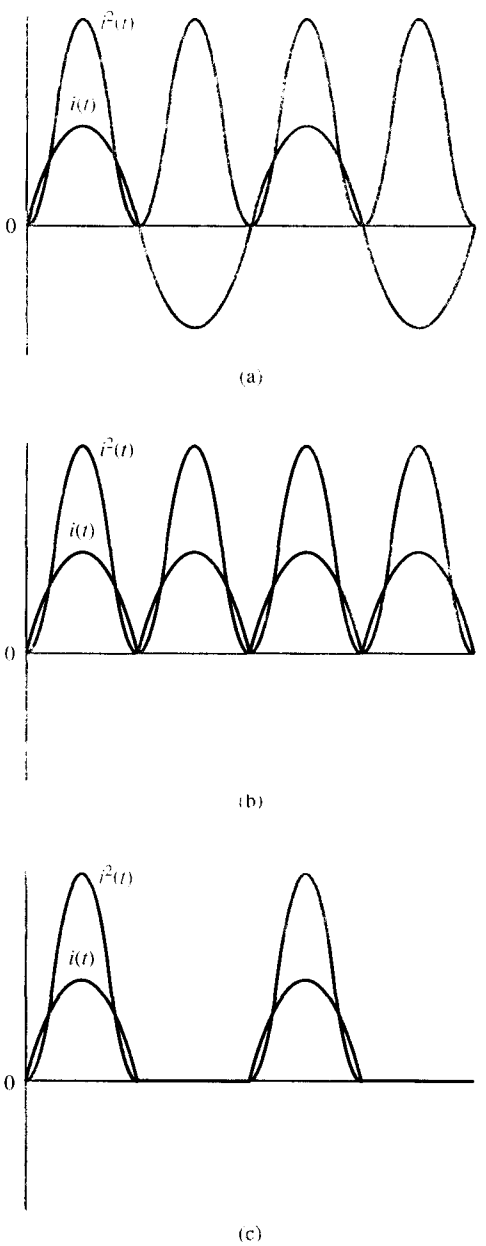


Figura 2.7. Las formas de onda del Ejemplo 2.5. y sus cuadrados correspondientes. (a) Onda sinusoidal. (b) Onda sinusoidal con rectificación de onda completa. (c) Onda sinusoidal con rectificación de media onda.

El último término de la derecha es el valor eficaz de una onda sinusoidal, que es $V_m/\sqrt{2}$, por lo que el valor eficaz de una onda sinusoidal con rectificación de media onda es:

$$V_{\text{rms}} = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)\left(\frac{V_m}{\sqrt{2}}\right) = \frac{V_m}{2}$$

La Figura 2.7 muestra las formas de onda.

Ejemplo 2.6. Corriente por el conductor neutro en un sistema trifásico

Un complejo de oficinas se alimenta a partir de un generador de tensión trifásico de cuatro hilos (Figura 2.8a). La carga es altamente no lineal debido a los rectificadores de las fuentes de alimentación de los equipos, y la corriente en cada una de las tres fases se muestra en la Figura 2.8b. La corriente del neutro es la suma de las corrientes de fase. Si se sabe que el valor eficaz de la corriente en cada conductor de fase es igual a 20 A, determine la corriente eficaz en el conductor neutro.

Solución. La Ecuación 2.38 puede aplicarse a este caso. Por inspección, se deduce que el área del cuadrado de la función de corriente en el neutro, i_n, es tres veces el área de cada una de las fases, i_a (véase la Figura 2.8c),

$$I_{n,\,\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_n^2(t)\,d(t)} = \sqrt{3\left(\frac{1}{T}\int_0^T i_a^2(t)\,d(t)\right)} = \sqrt{3}I_{a,\,\text{rms}}$$

Por tanto, la corriente eficaz en el neutro es:

$$I_{n,\,\text{rms}} = \sqrt{3}(20) = 34{,}6\ \text{A}$$

Observe que, en este caso, la corriente eficaz en el neutro es mayor que las corrientes de fase. Esto es muy diferente al caso de cargas equilibradas lineales, donde las corrientes de línea son sinusoides desplazadas 120° y suman cero. Los sistemas de distribución trifásicos que alimentan a cargas altamente no lineales deben disponer de un conductor neutro capaz de soportar una corriente que sea $\sqrt{3}$ veces la corriente en los conductores de línea.

Si una tensión periódica es la suma de dos formas de onda de tensión periódicas, $v(t) = v_1(t) + v_2(t)$, el valor eficaz de $v(t)$ se determina mediante la Ecuación 2.37 como sigue:

$$V_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T (v_1 + v_2)^2\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T (v_1^2 + 2v_1v_2 + v_2^2)\,dt$$

o

$$V_{\text{rms}} = \frac{1}{T}\int_0^T v_1^2\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T 2v_1v_2\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T v_2^2\,dt$$

El término que contiene el producto v_1v_2 en la ecuación anterior es igual a cero si las funciones v_1 y v_2 son ortogonales. Una condición que satisface este requisito es cuando v_1 y v_2 son ondas sinusoidales de diferentes frecuencias. Para funciones ortogonales,

$$V_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T v_1^2(t)\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T v_2^2(t)\,dt$$

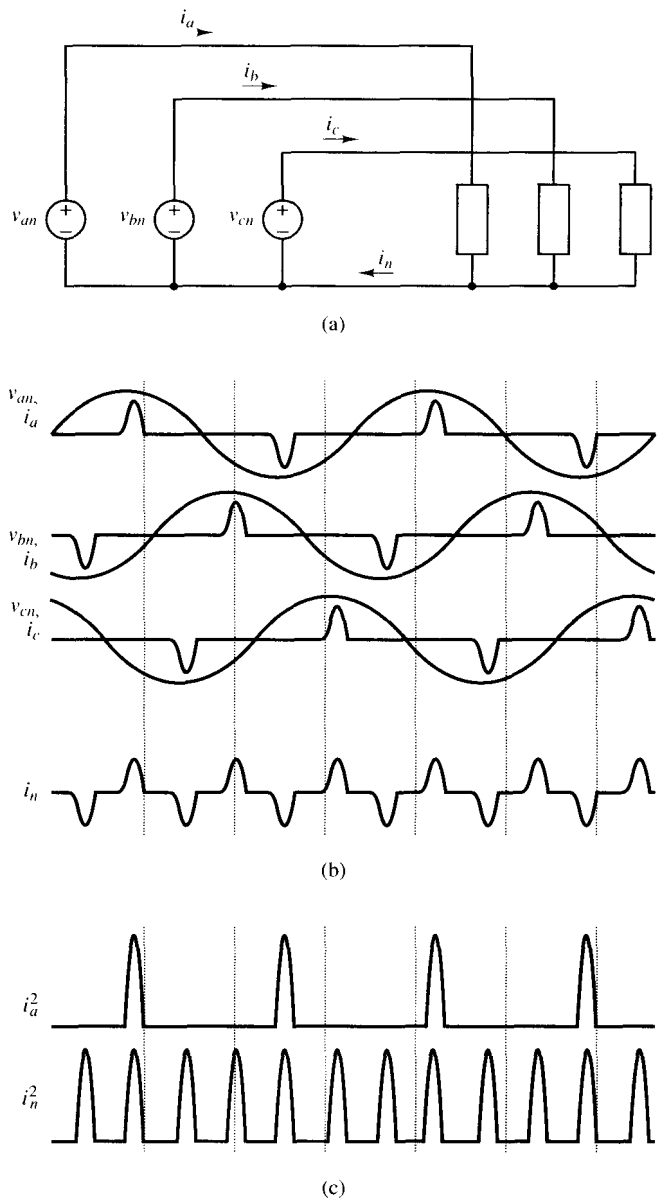


Figura 2.8. (a) Generador trifásico que alimenta una carga trifásica, equilibrada y no lineal correspondiente al Ejemplo 2.8. (b) Corrientes de fase y del neutro. (c) Cuadrados de i_a e i_n.

Observe que

$$\frac{1}{T}\int_0^T v_1^2(t)\,dt = V_{1,\,\text{rms}}^2 \qquad \text{y} \qquad \frac{1}{T}\int_0^T v_2^2(t)\,dt = V_{2,\,\text{rms}}^2$$

Entonces

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{V_{1,\,\text{rms}}^2 + V_{2,\,\text{rms}}^2}$$

Si una tensión es igual a la suma de más de dos tensiones periódicas, todas ellas ortogonales, el valor eficaz se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{V_{1,\text{rms}}^2 + V_{2,\text{rms}}^2 + V_{3,\text{rms}}^2 + \cdots} = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} V_{n,\text{rms}}^2} \tag{2.39}$$

De igual modo,

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{I_{1,\text{rms}}^2 + I_{2,\text{rms}}^2 + I_{3,\text{rms}}^2 + \cdots} = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} I_{n,\text{rms}}^2} \tag{2.40}$$

Observe que la Ecuación 2.40 puede aplicarse al Ejemplo 2.6 para obtener el valor eficaz de la corriente en el neutro.

Ejemplo 2.7. Valor eficaz de la suma de varias formas de ondas

Determine el valor eficaz (rms) de $v(t) = 4 + 8\,\text{sen}\,(\omega_1 t + 10°) + 5\,\text{sen}\,(\omega_2 t + 50°)$ para: (a) $\omega_2 = 2\omega_1$ y (b) $\omega_2 = \omega_1$.

Solución. **(a)** El valor eficaz de una sola onda sinusoidal es $V_m/\sqrt{2}$ y el valor eficaz de una constante es la constante. Cuando las sinusoides tienen frecuencias diferentes, los términos son ortogonales y se aplica la Ecuación 2.39.

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{V_{1,\text{rms}}^2 + V_{2,\text{rms}}^2 + V_{3,\text{rms}}^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2} = 7{,}78\ \text{V}$$

(b) Para sinusoides de la misma frecuencia, la Ecuación 2.39 no puede aplicarse porque la integral del producto cruzado a lo largo de un periodo es distinta de cero. Combine, primero, las sinusoides utilizando la suma de fasores:

$$8\angle 10° + 5\angle 50° = 12{,}3\angle 25{,}2°\ \text{V}$$

La función de la tensión se expresa entonces de la siguiente forma:

$$v(t) = 4 + 12{,}3\,\text{sen}\,(\omega_1 t + 25{,}2°)\ \text{V}$$

El valor eficaz de esta tensión se calcula a partir de la Ecuación 2.39:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{12{,}3}{\sqrt{2}}\right)^2} = 9{,}57\ \text{V}$$

Ejemplo 2.8. Valor eficaz de formas de onda triangulares

(a) Una forma de onda triangular de corriente como la mostrada en la Figura 2.9a es fácil de encontrar en circuitos de alimentación de continua. Calcule el valor eficaz de esta corriente. (b) Determine el valor eficaz de la forma de onda triangular desplazada de la Figura 2.9b.

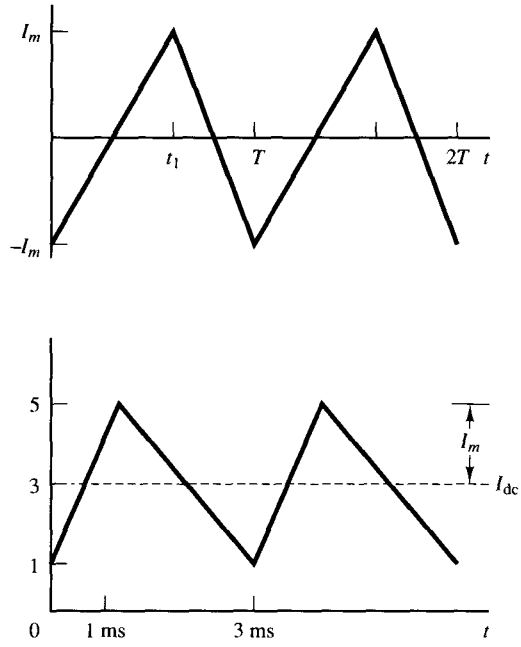


Figura 2.9. (a) Forma de onda triangular para el Ejemplo 2.8. (b) Forma de onda triangular desplazada.

Solución. **(a)** La corriente se expresa según:

$$i(t) = \begin{cases} \dfrac{2I_m}{t_1}\, t - I_m & 0 < t < t_1 \\ \dfrac{-2I_m}{T - t_1}\, t + \dfrac{I_m(T + t_1)}{T - t_1} & t_1 < t < T \end{cases}$$

El valor eficaz se calcula a partir de la Ecuación 2.38:

$$I_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{T}\left[\int_0^{t_1} \left(\frac{2I_m}{t_1}\, t - I_m\right)^2 dt + \int_{t_1}^{T} \left(\frac{-2I_m}{T - t_1}\, t + \frac{I_m(T + t_1)}{T - t_1}\right)^2 dt\right]$$

Los detalles de la integración son bastante extensos, pero el resultado es sencillo: el valor eficaz de una forma de onda triangular de corriente es:

$$I_{\text{rms}} = \frac{I_m}{\sqrt{3}}$$

(b) El valor eficaz de una forma de onda triangular desplazada puede calcularse utilizando el resultado del apartado (a). Dado que la forma de onda triangular del apartado (a) no tiene componente continua, la señal continua y la forma de onda triangular son ortogonales y se aplica la Ecuación 2.40:

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{I_{1,\text{rms}}^2 + I_{2,\text{rms}}^2} = \sqrt{\left(\frac{I_m}{\sqrt{3}}\right)^2 + I_{\text{cc}}^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + 3^2} = 3{,}22 \text{ A}$$

2.6. POTENCIA APARENTE Y FACTOR DE POTENCIA

La potencia aparente, *S*

La potencia aparente es el producto de las magnitudes de la tensión eficaz y la corriente eficaz y se utiliza frecuentemente para especificar el valor nominal de los equipos de potencia, como, por ejemplo, los transformadores. La potencia aparente se expresa de la siguiente forma:

$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \tag{2.41}$$

En los circuitos de corriente alterna (circuitos lineales con generadores sinusoidales), la potencia aparente es la magnitud de la potencia compleja.

Factor de potencia

El factor de potencia de una carga se define como el cociente de la potencia media y la potencia aparente:

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}} \tag{2.42}$$

En los circuitos de alterna que usan señales sinusoidales, los cálculos anteriores dan como resultado $fp = \cos(\theta)$, donde θ es el ángulo de fase entre las señales sinusoidales de tensión y de corriente. Sin embargo, éste es un caso especial y debería ser utilizado sólo cuando tanto la tensión como la corriente sean sinusoides. Por lo general, el factor de potencia se debe calcular a partir de la Ecuación 2.42.

2.7. CÁLCULOS DE POTENCIA EN CIRCUITOS DE ALTERNA CON SEÑALES SINUSOIDALES

Generalmente, las tensiones y/o corrientes en los circuitos electrónicos de potencia no son sinusoidales. Sin embargo, una forma de onda periódica no sinusoidal puede representarse mediante una serie de Fourier de componentes sinusoidales; por tanto, es importante comprender los cálculos de potencia en el caso de señales sinusoidales. A continuación, proporcionamos un repaso de los cálculos de potencia en los circuitos de corriente alterna.

En los circuitos lineales con generadores sinusoidales, todas las corrientes y tensiones de régimen permanente son sinusoides. La potencia instantánea y la potencia media de los circuitos de alterna se calculan utilizando las Ecuaciones 2.1 y 2.3, como indicamos a continuación: para cualquier elemento de un circuito de alterna, supongamos que:

$$\begin{aligned} v(t) &= V_m \cos(\omega t + \theta) \\ i(t) &= I_m \cos(\omega t + \phi) \end{aligned} \tag{2.43}$$

Luego la potencia instantánea es:

$$p(t) = v(t)i(t) = [V_m \cos(\omega t + \theta)][I_m \cos(\omega t + \phi)] \tag{2.44}$$

Utilizando la identidad trigonométrica,

$$(\cos A)(\cos B) = \frac{1}{2}[\cos(A + B) + \cos(A - B)] \tag{2.45}$$

$$p(t) = \left(\frac{V_m I_m}{2}\right)[\cos(2\omega t + \theta + \phi) + \cos(\theta - \phi)] \tag{2.46}$$

La potencia media es:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \left(\frac{V_m I_m}{2T}\right)\int_0^T [\cos(2\omega t + \theta + \phi) + \cos(\theta - \phi)]\,dt \tag{2.47}$$

El resultado de esta integral puede obtenerse por deducción. Dado que el primer término de la integral es una función coseno, la integral en un periodo es igual a cero, ya que las áreas por encima y por debajo del eje son iguales. El segundo término de la integral es la constante $\cos(\theta - \phi)$, que tiene un valor medio de $\cos(\theta - \phi)$. Por tanto, la potencia media en cualquier elemento de un circuito de alterna es:

$$P = \left(\frac{V_m I_m}{2}\right)\cos(\theta - \phi) \tag{2.48}$$

Esta ecuación se expresa frecuentemente de la siguiente forma:

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta - \phi) \tag{2.49}$$

donde $V_{\text{rms}} = V_m/\sqrt{2}$, $I_{\text{rms}} = I_m/\sqrt{2}$ y $(\theta - \phi)$ es el ángulo de fase entre la tensión y la corriente. Usando la Ecuación 2.42 se determina que el factor de potencia es igual a $\cos(\theta - \phi)$.

En régimen permanente, una bobina o un condensador no absorben potencia activa. El término *potencia reactiva* se utiliza comúnmente asociado con las tensiones y corrientes de bobinas y condensadores. La potencia reactiva se caracteriza por la acumulación de energía durante una mitad del ciclo y la devolución de la misma durante la otra mitad del ciclo. La potencia reactiva se calcula empleando una relación similar a la de la Ecuación 2.49:

$$Q = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \operatorname{sen}(\theta - \phi) \tag{2.50}$$

Por convenio, las bobinas absorben potencia reactiva positiva y los condensadores absorben potencia reactiva negativa.

La *potencia compleja* combina las potencias activa y reactiva para los circuitos de alterna:

$$\mathbf{S} = P + jQ = (\mathbf{V}_{\text{rms}})(\mathbf{I}_{\text{rms}})^* \tag{2.51}$$

En la ecuación anterior, $\mathbf{V}_{\text{rms}}$ e $\mathbf{I}_{\text{rms}}$ son magnitudes complejas que se expresan a menudo como fasores (magnitud y ángulo) e $(\mathbf{I}_{\text{rms}})^*$ es el conjugado complejo de un fasor de corriente, lo que proporciona resultados coherentes con el convenio de que la bobina, o la corriente de inducción, absorbe potencia reactiva. La potencia aparente en los circuitos de alterna es la magnitud de la potencia compleja:

$$S = |\mathbf{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} \tag{2.52}$$

Es importante fijarse en que la potencia compleja dada por la Ecuación 2.52 y el factor de potencia de $\cos(\theta - \phi)$ para circuitos de alterna que emplean señales sinusoidales son casos especiales y no son aplicables a corrientes y tensiones no sinusoidales.

2.8. CÁLCULOS DE POTENCIA PARA FORMAS DE ONDAS PERIÓDICAS NO SINUSOIDALES

Los circuitos electrónicos de potencia tienen, normalmente, tensiones y/o corrientes que son periódicas pero no sinusoidales. En el caso general, se deben aplicar las definiciones básicas de los términos de potencia expuestas al principio de este capítulo. Un error que se comete frecuentemente al realizar los cálculos de potencia es intentar aplicar algunas de las relaciones especiales para sinusoides a formas de onda que no son sinusoides.

Las series de Fourier pueden utilizarse para describir formas de onda periódicas no sinusoidales en términos de una serie de sinusoides. Las relaciones de potencia para estos circuitos pueden expresarse en términos de las componentes de las series de Fourier.

Las series de Fourier

Una forma de onda periódica no sinusoidal que cumple determinadas condiciones puede describirse mediante una serie de Fourier de señales sinusoidales. La serie de Fourier para una función periódica $f(t)$ puede expresarse en forma trigonométrica del siguiente modo:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t)] \tag{2.53}$$

donde

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\, dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega_0 t)\, dt \tag{2.54}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \operatorname{sen}(n\omega_0 t)\, dt$$

Los senos y cosenos de la misma frecuencia pueden combinarse en una misma sinusoide, dando como resultado una expresión alternativa para una serie de Fourier:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n)$$

$$\text{donde } C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \text{y} \quad \theta_n = \tan^{-1}\left(\frac{-b_n}{a_n}\right) \tag{2.55}$$

o

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t + \theta_n)$$

$$\text{donde } C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \text{y} \quad \theta_n = \tan^{-1}\left(\frac{a_n}{b_n}\right) \tag{2.56}$$

El término a_0 es una constante, que es el valor medio de $f(t)$, y representa una corriente o una tensión continua en aplicaciones eléctricas. El coeficiente C_1 es la amplitud del término de la frecuencia fundamental ω_0. Los coeficientes C_2, C_3, ... son las amplitudes de los armónicos que tienen frecuencias $2\omega_0$, $3\omega_0$, ...

El valor eficaz de $f(t)$ puede calcularse a partir de la serie de Fourier:

$$F_{\text{rms}} = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} F_{n,\text{rms}}^2} = \sqrt{a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{C_n}{\sqrt{2}}\right)^2} \tag{2.57}$$

Potencia media

Si existen formas de onda de corriente y tensión periódicas representadas por series de Fourier

$$v(t) = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n)$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos(n\omega_0 t + \phi_n) \tag{2.58}$$

en un dispositivo o circuito, la potencia media se calcula a partir de la Ecuación 2.3:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)i(t)\,dt$$

El valor medio de los productos de los términos de continua es $V_0 I_0$. El valor medio de los productos de corriente y tensión de la misma frecuencia viene dado por la Ecuación 2.49 y el valor medio de los productos de corriente y tensión de frecuencias diferentes es cero. Por tanto, la potencia media para formas de onda de corriente y tensión periódicas no sinusoidales es:

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} P_n = V_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_{n,\text{rms}} I_{n,\text{rms}} \cos(\theta_n - \phi_n)$$

o

$$P = V_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{V_{n,\text{máx}} I_{n,\text{máx}}}{2}\right) \cos(\theta_n - \phi_n) \tag{2.59}$$

Observe que la potencia media total es la suma de las potencias para las frecuencias contenidas en las series de Fourier.

Fuente no sinusoidal y carga lineal

Si se aplica una tensión periódica no sinusoidal a una carga que sea una combinación de elementos lineales, la potencia absorbida por la carga puede determinarse utilizando superposición. Una tensión periódica no sinusoidal es equivalente a la combinación en serie de las tensiones de la correspondiente serie de Fourier, como se ilustra en la Figura 2.10. La corriente en la carga puede determinarse utilizando superposición y la Ecuación 2.59 puede aplicarse para calcular la potencia media. Recuerde que el teorema de superposición no es válido para la potencia cuando las fuentes son de la misma frecuencia. Esta técnica se demuestra en el ejemplo siguiente.

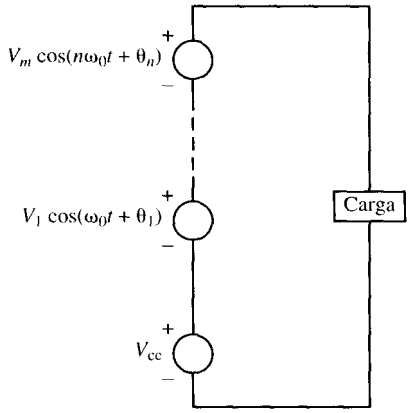


Figura 2.10. Circuito equivalente para el análisis de Fourier.

Ejemplo 2.9. Fuente no sinusoidal y carga lineal

Una tensión periódica no sinusoidal tiene una serie de Fourier igual a $v(t) = 10 + 20\cos(2\pi 60t - 25^\circ) + 30\cos(4\pi 60t + 20^\circ)$ V. Esta tensión se conecta a una carga formada por una resistencia de 5 Ω y una bobina de 15 mH conectadas en serie, como se muestra en la Figura 2.11. Calcule la potencia absorbida por la carga.

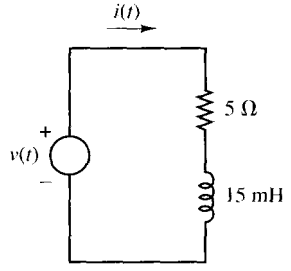


Figura 2.11. Circuito para el Ejemplo 2.9.

Solución. Se calculan por separado las corrientes para cada frecuencia de la fuente. El término correspondiente a la corriente continua es:

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$

Las amplitudes de los términos de corriente alterna se calculan utilizando el análisis de fasores:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{R + j\omega_1 L} = \frac{20\angle -25}{5 + j(2\pi 60)(0{,}015)} = 2{,}65\angle -73{,}5^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}_2}{R + j\omega_2 L} = \frac{30\angle 20}{5 + j(4\pi 60)(0{,}015)} = 2{,}43\angle -46{,}2^\circ \text{ A}$$

La corriente en la carga puede entonces expresarse de la siguiente manera:

$$i(t) = 2 + 2{,}65\cos(2\pi 60t - 73{,}5^\circ) + 2{,}43\cos(4\pi 60t - 46{,}2^\circ) \text{ A}$$

La potencia para cada frecuencia de la serie de Fourier se determina utilizando la Ecuación 2.59:

$$\text{término de cc: } P_0 = (10 \text{ V})(2 \text{ A}) = 20 \text{ W}$$

$$\omega = 2\pi 60\text{: } P_1 = \frac{(20)(2{,}65)}{2}\cos(-25^\circ + 73{,}5^\circ) = 17{,}4 \text{ W}$$

$$\omega = 4\pi 60\text{: } P_2 = \frac{(30)(2{,}43)}{2}\cos(20^\circ + 46^\circ) = 14{,}8 \text{ W}$$

Luego la potencia total es:

$$P = 20 + 17{,}4 + 14{,}8 = 52{,}2 \text{ W}$$

En este circuito, la potencia absorbida por la carga también se puede calcular a partir de $I_{\text{rms}}^2 R$, ya que la potencia media en la bobina es nula:

$$P = I_{\text{rms}}^2 R = \left[2^2 + \left(\frac{2{,}65}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2{,}43}{\sqrt{2}}\right)^2\right] 5 = 52{,}2 \text{ W}$$

Fuente sinusoidal y carga no lineal

Si una fuente de tensión sinusoidal se aplica a una carga no lineal, la forma de onda de la corriente no será sinusoidal, pero puede representarse como una serie de Fourier. Si la tensión es la sinusoide

$$v(t) = V_1 \operatorname{sen}(\omega_0 t + \theta_1) \tag{2.60}$$

y la corriente se representa mediante la serie de Fourier

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t + \phi_n) \tag{2.61}$$

la potencia media absorbida por la carga (o entregada por la fuente) se calcula a partir de la Ecuación 2.59:

$$P = V_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{V_{n,\text{máx}} I_{n,\text{máx}}}{2} \right) \cos(\theta_n - \phi_n)$$

$$= (0)(I_0) + \left(\frac{V_1 I_1}{2} \right) \cos(\theta_1 - \phi_1) + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{(0) I_{n,\text{máx}}}{2} \right) \cos(\theta_n - \phi_n) \tag{2.62}$$

$$= \left(\frac{V_1 I_1}{2} \right) \cos(\theta_1 - \phi_1) = V_{1,\text{rms}} I_{1,\text{rms}} \cos(\theta_1 - \phi_1)$$

Observe que el único término de potencia distinto de cero es el correspondiente a la frecuencia de la tensión aplicada. El factor de potencia de la carga se calcula a partir de la Ecuación 2.42:

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}}$$

$$= \frac{V_{1,\text{rms}} I_{1,\text{rms}} \cos(\theta_1 - \phi_1)}{V_{1,\text{rms}} I_{\text{rms}}} = \left(\frac{I_{1,\text{rms}}}{I_{\text{rms}}} \right) \cos(\theta_1 - \phi_1) \tag{2.63}$$

donde la corriente eficaz se calcula a partir de:

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} I_{n,\text{rms}}^2} = \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{I_n}{\sqrt{2}} \right)^2} \tag{2.64}$$

Observe también que, para una tensión y una corriente sinusoidales, $fp = \cos(\theta_1 - \phi_1)$, que es el término del factor de potencia normalmente utilizado en los circuitos lineales y que se denomina *factor de potencia de desplazamiento*. El cociente entre el valor eficaz a la frecuencia fundamental y el valor eficaz total, $I_{1,\text{rms}}/I_{\text{rms}}$ en la Ecuación 2.63, es el *factor de distorsión*:

$$\text{FD} = \frac{I_{1,\text{rms}}}{I_{\text{rms}}} \tag{2.65}$$

El factor de distorsión representa la reducción del factor de potencia debida a la propiedad no sinusoidal de la corriente. El factor de potencia también se expresa del siguiente modo:

$$fp = [\cos(\theta_1 - \phi_1)]\,\text{FD} \tag{2.66}$$

La *distorsión armónica total* (DAT) es otro término utilizado para cuantificar la propiedad no sinusoidal de una forma de onda. El valor DAT es la relación entre el valor eficaz de todos los términos correspondientes a las frecuencias distintas de la fundamental y el valor eficaz del término correspondiente a la frecuencia fundamental:

$$\text{DAT} = \sqrt{\frac{\sum_{n \neq 1} I_{n,\text{rms}}^2}{I_{1,\text{rms}}^2}} = \frac{\sqrt{\sum_{n \neq 1} I_{n,\text{rms}}^2}}{I_{1,\text{rms}}} \tag{2.67}$$

El valor DAT también se expresa como:

$$\text{DAT} = \sqrt{\frac{I_{\text{rms}}^2 - I_{1,\text{rms}}^2}{I_{1,\text{rms}}^2}} \tag{2.68}$$

La distorsión armónica total se aplica frecuentemente en situaciones en las que el término de continua es cero, en cuyo caso el DAT puede expresarse como:

$$\text{DAT} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1} \tag{2.69}$$

Otra forma de expresar el factor de distorsión es:

$$\text{FD} = \sqrt{\frac{1}{1 + (\text{DAT})^2}} \tag{2.70}$$

La potencia reactiva de una tensión sinusoidal y una corriente no sinusoidal puede expresarse como indica la Ecuación 2.50. El único término distinto de cero para la potencia reactiva es el correspondiente a la frecuencia de la tensión:

$$Q = \frac{V_1 I_1}{2} \operatorname{sen}(\theta_1 - \phi_1) \tag{2.71}$$

Con P y Q definidas para el caso de señales no sinusoidales, la potencia aparente S debe incluir un término que tenga en cuenta la corriente para frecuencias diferentes de la frecuencia de la tensión. El término *voltio-amperios de distorsión*, D, se utiliza tradicionalmente en el cálculo de S,

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} \tag{2.72}$$

donde

$$D = V_{1,\text{rms}} \sqrt{\sum_{n \neq 1}^{\infty} I_{n,\text{rms}}^2} = \frac{V_1}{2} \sqrt{\sum_{n \neq 1}^{\infty} I_n^2} \tag{2.73}$$

Otros términos que se utilizan a veces para corrientes (o tensiones) no sinusoidales son el *factor de forma* y el *factor de pico*:

$$\text{Factor de forma} = \frac{I_{\text{rms}}}{I_{\text{med}}} \tag{2.74}$$

$$\text{Factor de pico} = \frac{I_{\text{pica}}}{I_{\text{rms}}} \tag{2.75}$$

Ejemplo 2.10. Fuente sinusoidal y carga no lineal

Una fuente de tensión sinusoidal de $v(t) = 100\cos(377t)$ V se aplica a una carga no lineal, dando lugar a una corriente no sinusoidal que se expresa en forma de serie de Fourier del siguiente modo:

$$i(t) = 8 + 15\cos(377t + 30°) + 6\cos(2 \cdot 377t + 45°) + 2\cos(3 \cdot 377t + 60°)\ \text{A}$$

Determine: (a) La potencia absorbida por la carga, (b) el factor de potencia de la carga, (c) el factor de distorsión de la corriente de carga y (d) la distorsión armónica total de la corriente de carga.

Solución. **(a)** La potencia absorbida por la carga se determina mediante el cálculo de la potencia absorbida para cada una de las frecuencias de la serie de Fourier (Ecuación 2.59):

$$P = (0)(8) + \left(\frac{100}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{15}{\sqrt{2}}\right)\cos 30^\circ + (0)\left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)\cos 45^\circ + (0)\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)\cos 60^\circ$$

$$= \left(\frac{100}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{15}{\sqrt{2}}\right)\cos 30^\circ = 650 \text{ W}$$

(b) La tensión eficaz es:

$$V_{rms} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70{,}7 \text{ V}$$

y la corriente eficaz se calcula a partir de la Ecuación 2.64:

$$I_{rms} = \sqrt{8^2 + \left(\frac{15}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2} = 14{,}0 \text{ A}$$

El factor de potencia es:

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{rms} I_{rms}} = \frac{650}{(70{,}7)(14{,}0)} = 0{,}66$$

Alternativamente, el factor de potencia se puede calcular a partir de la Ecuación 2.63:

$$fp = \frac{I_{1,rms}\cos(\theta_1 - \phi_1)}{I_{rms}} = \frac{\left(\frac{15}{\sqrt{2}}\right)\cos(0 - 30^\circ)}{14{,}0} = 0{,}66$$

(c) El factor de distorsión se calcula usando la Ecuación 2.65:

$$\text{FD} = \frac{I_{1,rms}}{I_{rms}} = \frac{\left(\frac{15}{\sqrt{2}}\right)}{14{,}0} = 0{,}76$$

(d) La distorsión armónica total de la corriente de carga se obtiene a partir de la Ecuación 2.68:

$$\text{DAT} = \sqrt{\frac{I_{rms}^2 - I_{1,rms}^2}{I_{1,rms}^2}} = \frac{\sqrt{(14)^2 - \left(\frac{15}{\sqrt{2}}\right)^2}}{\left(\frac{15}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0{,}86 = 86\,\%$$

2.9. CÁLCULOS DE POTENCIA USANDO PSpice

PSpice puede utilizarse para simular circuitos electrónicos de potencia y determinar las magnitudes de las tensiones, corrientes y potencias. Un método recomendable consiste en utilizar las funciones de análisis numérico del programa postprocesador gráfico Probe, que acompaña a PSpice, para obtener directamente las magnitudes de potencia. Probe puede:

- Mostrar las formas de onda de tensión y de corriente $v(t)$ e $i(t)$.
- Mostrar la potencia instantánea $p(t)$.
- Calcular la energía absorbida por un dispositivo.
- Calcular la potencia media P.
- Calcular la corriente y tensión medias.
- Calcular las corrientes y tensiones eficaces.
- Determinar la serie de Fourier de una forma de onda periódica.

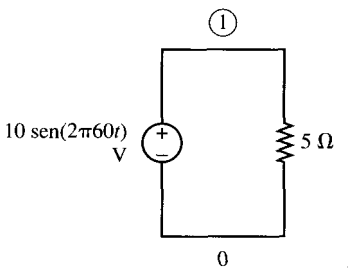
Los ejemplos que incluimos a continuación ilustran el uso de PSpice para realizar los cálculos de potencia.

Ejemplo 2.11. Potencia instantánea, energía y potencia media con PSpice

PSpice puede utilizarse para visualizar la potencia instantánea y para calcular la energía. Un ejemplo sencillo es la tensión sinusoidal en bornas de una resistencia. La fuente debe especificarse como una función seno y se debe utilizar el comando de respuesta transitoria. En un circuito sencillo que contenga sólo una fuente de tensión sinusoidal de amplitud $V_m = 10$ V y una frecuencia de 60 Hz conectado a una resistencia de 5 Ω, el archivo de entrada de PSpice es:

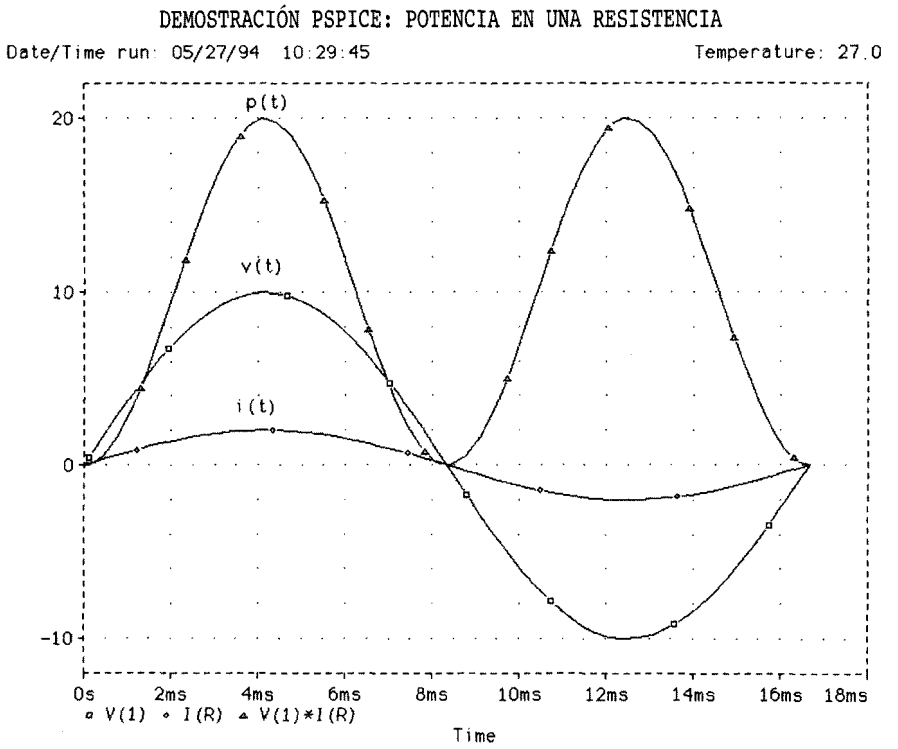
```
DEMOSTRACIÓN PSPICE: POTENCIA EN UNA RESISTENCIA (respower.cir)
VSOURCE 1 0 SIN(0 10 60)
R 1 0 5
.TRAN .1MS 16.67MS
.PROBE
.END
```

Cuando se haya completado la simulación, aparecerá la pantalla de Probe. Las formas de onda de la corriente y de la tensión correspondientes a la resistencia se obtienen introduciendo V(1) e I(R). La potencia instantánea, $p(t) = v(t)i(t)$, absorbida por la resistencia, se obtiene en Probe introduciendo la expresión V(1)*I(R). En la Figura 2.12b puede verse la pantalla resultante, que muestra V(1), I(R) y p(t).



(a)

Figura 2.12. (a) Circuito para el Ejemplo 2.11. (b) Tensión, corriente y potencia instantánea para la resistencia. (c) Energía absorbida por la resistencia. (d) Potencia media absorbida por la resistencia.



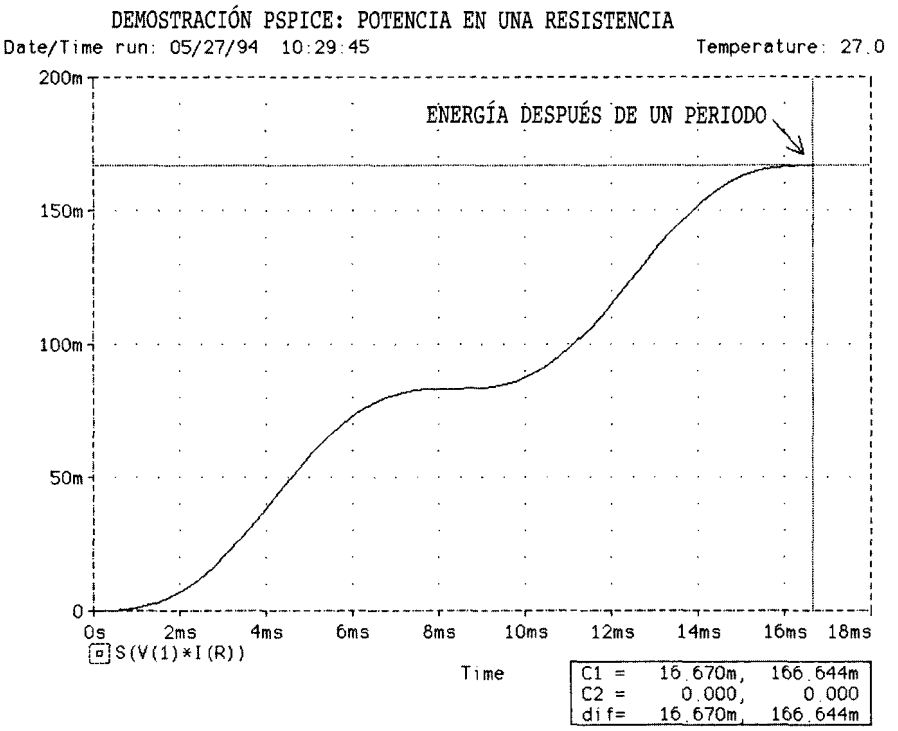


Figura 2.12. Continuación.

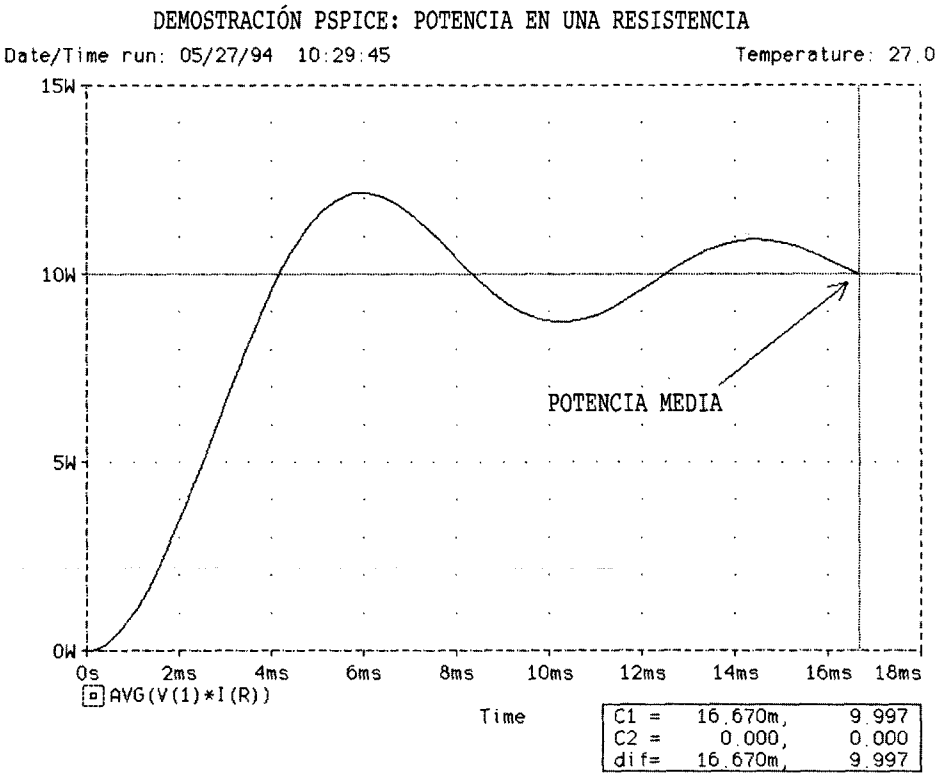


Figura 2.12. Continuación.

La energía se puede calcular utilizando la definición de la Ecuación 2.2. En Probe, introduzca la expresión S(V(1) * I(R)), que calcula la integral de la potencia instantánea. El resultado es una gráfica que muestra que la energía absorbida aumenta con el tiempo. La energía absorbida por la resistencia tras un periodo del generador se determina situando el cursor al final de la traza, lo que revela que W_R = 166,6mJ (Figura 2.12c).

La utilidad Probe de PSpice también puede utilizarse para determinar directamente el valor medio de la potencia. Para el circuito del ejemplo anterior, la potencia media se obtiene introduciendo la expresión AVG(V(1) * I(R)). El resultado es un valor «dinámico» de la potencia media, calculado de acuerdo con la Ecuación 2.3. Por tanto, el valor medio de la forma de onda de potencia debe obtenerse *al final* de uno o más periodos de p(t). La Figura 2.12d muestra la salida de Probe. Se utiliza la funcionalidad de marcado mediante el cursor para obtener un valor preciso de la potencia media. Esta salida muestra 9,997 W, que es un valor ligeramente diferente al valor teórico de 10 W. Recuerde que la integración se ha realizado numéricamente a partir de puntos de datos discretos.

PSpice también puede determinar la potencia de un circuito de alterna que contenga una bobina o un condensador, pero *la simulación debe representar la respuesta en régimen permanente* de un punto de funcionamiento del circuito.

Ejemplo 2.12. Análisis de Fourier y del valor eficaz usando PSpice

El circuito de la Figura 2.13a tiene una tensión periódica en forma de tren de pulsos que se aplica a una carga formada por una resistencia y una bobina (R-L). El archivo de entrada para este circuito es:

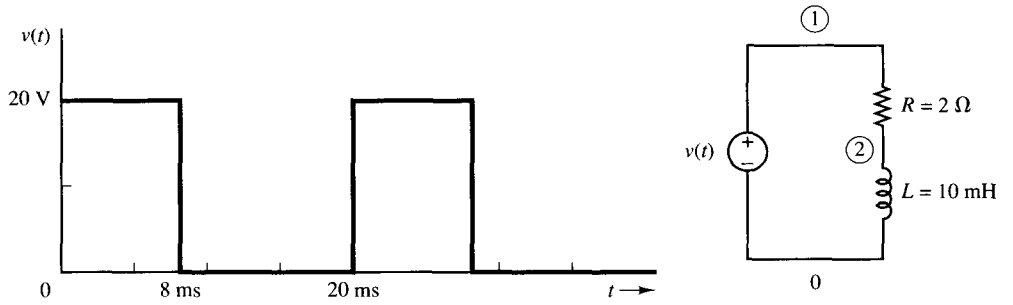
```
EJEMPLO EN UN PULSO (pulse.cir)
V 1 0 PULSE(0 20 0 1NS 1NS 8MS 20MS)
R 1 2 2
L 2 0 10MH IC=1              ;condición inicial basada en el
                              resultado esperado
.TRAN .1MS 100MS 60MS UIC    ;análisis transitorio para 5 periodos de
                              pulsos, retarda la salida 60 ms
.FOUR 50 V(1) I(R)           ;Análisis de Fourier de V(1) e I(R),
                              frecuencia fundamental 50 Hz
.PROBE
.OPTIONS NOPAGE
.END
```

La corriente se representa en Probe introduciendo I(R) y el régimen permanente (estado estacionario) se verifica observando si los valores iniciales y finales son iguales en cada periodo. La corriente eficaz se obtiene introduciendo la expresión RMS(I(R)). El valor de la corriente eficaz (rms), 4,639 A, se obtiene al final de un periodo de la forma de onda de corriente. La Figura 2.13b muestra la salida de Probe.

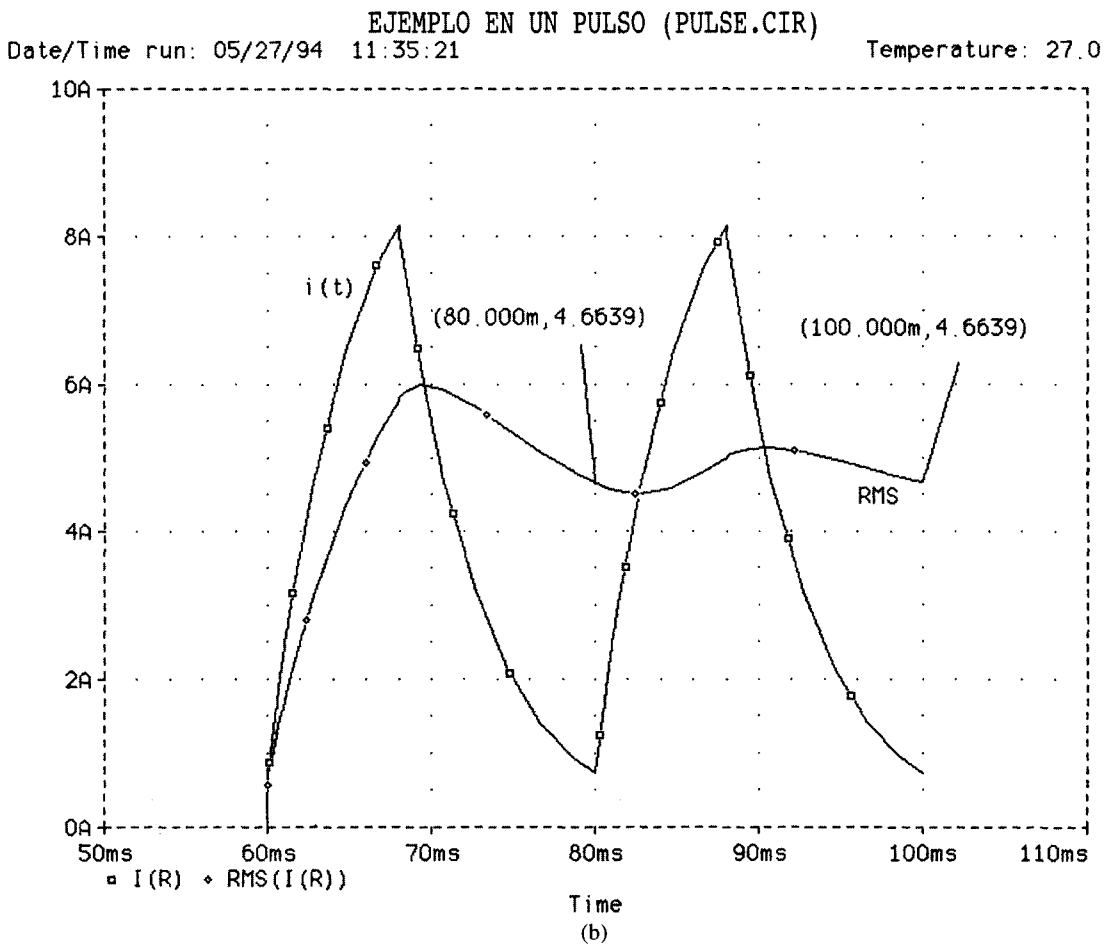
La serie de Fourier correspondiente a una forma de onda puede determinarse utilizando PSpice. El comando .FOUR genera la serie de Fourier aplicando una transformada rápida de Fourier (FFT) a las formas de onda de la tensión de la fuente y la corriente de carga. El valor 50 especificado en esta línea identifica la frecuencia fundamental de la serie de Fourier como 50 Hz (1/20 ms). Incluir la condición inicial hace que se tarde menos en alcanzar el régimen permanente. En este ejemplo, se muestran cinco periodos de la forma de onda para asegurar la corriente en régimen permanente para la constante de tiempo L/R.

A continuación se proporciona una parte del archivo de salida, que muestra las componentes de Fourier de la tensión de la fuente y de la corriente que atraviesa la resistencia:

```
****    ANÁLISIS DE FOURIER                    TEMPERATURE = 27.000 DEG C
COMPONENTES DE FOURIER DE LA RESPUESTA TRANSITORIA DE V(1)
  DC COMPONENT = 8.040043E + 00
 HARMONIC  FREQUENCY    FOURIER   NORMALIZED     PHASE     NORMALIZED
    NO        (HZ)     COMPONENT  COMPONENT     (DEG)     PHASE (DEG)
     1     5.000E+01  1.213E+01  1.000E+00   1.859E+01   0.000E+00
     2     1.000E+02  3.676E+00  3.030E-01  -5.283E+01  -7.141E+01
     3     1.500E+02  2.558E+00  2.108E-01   5.575E+01   3.716E+01
     4     2.000E+02  2.999E+00  2.472E-01  -1.568E+01  -3.427E+01
     5     2.500E+02  8.016E-02  6.607E-03   9.271E+01   7.412E+01
     6     3.000E+02  2.039E+00  1.680E-01   2.142E+01   2.829E+01
     7     3.500E+02  1.002E+00  8.255E-02  -5.004E+01  -6.862E+01
     8     4.000E+02  9.979E-01  8.225E-02   5.847E+01   3.988E+01
     9     4.500E+02  1.317E+00  1.086E-01  -1.300E+01   3.159E+01
    TOTAL HARMONIC DISTORTION = 5.009684E + 01 PERCENT
```

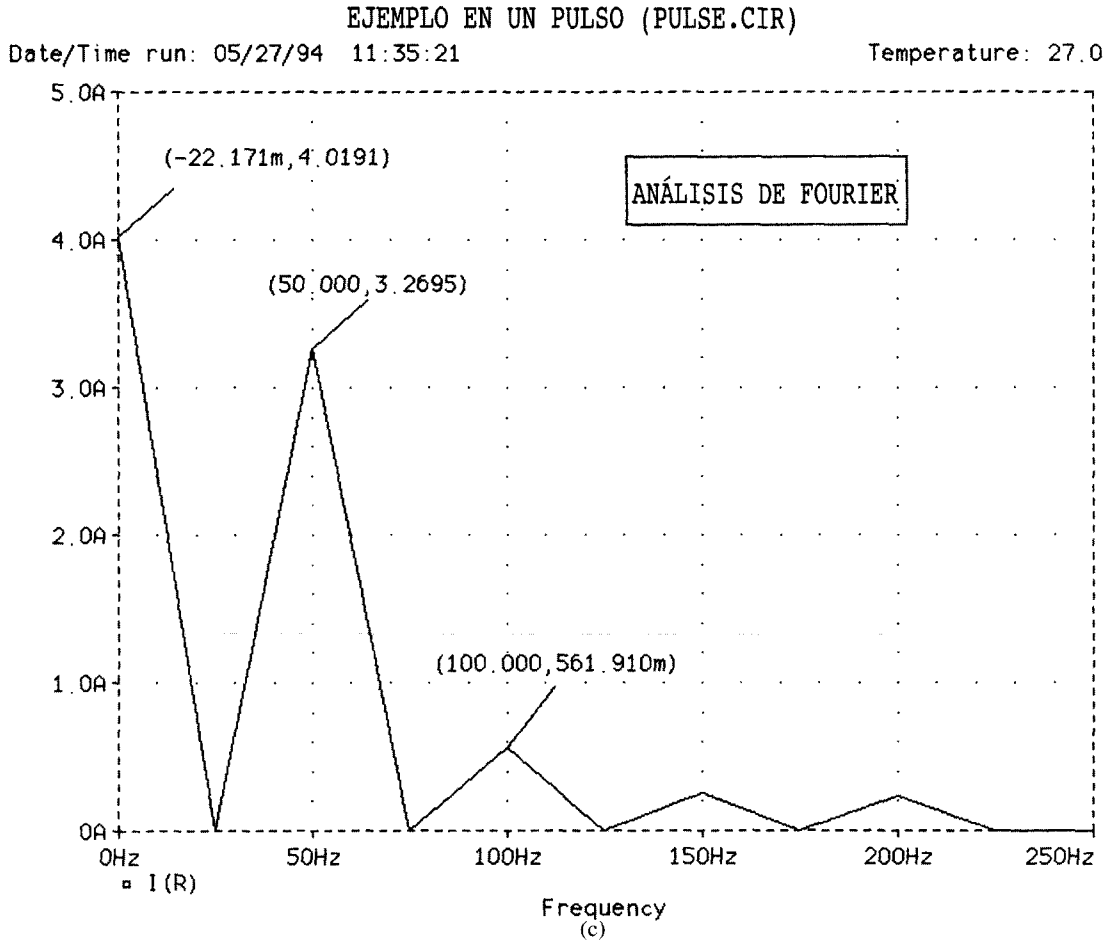


(a)



(b)

Figura 2.13. (a) Circuito para el Ejemplo 2.12. (b) Salida de Probe para determinar el valor eficaz. (c) Espectro de la serie de Fourier proporcionado por Probe.



(c)

Figura 2.13. Continuación.

```
COMPONENTES DE FOURIER DE LA RESPUESTA TRANSITORIA DE I(R)
  DC COMPONENT = 3.999834E + 00
  HARMONIC   FREQUENCY    FOURIER    NORMALIZED     PHASE     NORMALIZED
     NO        (HZ)      COMPONENT   COMPONENT     (DEG)     PHASE (DEG)
      1     5.000E+01   3.256E+00   1.000E+00  -4.015E+01   0.000E+00
      2     1.000E+02   5.595E-01   1.718E-01  -1.275E+02  -8.731E+01
      3     1.500E+02   2.541E-01   7.803E-02  -2.370E+01   1.645E+01
      4     2.000E+02   2.353E-01   7.226E-02  -9.790E+01  -5.775E+01
      5     2.500E+02   6.069E-04   1.864E-04   7.462E+01   1.148E+02
      6     3.000E+02   1.097E-01   3.369E-02  -6.577E+01  -2.562E+01
      7     3.500E+02   4.927E-02   1.513E-02  -1.406E+02  -1.005E+02
      8     4.000E+02   3.302E-02   1.014E-02  -3.191E+01   8.240E+00
      9     4.500E+02   3.926E-02   1.206E-02  -8.990E+01  -4.976E+01
  TOTAL HARMONIC DISTORTION = 2.060103E + 01 PERCENT
```

Cuando utilice la salida que PSpice proporciona para las series de Fourier, recuerde que los valores se enumeran como amplitudes (de cero al valor de pico) y que es necesario realizar la conversión al valor eficaz, dividiendo las sinusoides entre $\sqrt{2}$, para realizar los cálculos de potencia. Los ángulos de fase se referencian a la función seno en lugar de al coseno. Las componentes de Fourier calculadas numéricamente en PSpice quizá no tengan exactamente el mismo valor que las calculadas analíticamente. La distorsión armónica total (DAT) se indica después de los términos de la serie de Fourier. (El valor de DAT calculado en PSpice utiliza la Ecuación 2.69 y supone que la componente continua de la forma de onda es cero, lo que no es cierto en este caso.)

El valor eficaz de la corriente de carga puede calcularse a partir de la serie de Fourier contenida en el archivo de salida utilizando la Ecuación 2.57:

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{(4{,}0)^2 + \left(\frac{3{,}254}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}5595}{\sqrt{2}}\right)^2 + \cdots} \approx 4{,}63 \text{ A}$$

Se puede obtener en Probe una representación gráfica de las series de Fourier. Para visualizar la serie de Fourier de una forma de onda, acceda a la opción de análisis de Fourier, situada bajo la opción de configuración del eje-*x*. Al introducir la variable que se debe mostrar, aparecerá el espectro de la serie de Fourier. Es recomendable ajustar el rango de frecuencias para obtener una gráfica útil. La Figura 2.13c muestra el resultado para este ejemplo. Las magnitudes de las componentes de Fourier se representan mediantes los picos de la gráfica y pueden determinarse de forma precisa utilizando la opción de marcado mediante el cursor.

Ejemplo 2.13. La solución de PSpice al Ejemplo 2.3

Utilice PSpice para simular el circuito con bobina de la Figura 2.4a con los parámetros indicados en el Ejemplo 2.3.

Solución. La Figura 2.14 muestra el circuito utilizado en la simulación PSpice. El transistor se usa como interruptor, por lo que en el circuito de PSpice puede emplearse un interruptor controlado por tensión. El interruptor se considera ideal, definiendo una resistencia de conducción $R_{\text{on}} = 0{,}001\ \Omega$. El control del interruptor es un generador de pulsos de tensión, cuyos pulsos tienen una anchura de 10 ms y un periodo de 100 ms. Se utiliza el modelo predeterminado de diodo de PSpice. El archivo de entrada de PSpice es:

```
INDUCTOR ENERGY (energy1.cir)
VCC 1 0 DC 90
L 1 2 200MH IC=0
S 2 0 5 0 SMOD                ;interruptor controlado por tensión
D 2 3 DMOD
R 3 1 20
VCONTROL 5 0 PULSE(-10 10 0 10N 10N 10MS 100MS)
                              ;control para el interruptor
.TRAN 1M 100MS 0 .1M UIC      ;el límite máximo de tiempo de 0.1 ms
                               permite obtener gráficas suaves
.PROBE
.MODEL SMOD VSWITCH (RON = .001);modelo de interruptor, resistencia
                                 de conducción igual a .001
.MODEL DMOD D                 ;modelo de diodo predeterminado
.END
```

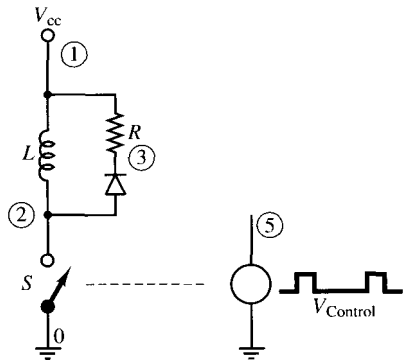


Figura 2.14. Circuito para el Ejemplo 2.13, una simulación de PSpice del circuito del Ejemplo 2.3.

A continuación enumeramos algunos de los resultados que se pueden obtener a partir de la salida de PSpice. Todas las trazas, excepto la corriente máxima de la bobina y la energía almacenada en la bobina, se pueden leer al final de la traza de Probe, es decir, al final de un periodo completo. Compruebe cómo concuerdan los resultados del Ejemplo 2.3 y los resultados de PSpice.

Magnitud deseada	Entrada de Probe	Resultado
Corriente de la bobina	I(L)	máx = 4,5 A
Energía acumulada en la bobina	0,5 * 0,2 * I(L) * I(L)	máx = 2,025 J
Potencia media del interruptor	AVG(V(2) * I(S))	0,010 W
Potencia media de la fuente (entregada)	AVG (V(1) * -I(VCC))	20,3 W
Potencia media del diodo	AVG (V(2, 3) * I(D))	0,366 W
Potencia media de la bobina	AVG(V(1, 2) * I(L))	≈ 0
Tensión media de la bobina	AVG(V(1, 2))	≈ 0
Potencia media de la resistencia	AVG(V(3, 1) * I(R))	19,88 W
Energía absorbida por la resistencia	S(V(3, 1) * I(R))	1,988 J
Energía absorbida por el diodo	S(V(2, 3) * I(D))	0,037 J
Energía absorbida por la bobina	S(V(1, 2) * I(L))	≈ 0
Corriente eficaz de la resistencia	RMS(I(R))	0,997 A

2.10. RESUMEN

- La potencia instantánea es el producto de la tensión por la corriente en un instante determinado:

$$p(t) = v(t)i(t)$$

  Utilizando el convenio de signos para dispositivos pasivos, el dispositivo absorbe potencia si $p(t)$ es positiva y el dispositivo entrega potencia si $p(t)$ es negativa.
- El término *potencia* hace referencia normalmente a la potencia media, que es el valor medio de la potencia instantánea periódica:

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v(t)i(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p(t)\,dt$$

- El valor rms es el valor eficaz o valor cuadrático medio de una forma de onda de corriente o de tensión:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt}$$

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt}$$

- La potencia aparente es el producto de la corriente eficaz por la tensión eficaz:

$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$$

- El factor de potencia es el cociente entre la potencia media y la potencia aparente:

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}}$$

- En las bobinas y condensadores en los que existen corrientes y tensiones periódicas, la potencia media es cero. Generalmente, la potencia instantánea es distinta de cero, porque el dispositivo acumula primero energía y después la devuelve al circuito.
- Para corrientes periódicas, la tensión media en una bobina es cero.
- Para tensiones periódicas, la corriente media en un condensador es cero.
- Para las formas de onda periódicas no sinusoidales, la potencia media puede calcularse a partir de la definición básica o puede utilizarse el método de las series de Fourier. Este método trata cada frecuencia de la serie por separado y utiliza el principio de superposición para calcular la potencia total:

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} P_n = V_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_{n,\text{rms}} I_{n,\text{rms}} \cos(\theta_n - \phi_n)$$

- Puede realizarse una simulación en el programa PSpice para obtener no sólo las formas de onda de tensión y corriente, sino también la potencia instantánea, la energía, los valores eficaces y la potencia media, utilizando las funciones numéricas de Probe, el programa postprocesador gráfico. Para que los cálculos numéricos de Probe sean precisos, la simulación debe representar corrientes y tensiones de régimen permanente.
- Los términos de la serie de Fourier se encuentran disponibles en PSpice utilizando el comando .FOUR o utilizando la opción Fourier de Probe.

BIBLIOGRAFÍA

L. S. CZRNECKI, «Considerations on the Reactive Power in Nonsinusoidal Situations», *International Conference on Harmonics in Power Systems*, Worcester Polytechnic Institute, Worcester, Mass., 1984, págs. 231-237.

A. E. EMANUEL, «Powers in Nonsinusoidal Situations, a Review of Definitions and Physical Meaning», *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 5, n.º 3, julio 1990.

G. T. HEYDT, *Electric Power Quality*, Stars in a Circle Publications, 1991.
PSpice Reference Manuals, MicroSim Corporation, 20 Fairbanks, Irvine, CA 92718, EEUU.
W. SHEPERD y P. ZAND, *Energy Flow and Power Factor in Nonsinusoidal Circuits*, Cambridge Universtiy Press, 1979.

PROBLEMAS

Potencia instantánea y media

2.1. Generalmente la potencia media *no* es el producto de la corriente media por la tensión media. Indique un ejemplo de formas de onda periódicas para $v(t)$ e $i(t)$ que tengan valores medios iguales a cero cuando la potencia media absorbida por un dispositivo sea distinta de cero. Dibuje las formas de onda $v(t)$, $i(t)$ y $p(t)$.

2.2. La tensión en bornas de una resistencia de 10 Ω es $v(t) = 170\,\text{sen}\,(377t)$ V. Determine:

(a) Una expresión para la potencia instantánea absorbida por la resistencia.
(b) La potencia de pico.
(c) La potencia media.

2.3. La tensión en bornas de un elemento es $v(t) = 5\,\text{sen}\,(2\pi t)$ V. Utilice un programa gráfico para representar la potencia instantánea absorbida por el elemento y determine la potencia media si la corriente, utilizando el convenio de signos para dispositivos pasivos, es:

(a) $i(t) = 3\,\text{sen}\,(2\pi t)$ A.
(b) $i(t) = 2\,\text{sen}\,(4\pi t)$ A.

2.4. La tensión y la corriente de un dispositivo (utilizando el convenio de signos pasivo) son funciones periódicas con $T = 100$ ms descritas por:

$$v(t) = \begin{cases} 5\text{ V} & 0 < t < 70\text{ ms} \\ 0 & 70\text{ ms} < t < 100\text{ ms} \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < 50\text{ ms} \\ 4\text{ A} & 50\text{ ms} < t < 100\text{ ms} \end{cases}$$

Determine:

(a) La potencia instantánea.
(b) La potencia media.
(c) La energía absorbida por el dispositivo en cada periodo.

2.5. La tensión y la corriente de un dispositivo (utilizando el convenio de signos pasivo) son funciones periódicas con $T = 20$ ms descritas por:

$$v(t) = \begin{cases} 5\text{ V} & 0 < t < 14\text{ ms} \\ 0 & 14\text{ ms} < t < 20\text{ ms} \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 7\text{ A} & 0 < t < 6\text{ ms} \\ -5\text{ A} & 6\text{ ms} < t < 10\text{ ms} \\ 4\text{ A} & 10\text{ ms} < t < 20\text{ ms} \end{cases}$$

Determine:

(a) La potencia instantánea.
(b) La potencia media.
(c) La energía absorbida por el dispositivo en cada periodo.

2.6. Determine la potencia media absorbida por una fuente de corriente continua de 12 V cuando la corriente en el terminal positivo de la fuente es la indicada en:

(a) El Problema 2.4.
(b) El Problema 2.5.

2.7. Una corriente de $20\,\text{sen}\,(2\pi 60t)$ A entra en un elemento. Dibuje la potencia instantánea y determine la potencia media absorbida por el elemento de carga cuando dicho elemento es:

(a) Una resistencia de 5 Ω.
(b) Una bobina de 10-mH.
(c) Una fuente de 6 V (la corriente entra por el terminal positivo).

2.8. Una fuente de corriente $i(t) = 2 + 6\,\text{sen}\,(2\pi 60t)$ A está conectado a una carga que es una combinación serie de una resistencia, una bobina y una fuente de tensión continua (la corriente entra por el terminal positivo). Si $R = 3\ \Omega$, $L = 10$ mH y $V_{cc} = 12$ V, determine la potencia media absorbida por cada elemento.

2.9. Una estufa eléctrica de resistencia, con una potencia nominal de 1.500 W para una fuente de tensión de $v(t) = 120\sqrt{2}\,\text{sen}\,(2\pi 60t)$ V, tiene un interruptor controlado termostáticamente. La estufa se activa durante 5 minutos y se desactiva durante otros 7, periódicamente. Determine:

(a) La potencia instantánea máxima.
(b) La potencia media durante el ciclo de 12 minutos.
(c) La energía eléctrica convertida en calor en cada ciclo de 12 minutos.

Recuperación de energía

2.10. Se proporciona energía a una bobina mediante el circuito de la Figura 2.4a. El circuito tiene $L = 100$ mH, $R = 20\ \Omega$, $V_{cc} = 90$ V, $t_0 = 4$ ms y $T = 50$ ms. Suponiendo que el transistor y el diodo son ideales, determine:

(a) La energía de pico almacenada en la bobina.
(b) La energía absorbida por la resistencia en cada periodo de conmutación.
(c) La potencia media entregada por la fuente.
(d) Si el valor de la resistencia se cambia a 40 Ω, ¿cuál será la potencia media entregada por la fuente?

2.11. Se proporciona energía a una bobina mediante el circuito de la Figura 2.4a. El circuito tiene $L = 10$ mH y $V_{cc} = 12$ V.

(a) Determine el tiempo de activación del interruptor requerido para que la energía máxima acumulada en la bobina sea igual a 1,2 J.
(b) Seleccione un valor para R de modo que el ciclo de conmutación pueda repetirse cada 20 ms. Suponga que el interruptor y el diodo son ideales.

2.12. Se proporciona energía a una bobina mediante el circuito de la Figura 2.5a. El circuito tiene $L = 100$ mH, $V_{cc} = 90$ V, $t_0 = 4$ ms y $T = 50$ ms.

(a) Determine la energía máxima almacenada en la bobina.
(b) Represente en función del tiempo los siguientes elementos: la corriente de la bobina, la corriente de la fuente, la potencia instantánea de la bobina y la potencia instantánea de la fuente. Suponga que los transistores son ideales.

2.13. Un circuito alternativo para proporcionar energía a una bobina y recuperar la energía almacenada sin dañar el transistor se muestra en la Figura P2.1. $V_{cc} = 12$ V, $L = 50$ mH y la tensión de disrupción del zener es $V_Z = 20$ V. El interruptor de transistor se abre y se cierra periódicamente con $t_{on} = 20$ ms y $t_{off} = 50$ ms.

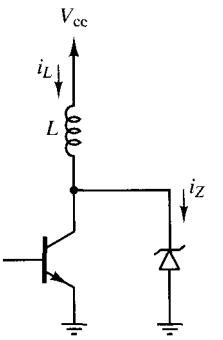


Figura P2.1

(a) Explique cómo el diodo zener permite que se abra el interruptor.
(b) Determine y dibuje la corriente de la bobina $i_L(t)$ y la corriente del diodo zener $i_Z(t)$ a lo largo de un periodo de conmutación.
(c) Dibuje la potencia $p(t)$ de la bobina y del diodo zener.
(d) Determine la potencia media absorbida por la bobina y por el diodo zener.

2.14. Repita el Problema 2.13 con los valores siguientes: $V_{cc} = 20$ V, $L = 75$ mH, $V_Z = 30$ V, $t_{on} = 15$ ms y $t_{off} = 60$ ms.

Valores eficaces (rms)

2.15. El valor eficaz de una sinusoide es el valor de pico dividido entre $\sqrt{2}$. Indique dos ejemplos que demuestren que, generalmente, esto no es así para otras formas de onda periódicas.

2.16. Un sistema de distribución trifásico está conectado a una carga no lineal que tiene las corrientes de línea y del conductor neutro indicadas en la Figura 2.8. La corriente eficaz en cada fase es de 7 A y la resistencia en cada una de los conductores de línea y en el neutro es de 0,5 Ω. Determine la potencia total absorbida por los conductores. ¿Cuál debe ser la resistencia del conductor neutro para que absorba la misma potencia que uno de los conductores de fase?

2.17. Determine los valores eficaces de las formas de onda de corriente y de tensión del Problema 2.4.

2.18. Determine los valores eficaces de las formas de onda de corriente y de tensión del Problema 2.5.

Formas de ondas no sinusoidales

2.19. La tensión y la corriente de un elemento de un circuito son:

$$v(t) = 2{,}5 + 10\cos(2\pi 60t) + 3\cos(4\pi 60t + 45°)\ \text{V}$$

y

$$i(t) = 1{,}5 + 2\cos(2\pi 60t + 20°) + 1{,}1\cos(4\pi 60t - 20°)\ \text{A}.$$

(a) Determine los valores eficaces de la tensión y de la corriente.
(b) Determine la potencia absorbida por el elemento.

2.20. Una fuente de corriente $i(t) = 5 + 6\cos(2\pi 60t) + 4\cos(4\pi 60t)$ está conectado a una carga R-C en paralelo, siendo $R = 100\ \Omega$ y $C = 50\ \mu$F. Determine la potencia media absorbida por la carga.

2.21. En la Figura P2.2, $R = 4\ \Omega$, $L = 10$ mH, $V_{cc} = 12$ V y $v_s(t) = 50 + 30\cos(4\pi 60t) + 10\cos(8\pi 60t)$ V. Determine la potencia absorbida por cada componente.

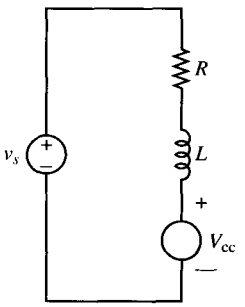


Figura P2.2

2.22. Una tensión periódica no sinusoidal tiene una serie de Fourier de

$$v(t) = 6 + 5\cos(2\pi 60t) + 3\cos(6\pi 60t)$$

Esta tensión alimenta a una carga que es una resistencia de 12 Ω en serie con una bobina de 20 mH, como en la Figura 2.11. Determine la potencia absorbida por la carga.

2.23. La tensión y la corriente para un dispositivo (utilizando el convenio de signos pasivo) son:

$$v(t) = 20 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{20}{n}\right)\cos(n\pi t)\ \text{V}$$

$$i(t) = 5 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5}{n^2}\right)\cos(n\pi t)\ \text{A}$$

Determine la potencia media en función de los términos $n = 0$ hasta $n = 4$.

2.24. La tensión y la corriente de un dispositivo (utilizando el convenio de signos pasivo) son:

$$v(t) = 50 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{50}{n}\right)\cos(n\pi t)\ \text{V}$$

$$i(t) = 10 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{10}{n^2}\right)\cos(n\pi t - \tan^{-1}(n/2))\ \text{A}$$

Determine la potencia media en función de los términos $n = 0$ hasta $n = 4$.

2.25. En la Figura P2.2, $R = 20\ \Omega$, $L = 25$ mH y $V_{cc} = 36$ V. La fuente proporciona una tensión periódica, cuya serie de Fourier es:

$$v_s(t) = 50 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{400}{n\pi}\right)\text{sen}(200n\pi t)$$

Utilizando el método de las series de Fourier, determine la potencia media absorbida por R, L, y V_{cc} cuando el circuito esté operando en régimen permanente. Utilice tantos términos de la serie de Fourier como sea necesario para obtener una estimación de la potencia razonable.

2.26. Una corriente sinusoidal de valor eficaz 10 A con una frecuencia fundamental de 60 Hz está contaminada con una corriente armónica de orden nueve. La corriente se expresa del modo siguiente:

$$i(t) = 10\sqrt{2}\,\text{sen}(2\pi 60t) + I_9\sqrt{2}\,\text{sen}(18\pi 60t)\ \text{A}$$

Determine el valor de la corriente eficaz del armónico de orden nueve, I_9, si DAT es igual a:

(a) 5 %.
(b) 10 %.
(c) 20 %.
(d) 40 %.

Utilice un programa gráfico o PSpice para obtener $i(t)$ para cada caso.

2.27. Una fuente de tensión sinusoidal de $v(t) = 170\cos(2\pi 60t)$ V se aplica a una carga no lineal, dando lugar a una corriente no sinusoidal que se expresa como serie de Fourier mediante $i(t) = 10\cos(2\pi 60t + 30^\circ) + 5\cos(4\pi 60t + 45^\circ) + 2\cos(8\pi 60t + 20^\circ)$ A. Determine:

(a) La potencia absorbida por la carga.
(b) El factor de potencia de la carga.
(c) El factor de distorsión.
(d) La distorsión armónica total de la corriente de carga.

2.28. Repita el Problema 2.27 para $i(t) = 12\cos(2\pi 60t - 40^\circ) + 5\,\text{sen}(4\pi 60t) + 4\cos(8\pi 60t)$ A.

2.29. Una fuente de tensión sinusoidal $v(t) = 240\sqrt{2}\,\text{sen}(2\pi 60t)$ V se aplica a una carga no lineal, dando lugar a una corriente $i(t) = 10\,\text{sen}(2\pi 60t) + 5\,\text{sen}(4\pi 60t)$ A. Determine:

(a) La potencia absorbida por la carga.
(b) El factor de potencia de la carga.
(c) La distorsión armónica total (DAT) de la corriente de carga.
(d) El factor de distorsión de la corriente de carga.
(e) El factor de pico de la corriente de carga.

2.30. Repita el Problema 2.29 para $i(t) = 12\,\text{sen}(2\pi 60t) + 9\,\text{sen}(4\pi 60t)$ A.

PSpice

2.31. Utilice PSpice para simular el circuito del Ejemplo 2.1. Defina la tensión y la corriente con fuentes de tipo PULSE. Determine la potencia instantánea, la energía absorbida en un periodo y la potencia media.

2.32. Utilice PSpice para determinar la potencia instantánea y la potencia media de los elementos de circuito del Problema 2.7.

2.33. Utilice PSpice para determinar los valores eficaces de las formas de onda de la corriente y de la tensión en:

(a) El Problema 2.5.
(b) El Problema 2.6.

2.34. Utilice PSpice para simular el circuito del Problema 2.10.

(a) Idealice el circuito utilizando un interruptor controlado por tensión que tenga una $R_{on} = 0{,}001\ \Omega$ y un diodo con $n = 0{,}001$.
(b) Utilice $R_{on} = 0{,}5\ \Omega$ y el diodo predeterminado.

2.35. El circuito de la Figura 2.4a tiene una bobina $L = 200$ mH y una resistencia interna de 1,5 Ω. El interruptor es un MOSFET con una resistencia de conducción de 2 Ω.

(a) Utilice Spice para determinar el tiempo de activación necesario del interruptor para que la corriente de pico de la bobina sea igual a 10 A. Utilice el interruptor controlado por tensión para modelar el MOSFET.
(b) Seleccione un valor para la resistencia de modo que pueda repetirse un ciclo cada 100 ms.

(c) Determine la potencia media absorbida por cada elemento del circuito. El comando .STEP PARAM puede resultar útil a este respecto.

2.36. Utilice PSpice para simular el circuito de la Figura 2.5a. El circuito tiene $V_{cc} = 75$ V, $t_0 = 40$ ms y $T = 100$ ms. La inductancia es de 100 mH y tiene una resistencia interna de 20 Ω. Utilice un interruptor controlado por tensión con una $R_{on} = 1$ Ω para los transistores y utilice el modelo de diodo predeterminado de PSpice. Determine la potencia media absorbida por cada elemento del circuito. Comente las diferencias entre el comportamiento de este circuito y el del circuito ideal.

2.37. Utilice PSpice para simular el circuito del Problema 2.13. Utilice una $R_{on} = 0{,}001$ Ω para el modelo de interruptor y $n = 0{,}001$, BV = 20 V e IBV = 10 A para el modelo de diodo zener.

(a) Obtenga $i_L(t)$ y $i_Z(t)$. Determine la potencia media de la bobina y del diodo zener.
(b) Repita el apartado (a), pero incluyendo una resistencia de 1,5 Ω en serie con la bobina y utilizando una $R_{on} = 0{,}5$ Ω para el interruptor.

2.38. Repita el Problema 2.37 utilizando el circuito del Problema 2.14.

2.39. Utilice PSpice para determinar la potencia absorbida por la carga en el Ejemplo 2.10. Modele el sistema como una fuente de tensión y cuatro fuentes de corriente en paralelo.

2.40. Modifique el modelo de interruptor de modo que $R_{on} = 1$ Ω en el archivo de PSpice para el circuito del Ejemplo 2.13. Determine el efecto en cada una de las magnitudes obtenidas mediante Probe en el ejemplo.

2.41. Demuestre utilizando PSpice que una forma de onda triangular como la mostrada en la Figura 2.9a tiene un valor eficaz de $V_m/\sqrt{3}$. Seleccione un periodo T arbitrario y utilice al menos tres valores de t_1. Utilice una fuente de tipo PULSE con tiempos de subida y de bajada que representen la forma de onda triangular.

3

RECTIFICADORES DE MEDIA ONDA:
Fundamentos básicos de análisis

3.1. INTRODUCCIÓN

Un rectificador convierte corriente alterna en corriente continua. La finalidad de un rectificador puede ser generar una salida continua pura o proporcionar una onda de tensión o corriente que tenga una determinada componente continua.

En la práctica, el rectificador de media onda se utiliza principalmente en aplicaciones de baja potencia, ya que la corriente media de la red de suministro no será cero y una corriente media distinta de cero puede causar problemas en el funcionamiento de los transformadores. Aunque las aplicaciones prácticas de este circuito son limitadas, merece la pena, realmente, analizar detalladamente el rectificador de media onda, pues una comprensión pormenorizada del circuito rectificador de media onda permitirá al estudiante avanzar en el análisis de circuitos más complicados con un mínimo de esfuerzo.

Los objetivos de este capítulo son introducir las técnicas generales de análisis de los circuitos electrónicos de potencia, aplicar los conceptos de cálculo de potencia estudiados en el capítulo anterior e ilustrar las soluciones de PSpice.

3.2. CARGA RESISTIVA

Creación de una componente de continua utilizando un conmutador electrónico

En la Figura 3.1a se muestra un rectificador de media onda con una carga resistiva. El generador es de alterna y el objetivo es crear una tensión de carga que tenga una componente de conti-

nua no nula. El diodo es un interruptor electrónico básico que sólo permite el paso de corriente en un sentido. En el semiciclo positivo del generador de este circuito, el diodo conduce (polarizado en directa). Considerando que el diodo sea ideal, la tensión en un diodo polarizado en directa es igual a cero y la corriente es positiva.

En el semiciclo negativo del generador, el diodo está polarizado en inversa, lo que hace que la corriente sea cero. La tensión en el diodo polarizado en inversa es la tensión del generador, la cual tiene un valor negativo.

Las formas de onda de la tensión en el generador, la carga y el diodo se muestran en la Figura 3.1b. Observe que las unidades en el eje horizontal están expresadas en términos de ángulo (ωt). Esta representación resulta útil porque los valores son independientes de la frecuencia. La componente continua, V_0, de la tensión de salida es el valor medio de una sinusoide rectificada de media onda:

$$V_o = V_{\text{med}} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} V_m \operatorname{sen}(\omega t)\, d(\omega t) = \frac{V_m}{\pi} \tag{3.1}$$

La componente continua de la corriente para la carga resistiva pura es

$$I = \frac{V_o}{R} = \frac{V_m}{\pi R} \tag{3.2}$$

La potencia media absorbida por la resistencia en la Figura 3.1a puede calcularse a partir de $P = I_{\text{rms}}^2 R = V_{\text{rms}}^2/R$. Cuando la tensión y la corriente son sinusoides rectificadas de media onda,

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} [V_m \operatorname{sen}(\omega t)]^2\, d(\omega t)} = \frac{V_m}{2}$$
$$I_{\text{rms}} = \frac{V_{\text{rms}}}{R} = \frac{V_m}{2R} \tag{3.3}$$

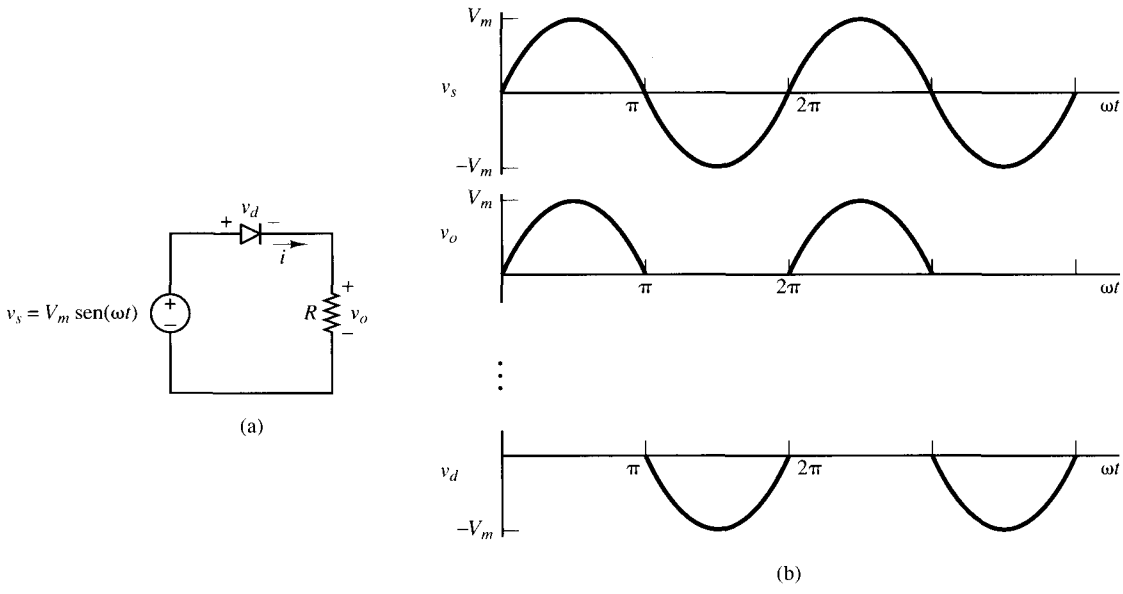


Figura 3.1. (a) Rectificador de media onda con carga resistiva. (b) Formas de onda de tensión.

Hasta ahora, hemos supuesto que el diodo era ideal. Para un diodo real, la caída de tensión en el diodo causará que la corriente y la tensión de la carga se reduzcan, aunque no de forma apreciable si V_m es alta. Para circuitos con tensiones mucho más altas que las caídas típicas en un diodo, el modelo de diodo mejorado puede tener sólo efectos de segundo orden en la corriente y la tensión de carga.

Ejemplo 3.1. Rectificador de media onda con carga resistiva

Para el rectificador de media onda de la Figura 3.1a, el generador produce una sinusoide de 120 V rms a una frecuencia de 60 Hz. La resistencia de carga es de 5 Ω. Determine: (a) la corriente media en la carga, (b) la potencia media absorbida por la carga y (c) el factor de potencia del circuito.

Solución. **(a)** La tensión en la resistencia es una sinusoide con rectificación de media onda, con un valor de pico $V_m = 120\sqrt{2} = 169{,}7$ V. A partir de la Ecuación 3.2, la tensión media es V_m/π y la corriente media es

$$I = \frac{V_o}{R} = \frac{V_m}{\pi R} = \frac{\sqrt{2}(120)}{\pi 5} = 10{,}8 \text{ A}$$

(b) A partir de la Ecuación 3.3, la tensión eficaz en la resistencia para una sinusoide con rectificación de media onda es

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_m}{2} = \frac{\sqrt{2}(120)}{2} = 84{,}9 \text{ V}$$

La potencia absorbida por la resistencia es

$$P = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R} = \frac{84{,}9^2}{5} = 1.440 \text{ W}$$

La corriente eficaz en la resistencia es $V_m/(2R) = 17{,}0$ A y la potencia podría calcularse también a partir de la expresión $I_{\text{rms}}^2 R = (17{,}0)^5 = 1.440$ W.

(c) El factor de potencia es

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{s,\text{rms}} I_{s,\text{rms}}} = \frac{1.440}{(120)(17)} = 0{,}707$$

3.3. CARGA RESISTIVA-INDUCTIVA

Las cargas industriales contienen típicamente una cierta inductancia, además de resistencia. Cuando la tensión del generador pasa por cero, convirtiéndose en positiva en el circuito de la Figura 3.2a, el diodo se polariza en directa. La ecuación de la ley de Kirchhoff para tensiones que describe la corriente en el circuito para el diodo ideal polarizado en directa es

$$V_m \operatorname{sen}(\omega t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} \tag{3.4}$$

La solución puede obtenerse expresando la corriente como la suma de la respuesta forzada y la respuesta natural:

$$i(t) = i_f(t) + i_n(t) \tag{3.5}$$

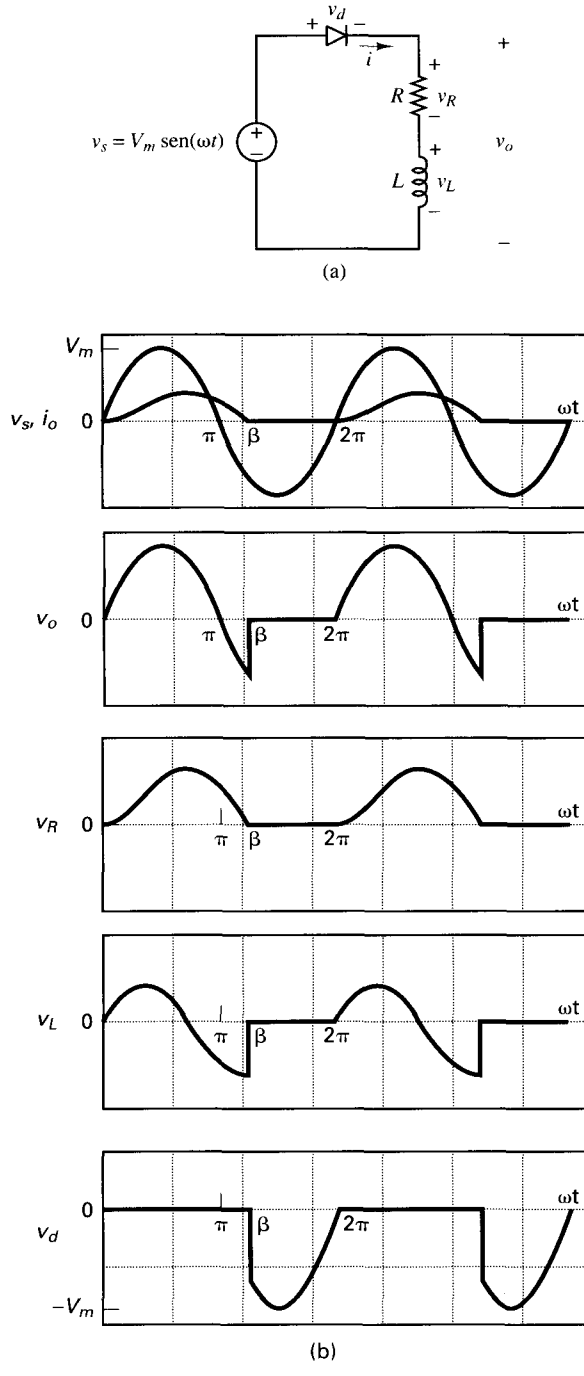


Figura 3.2. (a) Rectificador de media onda con una carga R-L. (b) Formas de onda.

La respuesta forzada para este circuito es la corriente existente después de que la respuesta natural haya decaído a cero. En este caso, la respuesta forzada es la corriente sinusoidal de régi-

men permanente que existiría en el circuito si el diodo no estuviera presente. Esta corriente de régimen permanente puede obtenerse mediante un análisis de fasores, que da como resultado

$$i_f(t) = \left(\frac{V_m}{Z}\right)\text{sen}\,(\omega t - \theta)$$
$$\text{donde } Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \text{y} \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) \tag{3.6}$$

La respuesta natural es el transitorio que tiene lugar cuando se proporciona energía a la carga. Es la solución a la ecuación diferencial homogénea para el circuito, sin generador ni diodo:

$$Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} = 0 \tag{3.7}$$

Para este circuito de primer orden, la respuesta natural tiene la siguiente forma

$$i_n(t) = Ae^{-t/\tau} \tag{3.8}$$

donde t es la constante de tiempo L/R y A es una constante que se determina a partir de la condición inicial. Sumando las respuestas forzada y natural se obtiene la solución completa

$$i(t) = i_f(t) + i_n(t) = \frac{V_m}{Z}\text{sen}\,(\omega t - \theta) + Ae^{-t/\tau} \tag{3.9}$$

La constante A se calcula utilizando la condición inicial para la corriente. La condición inicial para la corriente en la bobina es igual a cero, porque era cero antes de que el diodo entrara en conducción y no puede cambiar de forma instantánea.

Utilizamos la condición inicial y la Ecuación 3.9 para calcular A,

$$i(0) = \frac{V_m}{Z}\text{sen}\,(0 - \theta) + Ae^0 = 0$$
$$A = -\frac{V_m}{Z}\text{sen}\,(-\theta) = \frac{V_m}{Z}\text{sen}\,(\theta) \tag{3.10}$$

Sustituyendo A en la Ecuación 3.9,

$$i(t) = \frac{V_m}{Z}\text{sen}\,(\omega t - \theta) + \frac{V_m}{Z}\text{sen}\,(\theta)e^{-t/\tau}$$
$$= \frac{V_m}{Z}\left[\text{sen}\,(\omega t - \theta) + \text{sen}\,(\theta)e^{-t/\tau}\right] \tag{3.11}$$

A menudo es conveniente escribir la función en términos del ángulo ωt en lugar de en función del tiempo. Esto simplemente implica que ωt sea la variable en lugar de serlo t. Escribiendo la ecuación anterior en términos del ángulo, la t en la función exponencial debe escribirse como ωt, lo que requiere que t se divida también por ω. El resultado es

$$\begin{aligned} i(\omega t) &= \frac{V_m}{Z}\operatorname{sen}(\omega t - \theta) + \frac{V_m}{Z}\operatorname{sen}(\theta)e^{-\omega t/\omega\tau} \\ &= \frac{V_m}{Z}\left[\operatorname{sen}(\omega t - \theta) + \operatorname{sen}(\theta)e^{-\omega t/\omega\tau}\right] \end{aligned} \tag{3.12}$$

La Figura 3.2b muestra una gráfica típica de la corriente del circuito. La Ecuación 3.12 sólo es válida para corrientes positivas, sólo porque el diodo está presente en el circuito, de modo que la corriente será igual a cero cuando la función de la Ecuación 3.12 sea negativa. Cuando la tensión del generador se hace de nuevo positiva, el diodo conduce y la parte positiva de la forma de onda mostrada en la Figura 3.2b se repite. Esto ocurre en todos los semiciclos positivos del generador. Las formas de onda de tensión de cada elemento se muestran en la Figura 3.2b.

Observe que el diodo permanece polarizado en directa durante más tiempo que π radianes y que la señal del generador es negativa durante la última parte del intervalo de conducción. Esto puede parecer inusual, pero un estudio de las tensiones revela que se cumple la ley de Kirchhoff y que no existe ninguna contradicción. Observe también que la tensión de la bobina es negativa cuando la corriente decrece ($v_L = L[di/dt]$).

El punto en que la corriente alcanza el valor cero en la Ecuación 3.12 es cuando el diodo se corta. El primer valor positivo de ωt en la Ecuación 3.12 que da lugar a una corriente nula se conoce como ángulo de extinción, β. Si sustituimos $\omega t = \beta$ en la Ecuación 3.12, la ecuación que debe resolverse es

$$i(\beta) = \frac{V_m}{Z}\left[\operatorname{sen}(\beta - \theta)\right] + \frac{V_m}{Z}\operatorname{sen}(\theta)e^{-\beta/\omega\tau} = 0 \tag{3.13}$$

que se puede reducir a

$$\boxed{\operatorname{sen}(\beta - \theta) + \operatorname{sen}(\theta)e^{-\beta/\omega\tau} = 0} \tag{3.14}$$

No existe ninguna solución analítica para β y se necesita algún método numérico. Para resumir, la corriente en el circuito rectificador de media onda con una carga R-L (Figura 3.2) se expresa del siguiente modo

$$\boxed{\begin{aligned} i(\omega t) &= \begin{cases} \dfrac{V_m}{Z}\operatorname{sen}(\omega t - \theta) + \dfrac{V_m}{Z}(\operatorname{sen}\theta)e^{-\omega t/\omega\tau} & \text{para} \quad 0 \leqslant \omega t \leqslant \beta \\ 0 & \text{para} \quad \beta \leqslant \omega t \leqslant 2\pi \end{cases} \\ &\text{donde } Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2},\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right), \quad \text{y} \quad \tau = \frac{L}{R} \end{aligned}} \tag{3.15}$$

La potencia media absorbida por la carga es $I_{rms}^2 R$, ya que la potencia media absorbida por la bobina es nula. El valor eficaz de la corriente se determina a partir de la función de la corriente dada por la Ecuación 3.15:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i^2(\omega t)\, d(\omega t)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\beta} i^2(\omega t)\, d(\omega t)} \tag{3.16}$$

La corriente media es

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\beta} i(\omega t)\, d(\omega t) \tag{3.17}$$

Ejemplo 3.2. Rectificador de media onda con carga R-L

Con los valores: $R = 100\ \Omega$, $L = 0{,}1$ H, $\omega = 377$ rad/s y $V_m = 100$ V para el rectificador de media onda de la Figura 3.2a, determine: (a) una expresión para la corriente de este circuito, (b) la corriente media, (c) la corriente eficaz, (d) la potencia absorbida por la carga R-L y (e) el factor de potencia.

Solución. Para los parámetros dados,

$$Z = (R^2 + (\omega L)^2)^{0,5} = 106{,}9\ \Omega$$

$$\Theta = \tan^{-1}(\omega L/R) = 20{,}7^\circ = 0{,}361 \text{ rad}$$

y $\quad \omega\tau = \omega L/R = 0{,}377$ rad

(a) La Ecuación 3.15 para la corriente es entonces:

$$i(\omega t) = 0{,}936 \operatorname{sen}(\omega t - 0{,}361) + 0{,}331 e^{-\omega t/0{,}377} \text{ A}$$

$$\text{para } 0 \leqslant \omega t \leqslant \beta$$

Beta se obtiene a partir de la Ecuación 3.14:

$$\operatorname{sen}(\beta - 0{,}361) + \operatorname{sen}(0{,}361) e^{-\beta/0{,}377} = 0$$

Utilizando un programa de análisis numéricos para búsqueda de raíces, obtenemos que β es igual a 3,50 radianes o 201°.

(b) La corriente media se determina a partir de la Ecuación 3.17:

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_0^{3{,}50} [0{,}936 \operatorname{sen}(\omega t - 0{,}361) + 0{,}331 e^{-\omega t/0{,}377}]\, d(\omega t)$$

$$= 0{,}308 \text{ A}$$

(Es conveniente utilizar un programa de integración numérica.)

(c) La corriente eficaz se obtiene utilizando la Ecuación 3.16, del siguiente modo

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{3{,}50} [0{,}936 \operatorname{sen}(\omega t - 0{,}361) + 0{,}331 e^{-\omega t/0{,}377}]^2\, d(\omega t)}$$

$$= 0{,}474 \text{ A}$$

(d) La potencia absorbida por la resistencia es $I_{rms}^2 R = (0{,}474)^2 100 = 22{,}4$ W. La potencia media absorbida por la bobina es cero. P puede también calcularse utilizando la definición de la potencia media:

$$P = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} p(\omega t)\,d(\omega t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\omega t) i(\omega t)\,d(\omega t)$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{3.50} [100\,\text{sen}\,(\omega t)][0{,}936\,\text{sen}\,(\omega t - 0{,}361) + 0{,}331 e^{-\omega t/0{,}377}]\,d(\omega t)$$

$$= 22{,}4\ \text{W}$$

(e) El factor de potencia se calcula a partir de la definición $fp = P/S$. P es la potencia entregada por el generador, que debe ser igual a la absorbida por la carga.

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{s,\text{rms}} I_{\text{rms}}} = \frac{22{,}4}{(100/\sqrt{2})(0{,}474)} = 0{,}67$$

Observe que el factor de potencia *no* es $\cos(0)$.

3.4. SIMULACIÓN MEDIANTE PSpice

Uso de programas de simulación para cálculo numérico

Se puede realizar una simulación por computador del rectificador de media onda con PSpice. PSpice ofrece la ventaja de contar con el programa postprocesador Probe, que puede mostrar las formas de onda de tensión y de corriente del circuito y realizar cálculos numéricos. Las distintas magnitudes, como, por ejemplo, las corrientes eficaz y media, la potencia media absorbida por la carga y el factor de potencia pueden determinarse directamente con PSpice. El contenido en armónicos también puede determinarse a partir de la salida de PSpice.

Un análisis transitorio produce las corrientes y tensiones deseadas. Un periodo completo es un intervalo de tiempo suficiente para el análisis de la respuesta transitoria.

Ejemplo 3.3. Análisis mediante PSpice

Utilice PSpice para analizar el circuito del Ejemplo 3.2.

Solución. Un archivo de entrada de PSpice para el Ejemplo 3.2 sería como el siguiente:

```
EJEMPLO 3.3
(halfex3.cir)
VS 1 0 SIN(0 100 60)
D1 1 2 DMOD
R 2 3 100
L 3 0 .1H IC = 0
.MODEL DMOD D
.TRAN .1MS 16.67MS UIC
.PROBE
.END
```

Hemos utilizado para el análisis el modelo de diodo predeterminado; si se prefiere un modelo que se aproxime al diodo ideal, con el fin de comparar la simulación con los resultados analíticos, un modelo de diodo $D(N = 0{,}001)$ hará que la caída de tensión en el diodo polarizado en directa sea próxima a cero. Alternativamente, puede utilizarse un modelo de diodo de potencia para obtener una mejor representación de un circuito rectificador real. Para muchos circuitos, las corrientes y las tensiones no se verán afectadas significativamente cuando se empleen modelos de diodo diferentes. Por tanto, puede ser conveniente utilizar el modelo de diodo predeterminado para un análisis preliminar.

Cuando se lleva a cabo el análisis de la respuesta transitoria y aparece la pantalla de Probe, puede visualizarse la forma de onda de la corriente introduciendo la expresión $I(R)$. Un método para utilizar el ángulo en lugar del tiempo en el eje x es usar la opción de variable x dentro del menú del eje-x, introduciendo TIME*60*360. El factor de 60 convierte el eje en periodos ($f = 60$ Hz) y el factor 360 convierte el eje en grados. Introduciendo TIME*60*2*3.14 como variable x, el eje x queda expresado en radianes. La Figura 3.3a muestra el resultado. Utilizando la opción de cursor, se obtiene que el ángulo de extinción (β) es 203°. Observe que utilizar el modelo de diodo predeterminado en PSpice ha dado como resultado un valor de β muy próximo a los 201° obtenidos en el Ejemplo 3.2.

Se puede utilizar Probe para determinar numéricamente el valor eficaz de una forma de onda. En Probe, introduzca la expresión RMS(I(R)) para obtener el valor eficaz de la corriente a través de la resistencia. Probe presenta un valor «dinámico» de la integral de la Ecuación 3.16, por lo que el valor adecuado es el correspondiente *al final de uno o más periodos completos* de la forma de onda. La Figura 3.3b muestra cómo se obtiene la corriente eficaz.

Utilizando el archivo de entrada anterior, la corriente eficaz es aproximadamente 468 mA, resultado que se acerca bastante al valor dado en el Ejemplo 3.2, 474 mA. Recuerde que se ha usado el modelo de diodo predeterminado en PSpice y que en el Ejemplo 3.2 se utilizó un diodo ideal. La corriente media se obtiene introduciendo AVG(I(R)) y el resultado es $I = 304$ mA.

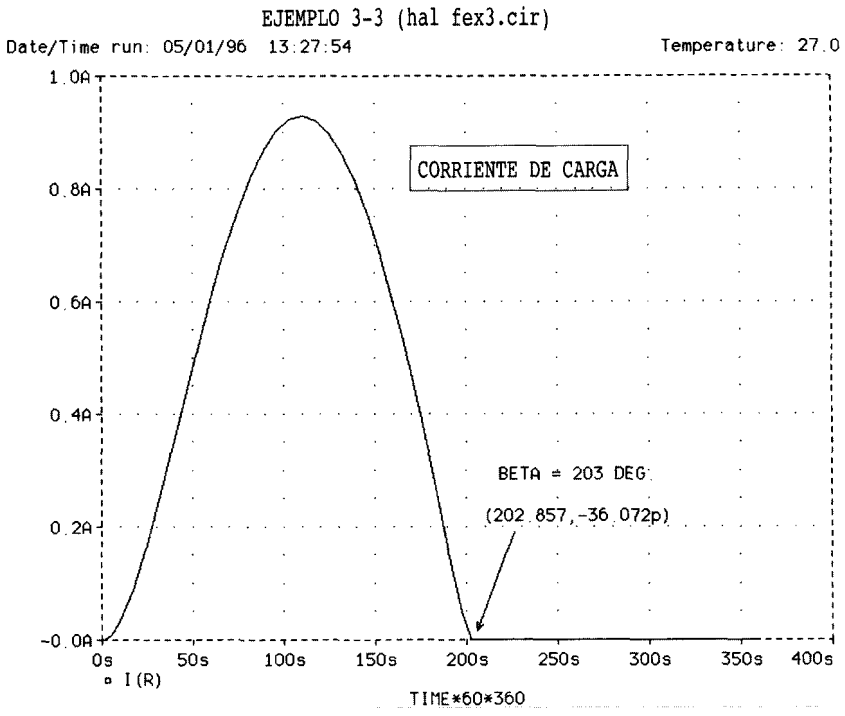
Si se utiliza SPICE en lugar de PSpice, pueden emplearse los comandos PLOT o PRINT para determinar la naturaleza de las formas de onda de la corriente y la tensión.

PSpice también resulta práctico en el proceso de diseño. Por ejemplo, el objetivo puede ser diseñar un circuito rectificador de media onda para proporcionar un determinado valor de corriente media, mediante la selección del valor adecuado de L en una carga R-L. Ya que no hay una solución analítica, se debe utilizar un método iterativo de prueba y error. Se utiliza una simulación PSpice, que incluya un comando con un parámetro autoincremental, para probar varios valores de L. El ejemplo siguiente ilustra este método:

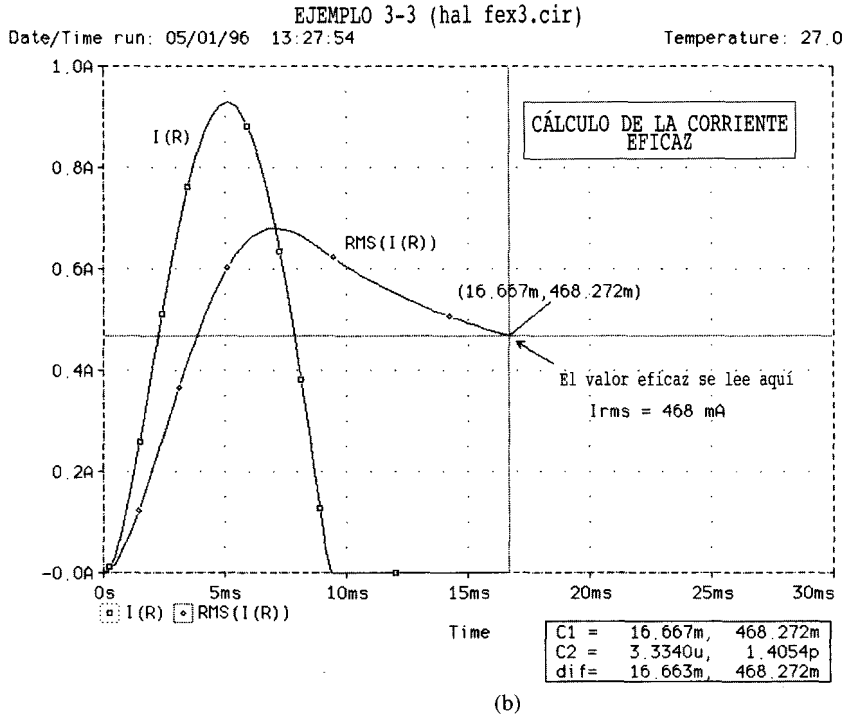
Ejemplo 3.4. Diseño de un rectificador de media onda utilizando PSpice

Diseñe un circuito para generar una corriente media de 2,0 A a través de una resistencia de 10 Ω. El generador es de 120 V rms a 60 Hz.

Solución. Para esta aplicación se puede utilizar un circuito rectificador de media onda. Si se utilizase un rectificador de media onda simple con la resistencia de 10 Ω, la corriente media sería $(120\sqrt{2}/\pi)/8 = 6{,}75$ A. Por tanto, debe buscarse algún método para reducir la corriente media a los 2 A especificados. Podría añadirse una resistencia serie a la carga, pero las resistencias absorben potencia. Una inductancia en serie reduciría la corriente sin añadir pérdidas, por lo que se opta por una bobina. Las Ecuaciones 3.15 y 3.17 describen la función de la corriente y su valor medio para cargas R-L. No existe una solución analítica para L. Una técnica de prueba y error de PSpice consiste en utilizar los comandos .PARAM y .STEP para probar una serie de valores de L. El archivo de entrada de PSpice es:



(a)



(b)

Figura 3.3. (a) Forma de onda de la corriente, en PSpice, correspondiente al Ejemplo 3.3, en la que se muestra $\beta \approx 203°$. (b) La corriente eficaz utilizando PSpice.

```
RECTIFICADOR DE MEDIA ONDA CON CARGA RL (stepl.cir)
.PARAM L=.1       ;instrucción para definir L como parámetro
.STEP PARAM L .05 .2 .05 ;L varía entre .05 y .2 en incrementos de .05
.PARAM RL=10
VS 1 0 SIN(0 {120*SQRT(2)} 60)
D 1 2 DMOD
R 2 3 {RL}
L 3 0 {L} IC = 0
.MODEL DMOD D              ;diodo predeterminado
.TRAN .1MS 16.67MS UIC
.PROBE
.END
```

La corriente media en la resistencia se obtiene, en Probe, introduciendo AVG(I(R)), expresión que proporciona una familia de curvas para los diferentes valores de inductancia (Figura 3.4). La tercera inductancia (0,15 H) da lugar a una corriente media de 2,0158 A en la resistencia, resultado muy cercano al objetivo de diseño. Si se necesitara una precisión mayor, deberían realizarse simulaciones posteriores estrechando el intervalo de *L*.

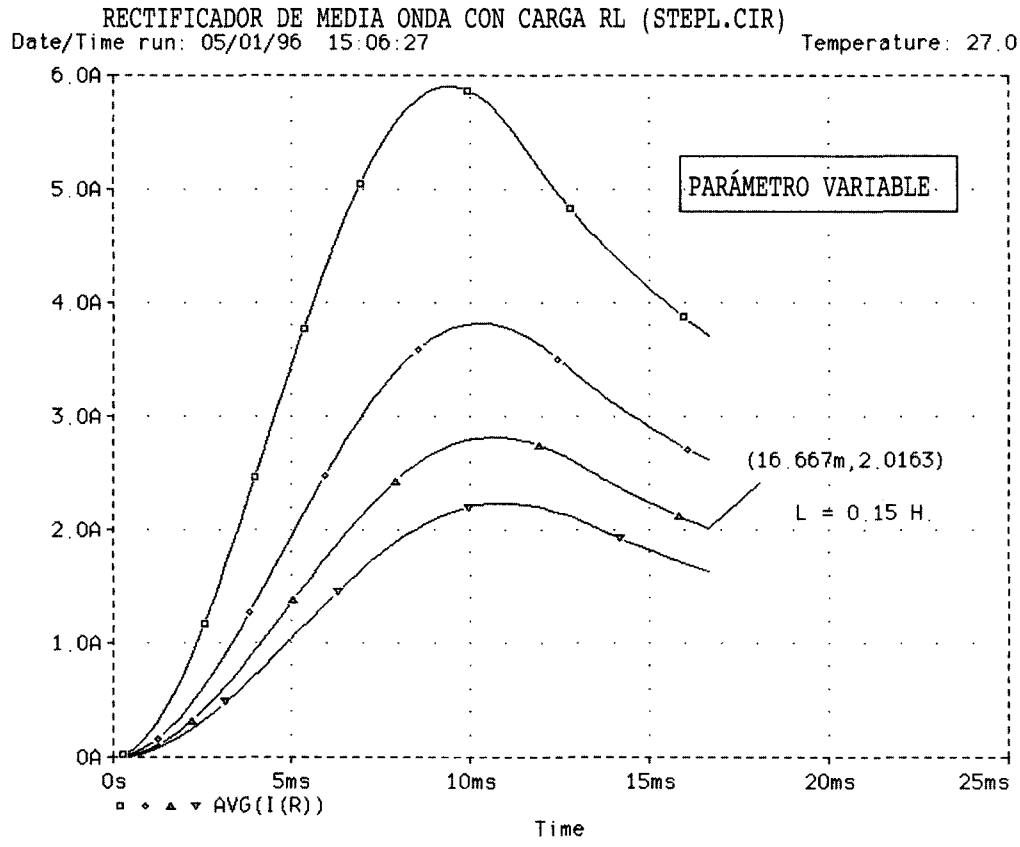


Figura 3.4. Salida de Probe utilizando un parámetro con variación incremental.

3.5. CARGA RL-GENERADOR

Alimentación de un generador de corriente continua a partir de un generador de corrienta alterna

La Figura 3.5a representa otra variación del rectificador de media onda. La carga está formada por una resistencia, una inductancia y una tensión continua. Comenzando el análisis en $\omega t = 0$ y suponiendo que la corriente inicial es nula, sabemos que el diodo permanecerá al corte mientras la tensión del generador de corriente alterna sea menor que la tensión continua. Haciendo α igual al valor de ωt que causa que la tensión del generador sea igual a V_{cc},

$$V_m \operatorname{sen} \alpha = V_{cc}$$

o

$$\boxed{\alpha = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{V_{cc}}{V_m}\right)} \tag{3.18}$$

El diodo entra en conducción en $\omega t = \alpha$. Una vez que el diodo conduce, la ley de Kirchhoff para las tensiones proporciona la ecuación

$$V_m \operatorname{sen}(\omega t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + V_{cc} \tag{3.19}$$

La corriente total se determina sumando las respuestas forzada y natural

$$i(t) = i_f(t) + i_n(t)$$

La corriente *if(t)* se determina utilizando la superposición de los dos generadores. La respuesta forzada del generador de corriente alterna (Figura 3.5b) es $(V_m/Z)\operatorname{sen}(\omega t - \theta)$. La respuesta forzada debida al generador de corriente continua (Figura 3.5c) es $-V_{cc}/R$. La respuesta forzada completa es

$$i_f(t) = \frac{V_m}{Z}\operatorname{sen}(\omega t - \theta) - \frac{V_{cc}}{R} \tag{3.20}$$

La respuesta natural es

$$i_n(t) = Ae^{-t/\tau} \tag{3.21}$$

Sumamos las respuestas natural y forzada para obtener la respuesta completa,

$$\boxed{i(\omega t) = \begin{cases} \dfrac{V_m}{Z}\operatorname{sen}(\omega t - \theta) - \dfrac{V_{cc}}{R} + Ae^{-\omega t/\omega\tau} & \text{para} \quad \alpha \leqslant \omega t \leqslant \beta \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}} \tag{3.22}$$

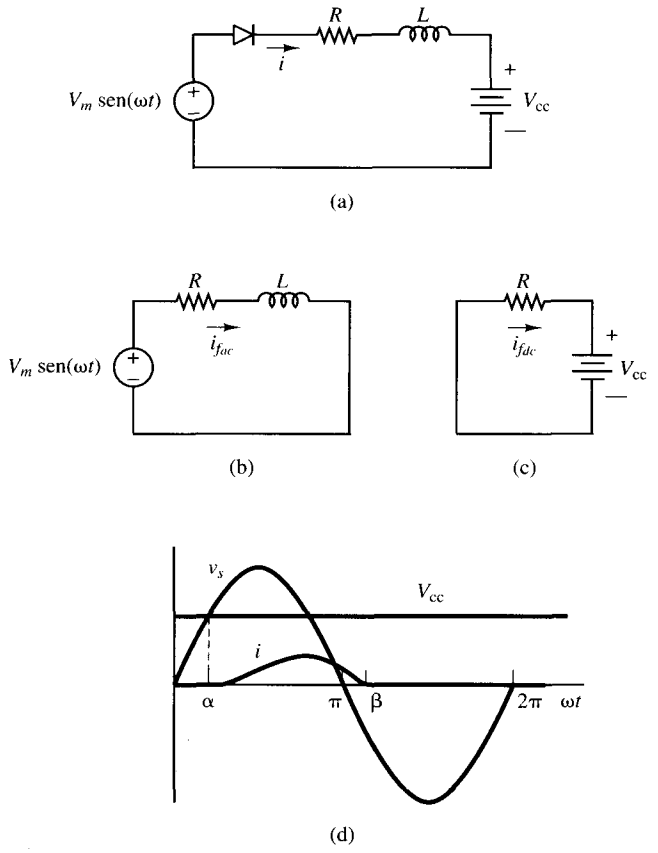


Figura 3.5. (a) Rectificador de media onda con carga RL-generador. (b) Circuito para la respuesta forzada de un generador de corriente alterna. (c) Circuito para la respuesta forzada de un generador de corriente continua. (d) Formas de onda.

El ángulo de extinción, β, se define como el ángulo para el que la corriente alcanza el valor cero, como se hizo anteriormente en la Ecuación 3.15. Utilizando la condición inicial de $i(\alpha) = 0$ y despejando A,

$$A = \left(-\frac{V_m}{Z} \operatorname{sen}(\alpha - \theta) + \frac{V_{cc}}{R} \right) e^{\alpha/\omega\tau} \tag{3.23}$$

La Figura 3.5 muestra las formas de onda de tensión y corriente para un rectificador de media onda con carga R-L generador.

La potencia media absorbida por la resistencia es $I_{rms}^2 R$, donde

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} i^2(\omega t)\, d(\omega t)} \tag{3.24}$$

La potencia media absorbida por el generador de corriente continua es

$$P_{cc} = IV_{cc} \tag{3.25}$$

donde I es la corriente media, es decir,

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta} i(\omega t)\, d(\omega t) \tag{3.26}$$

Suponiendo que el diodo y la bobina son ideales, no habrá potencia media absorbida por ninguno de los dos. La potencia entregada por el generador de alterna es igual a la suma de la potencia absorbida por la resistencia y el generador de continua,

$$P_{ca} = I_{rms}^2 R + IV_{cc} \tag{3.27}$$

o puede calcularse a partir de

$$P_{ca} = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} v(\omega t) i(\omega t)\, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta} (V_m \operatorname{sen} \omega t) i(\omega t)\, d(\omega t) \tag{3.28}$$

Ejemplo 3.5. Rectificador de media onda con carga RL-generador

En el circuito de la Figura 3.5a: $R = 2\ \Omega$, $L = 20$ mH y $V_{cc} = 100$ V. El generador de alterna es de 120 V rms a 60 Hz. (a) Determine una expresión para la corriente del circuito. (b) Determine la potencia absorbida por la resistencia. (c) Determine la potencia absorbida por el generador de continua. (d) Determine la potencia entregada por el generador de alterna y el factor de potencia del circuito.

Solución. A partir de los parámetros dados,

$$V_m = 120\sqrt{2} = 169{,}7 \text{ V}$$
$$Z = (R^2 + (\omega L)^2)^{0,5} = 7{,}80\ \Omega$$
$$\theta = \tan^{-1}(\omega L/R) = 1{,}31 \text{ rad}$$
$$a = \operatorname{sen}^{-1}(100/169{,}7) = 36{,}1^{\circ} = 0{,}630 \text{ rad}$$
$$\omega\tau = 377(0{,}02/2) = 3{,}77 \text{ rad}$$

(a) Utilizamos la Ecuación 3.22,

$$i(\omega t) = 21{,}8 \operatorname{sen}(\omega t - 1{,}31) - 50 + 75{,}3e^{-\omega t/3{,}77} \text{ A}$$

El ángulo de extinción β se obtiene de la solución de

$$i(\beta) = 21{,}8 \operatorname{sen}(\beta - 1{,}31) - 50 + 75{,}3e^{-\beta/3{,}77} = 0$$

cuyo resultado es $\beta = 3{,}37$ rad (193°) utilizando un programa de cálculo de raíces.

(b) Utilizamos la expresión anterior para $i(\omega t)$ en la Ecuación 3.24 y, mediante un programa de integración numérica, obtenemos la corriente eficaz

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{0,63}^{3,37} i^2(\omega t)\, d(\omega t)} = 3{,}98 \text{ A}$$

lo que hace que $P_R = I_{\text{rms}}^2 R = (3{,}98)^2(2) = 31{,}7$ W.

(c) La potencia absorbida por el generador de continua es IV_{cc}. Utilizando la Ecuación 3.26,

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_{0,63}^{3,37} i(\omega t)\, d(\omega t) = 2{,}25 \text{ A}$$

se obtiene

$$P_{\text{cc}} = IV_{\text{cc}} = (2{,}25)(100) = 225 \text{ W}$$

(d) La potencia entregada por el generador de alterna es la suma de las potencias absorbidas por la carga:

$$P_s = P_R + P_{\text{cc}} = 31{,}2 + 225 = 256 \text{ W}$$

El factor de potencia es

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{s,\text{rms}} I_{\text{rms}}} = \frac{256}{(120)(3{,}98)} = 0{,}54$$

Solución de PSpice. Las magnitudes de potencia de este ejemplo pueden determinarse mediante la simulación del circuito con PSpice. El archivo de entrada de PSpice para el circuito es

```
RECTIFICADOR DE MEDIA ONDA DEL EJEMPLO 3-5 (halfrlcc.cir)
VAC 1 0 SIN(0 169.7 60)
DIODE 1 2 DMOD
R 2 3 02
L 3 4 20MH IC=0
VDC 4 0 DC 100
MODEL DMOD D
.TRAN .5MS 16.67MS UIC
.PROBE
.END
```

Para comenzar el análisis utilizando PSpice, se realiza un análisis de la respuesta transitoria para uno de los periodos del generador. Se utiliza el modelo de diodo predeterminado en el análisis PSpice.

La potencia media absorbida por la resistencia puede calcularse en Probe a partir de la definición básica del valor medio de $p(t)$ introduciendo AVG(V(2,3)*I(R)), lo que da como resultado 30,2 W, o a partir de la expresión $I_{\text{rms}}^2 R$, introduciendo RMS(I(R))*RMS(I(R))*2. La potencia media absorbida por el generador de continua se calcula a partir de la expresión de Probe AVG(V(4)*I(VDC)), obteniendo 219 W.

Los valores obtenidos mediante PSpice difieren ligeramente de los obtenidos analíticamente, debido al modelo de diodo. Sin embargo, el diodo predeterminado es más realista que el diodo ideal en lo que respecta a la predicción del funcionamiento del circuito real.

3.6. CARGA BOBINA-GENERADOR

Uso de la inductancia para limitar la corriente

Otra variación del circuito rectificador de media onda consta de una carga formada por una bobina y un generador de corriente continua, como se representa en la Figura 3.6. Aunque la implementación práctica de este circuito contendría cierta resistencia, puede que ésta sea despreciable comparada con los restantes parámetros del circuito.

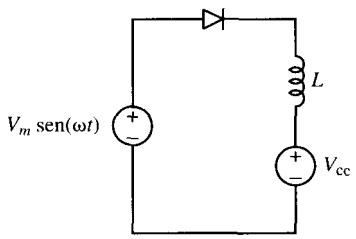


Figura 3.6. Rectificador de media onda con carga bobina-generador.

Comenzando en $\omega t = 0$ y suponiendo una corriente nula en la bobina, el diodo permanece polarizado en inversa hasta que la tensión del generador de alterna alcanza a la tensión continua. El valor de ωt para el que el diodo entra en conducción es α, valor que se calcula mediante la Ecuación 3.18. Con el diodo en estado de conducción, la ley de Kirchhoff para tensiones en este circuito es

$$V_m \operatorname{sen}(\omega t) = L \frac{di(t)}{dt} + V_{cc} \tag{3.29}$$

o

$$V_m \operatorname{sen}(\omega t) = \frac{L}{\omega} \frac{di(\omega t)}{dt} + V_{cc} \tag{3.30}$$

Reordenando,

$$\frac{di(\omega t)}{dt} = \frac{V_m \operatorname{sen}(\omega t) - V_{cc}}{\omega L} \tag{3.31}$$

Resolviendo para $i(\omega t)$,

$$i(\omega t) = \frac{1}{\omega L} \int_{\alpha}^{\omega t} V_m \operatorname{sen}(\lambda)\, d(\lambda) - \frac{1}{\omega L} \int_{\alpha}^{\omega t} V_{cc}\, d(\lambda) \tag{3.32}$$

Realizamos la integración,

$$i(\omega t) = \begin{cases} \dfrac{V_m}{\omega L}(\cos\alpha - \cos\omega t + \dfrac{V_{cc}}{\omega L}(\alpha - \omega t) & \text{para} \quad \alpha \leqslant \omega t \leqslant \beta \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \tag{3.33}$$

Una característica distintiva de este circuito es que la potencia entregada por el generador es la misma que absorbe el generador de corriente continua, menos cualquier pérdida asociada a la bobina y al diodo no ideal. Si el objetivo es transferir potencia desde el generador de alterna al generador de continua, las pérdidas se limitan al mínimo utilizando este circuito.

Ejemplo 3.6. Rectificador de media onda con carga bobina-generador

Para el circuito de la Figura 3.6, el generador de alterna es de 120 V rms a 60 Hz y $V_{cc} = 72$ V. Determine: (a) una expresión para la corriente, (b) la potencia absorbida por el generador de continua y (c) el factor de potencia.

Solución. Para los parámetros dados,

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{72}{120\sqrt{2}}\right) = 25{,}1^\circ = 0{,}438 \text{ rad}$$

(a) La ecuación para la corriente se obtiene a partir de la Ecuación 3.33:

$$i(\omega t) = 9{,}83 - 9{,}00\cos(\omega t) - 3{,}82\omega t \text{ A} \quad \text{para} \quad \alpha \leqslant \omega t \leqslant \beta$$

donde β resulta ser 4,04 rad según la solución numérica de $9{,}83 - 9{,}00\cos\beta - 3{,}82\beta = 0$.

(b) La potencia absorbida por el generador de corriente continua es IV_{cc}, donde

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_\alpha^\beta i(\omega t)\, d(\omega t)$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{0{,}438}^{4{,}04} [9{,}83 - 9{,}00\cos(\omega t) - 3{,}82\omega t]\, d(\omega t)$$

$$= 2{,}46 \text{ A}$$

de donde se obtiene

$$P_{cc} = (2{,}46)(72) = 177 \text{ W}$$

(c) La corriente eficaz se determina a partir de

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_\alpha^\beta i^2(\omega t)\, d(\omega t)} = 3{,}81 \text{ A}$$

Por tanto,

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{rms}I_{rms}} = \frac{177}{(120)(3{,}81)} = 0{,}388$$

3.7. EL DIODO DE LIBRE CIRCULACIÓN

Creación de una corriente continua

Puede conectarse un diodo de libre circulación, D_2 en la Figura 3.7a en paralelo con una carga R-L, de la forma mostrada. El comportamiento de este circuito es un tanto diferente del comportamiento del rectificador de media onda de la Figura 3.2. La clave para el análisis de este circuito es determinar cuándo conduce cada diodo. En primer lugar, se observa que ambos diodos no pueden estar polarizados en directa al mismo tiempo. La ley de Kirchhoff para tensiones muestra, que en la malla formada por el generador y los dos diodos, un diodo debe estar polarizado en inversa. El diodo D_1 conducirá cuando la señal del generador sea positiva y el diodo D_2 conducirá cuando dicha señal sea negativa.

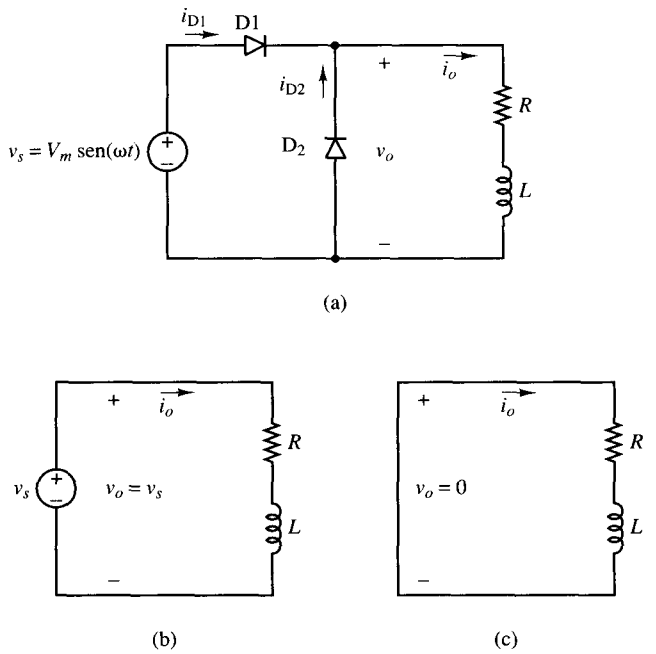


Figura 3.7. (a) Rectificador de media onda con diodo de libre circulación con un diodo de libre circulación. (b) Circuito equivalente para $v_s > 0$. (c) Circuito equivalente $v_s < 0$.

Para una tensión de generador positiva:

- D_1 conduce.
- D_2 está al corte.
- El circuito equivalente es igual al de la Figura 3.2, mostrado de nuevo en la Figura 3.7b.
- La tensión en la carga R-L es la misma que la tensión del generador.

Para una tensión de generador negativa,

- D_1 está al corte.
- D_2 conduce.

- El circuito equivalente es igual que el mostrado en la Figura 3.7c.
- La tensión en bornas de la carga R-L es cero.

Dado que la tensión en la carga R-L es igual que la tensión del generador cuando ésta es positivo y es cero cuando la tensión del generador es negativa, la tensión en la carga es una onda sinusoidal con rectificación de media onda.

Cuando se proporciona energía al circuito por primera vez, la corriente en la carga es cero y no puede cambiar de forma instantánea. La corriente alcanza un régimen permanente periódico después de unos cuantos periodos (dependiendo de la constante de tiempo R/L), lo que significa que la corriente al final y al principio de cada periodo es igual, como se muestra en la Figura 3.8. La corriente en régimen permanente es normalmente de mayor interés que el transitorio que se produce cuando se proporciona energía al circuito por primera vez. Las corrientes de la carga del generador y del diodo en régimen permanente se muestran en la Figura 3.9.

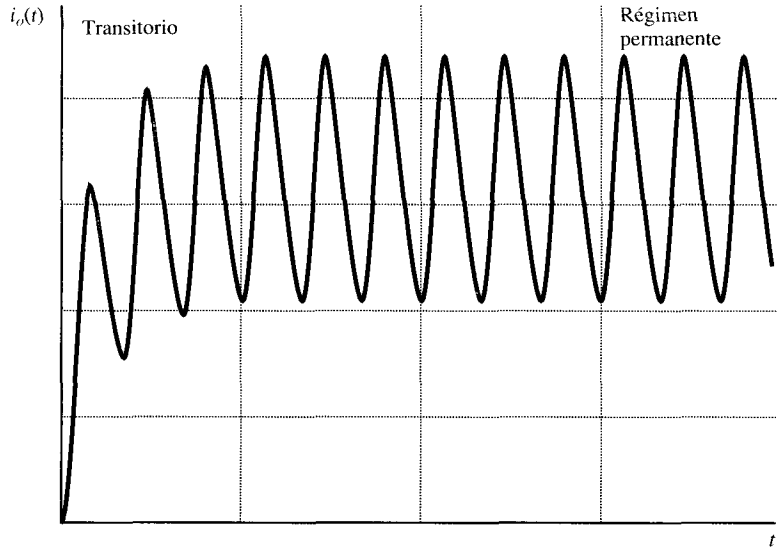


Figura 3.8. La corriente en la carga alcanza el régimen permanente después de que se proporciona energía al circuito para el rectificador de media onda con diodo de libre circulación.

La serie de Fourier para la sinusoide con rectificación de media onda correspondiente a la tensión en la carga es

$$v(t) = \frac{V_m}{\pi} + \frac{V_m}{2}\operatorname{sen}(\omega_0 t) - \sum_{n=2,4,6\ldots}^{\infty} \frac{2V_m}{(n^2-1)\pi}\cos(n\omega_0 t) \tag{3.34}$$

La corriente en la carga puede expresarse como una serie de Fourier utilizando el principio de superposición, tomando cada frecuencia por separado. El método de la serie de Fourier se ilustra en el ejemplo siguiente.

Ejemplo 3.7. Rectificador de media onda con diodo de libre circulación

Determine la corriente y la tensión media en la carga y la potencia absorbida por la resistencia en el circuito de la Figura 3.7a, donde $R = 2\ \Omega$ y $L = 25$ mH. V_m es 100 V y la frecuencia es de 60 Hz.

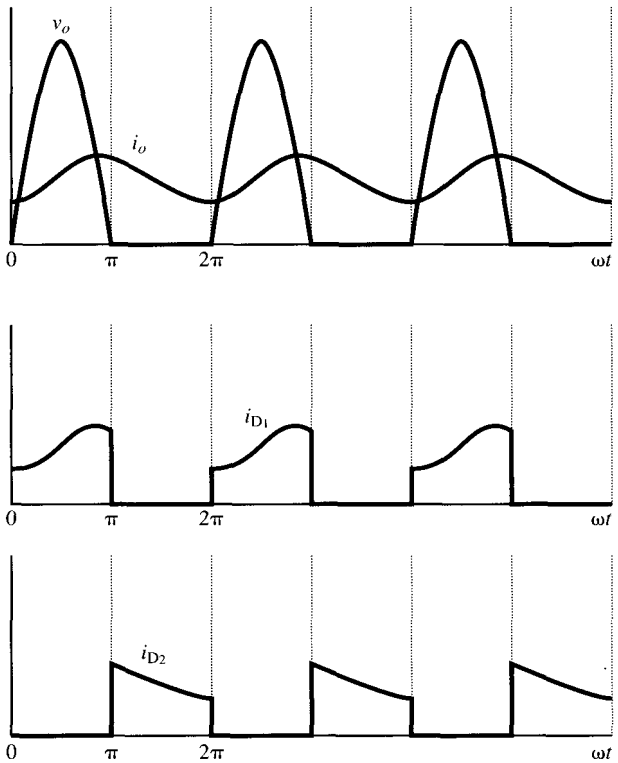


Figura 3.9. Formas de onda de la corriente y la tensión en la carga para el rectificador de media onda con diodo de libre circulación.

Solución. La serie de Fourier para esta tensión rectificada de media onda que aparece en la carga se obtiene a partir de la Ecuación 3.34. La tensión media en la carga es el término de continua de la serie de Fourier:

$$V_0 = \frac{V_m}{\pi} = \frac{100}{\pi} = 31{,}8 \text{ V}$$

La corriente media en la carga es

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{31{,}8}{2} = 15{,}9 \text{ A}$$

La potencia media puede determinarse a partir de la expresión $I_{rms}^2 R$ y la corriente eficaz se determina a partir de las componentes de Fourier de la corriente. Las amplitudes de las componentes de corriente alterna se determinan mediante un análisis de fasores:

$$I_n = \frac{V_n}{Z_n}$$

donde

$$Z_n = |R + jn\omega_0 L| = |2 + jn377(0{,}025)|$$

Las amplitudes de la tensión alterna se determinan con la Ecuación 3.34, dando lugar a

$$V_1 = \frac{V_m}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{2V_m}{(2^2 - 1)\pi} = 21{,}2 \text{ V}$$

$$V_4 = \frac{2V_m}{(4^2 - 1)\pi} = 4{,}24 \text{ V}$$

$$V_6 = \frac{2V_m}{(6^2 - 1)\pi} = 1{,}82 \text{ V}$$

Los términos resultantes de Fourier son los siguientes

n	V_n(V)	Z_n(Ω)	I_n(A)
0	31,8	2,00	15,9
1	50,0	9,63	1,19
2	21,2	18,96	1,12
4	4,24	37,75	0,11
6	1,82	56,58	0,03

La corriente eficaz se obtiene utilizando la Ecuación 2.64

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_{k,\text{rms}}^2} \approx \sqrt{15{,}9^2 + \left(\frac{5{,}19}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1{,}12}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}11}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$= 16{,}34 \text{ A}$$

Observe que la contribución a la corriente eficaz de los armónicos disminuye a medida que n aumenta y que los términos de mayor orden no son significativos. La potencia en la resistencia es $I_{\text{rms}}^2 R = (16{,}34)^2 2 = 534$ W.

Solución de PSpice. Un archivo de entrada PSpice para este circuito es el siguiente:

```
RECTIFICADOR DE MEDIA ONDA CON CARGA RL Y DIODO DE LIBRE CIRCULACIÓN
.PARAM VM=100
.PARAM R=2
.PARAM L=25MH
VS 1 0 SIN(0 {VM} 60)
D1 1 2 DMOD
D2 0 2 DMOD
R 2 3 {R}
L 3 0 {L} IC=0
.MODEL DMOD D(N=1E-4) ;DIODO IDEALIZADO
.TRAN .1MS 150MS 100MS .1MS UIC      ;retardar la salida 100 ms para
                                      alcanzar el régimen permanente
.FOUR 60 V(2) I(R)
.PROBE
.OPTIONS NOPAGE NOBIAS
.END
```

Una parte del archivo de salida es:

```
****  ANÁLISIS DE FOURIER          TEMPERATURE = 27.000 DEG C
COMPONENTES DE FOURIER DE LA RESPUESTA TRANSITORIA V(2)
DC COMPONENT = 3.182598E+01
 HARMONIC  FREQUENCY   FOURIER   NORMALIZED    PHASE     NORMALIZED
    NO       (HZ)     COMPONENT  COMPONENT     (DEG)     PHASE (DEG)
     1    6.000E+01  5.000E+01  1.000E+00  -1.508E-03   0.000E+00
     2    1.200E+02  2.123E+01  4.246E-01  -9.000E+01  -9.000E+01
     3    1.800E+02  1.428E-03  2.857E-05   1.003E+02   1.003E+02
     4    2.400E+02  4.252E+00  8.504E-02  -8.999E+01  -8.999E+01
     5    3.000E+02  7.603E-04  1.521E-05   1.792E+02   1.792E+02
     6    3.600E+02  1.826E+00  3.651E-02  -8.999E+01  -8.999E+01
     7    4.200E+02  5.846E-04  1.169E-05  -7.125E+01  -7.125E+01
     8    4.800E+02  1.018E+00  2.035E-02  -9.003E+01  -9.003E+01
     9    5.400E+02  5.901E-04  1.180E-05   3.476E+01   3.476E+01
COMPONENTES DE FOURIER DE LA RESPUESTA TRANSITORIA DE I(R)
DC COMPONENT = 1.591341E+01
 HARMONIC  FREQUENCY   FOURIER   NORMALIZED    PHASE     NORMALIZED
    NO       (HZ)     COMPONENT  COMPONENT     (DEG)     PHASE (DEG)
     1    6.000E+01  5.189E+00  1.000E+00  -7.802E+01   0.000E+00
     2    1.200E+02  1.119E+00  2.157E-01  -1.740E+02  -9.593E+01
     3    1.800E+02  8.419E-05  1.623E-05   2.211E+01   1.001E+02
     4    2.400E+02  1.122E-01  2.163E-02  -1.770E+02  -9.896E+01
     5    3.000E+02  4.845E-05  9.337E-06  -4.102E+01   3.700E+01
     6    3.600E+02  3.202E-02  6.171E-03  -1.780E+02  -9.997E+01
     7    4.200E+02  2.151E-05  4.145E-06  -9.979E+01  -2.177E+01
     8    4.800E+02  1.325E-02  2.554E-03  -1.785E+02  -1.005E+02
     9    5.400E+02  7.907E-05  1.524E-05  -1.152E+02  -3.715E+01
```

Observe la semejanza entre los términos de Fourier obtenidos analíticamente y la salida de PSpice. La corriente media puede obtenerse en Probe introduciendo AVG(I(R)), con lo que se obtiene 15,9 A. La potencia media en la resistencia puede obtenerse especificando AVG(V(2,3)*I(R)), lo que da como resultado $P = 535$ W. Es importante que la simulación represente la corriente periódica en régimen permanente para que los resultados sean válidos.

Reducción de los armónicos de la corriente de carga

La corriente media en la carga R-L es una función de la tensión aplicada y de la resistencia, pero no de la inductancia. La inductancia afecta sólo a los términos de alterna de la serie de Fourier. Si la inductancia es infinitamente grande, la impedancia de la carga para los términos de alterna de la serie de Fourier es infinita y la corriente de carga es puramente continua. La corriente de carga es, por tanto

$$i_o(t) \approx I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{V_m}{\pi R}\left(\frac{L}{R} \to \infty\right) \tag{3.35}$$

Una bobina de valor grande con un diodo de libre circulación proporciona un medio para establecer una corriente de carga prácticamente constante. Se puede estimar que la fluctuación entre cero y el valor de pico de la corriente de carga es igual a la amplitud del primer término de alterna en la serie de Fourier. Luego el rizado de pico a pico es

$$\Delta I_o \approx 2I_1 \tag{3.36}$$

Ejemplo 3.8. Rectificador de media onda con diodo de libre circulación: $L/R \rightarrow \infty$

Para el rectificador de media onda con un diodo de libre circulación y carga LR que se ilustra en la Figura 3.7a, el generador es de 240 V rms a 60 Hz y $R = 8\ \Omega$. (a) Supongamos que L es infinita, para propósitos prácticos. Determine la potencia absorbida por la carga y el factor de potencia visto por el generador. Dibuje v_0, i_{D_1} e i_{D_2}. (b) Determine la corriente media en cada diodo. (c) Determine L de modo que la corriente de pico a pico no sea superior al 10 % de la corriente media.

Solución. **(a)** La tensión en la carga R-L es una onda sinusoidal con rectificación de media onda, cuyo valor medio es V_m/π. La corriente en la carga es

$$i_o(\omega t) \approx I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{V_m/\pi}{R} = \frac{240\sqrt{2})/\pi}{8} = 13{,}5\ \text{A} \approx I_{\text{rms}}$$

La potencia en la resistencia es

$$P = (I_{\text{rms}})^2 R = (13{,}5)^2 8 = 1.459\ \text{W}$$

La corriente eficaz del generador se calcula a partir de

$$I_{s,\,\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} (13{,}5)^2\, d(\omega t)} = 9{,}55\ \text{A}$$

El factor de potencia es

$$fp = \frac{P}{V_{s,\,\text{rms}} I_{s,\,\text{rms}}} = \frac{1.459}{(240)(9{,}55)} = 0{,}637$$

Las formas de onda de la corriente y la tensión se muestran en la Figura 3.10.

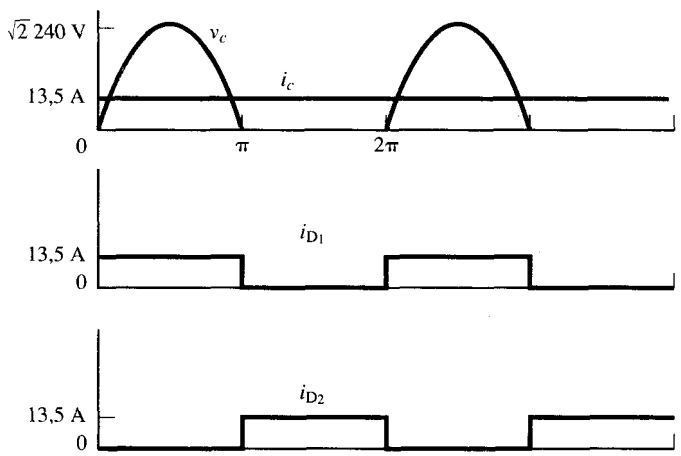


Figura 3.10. Formas de onda del rectificador de media onda con diodo de libre circulación del Ejemplo 3.9, con $L/R \rightarrow \infty$.

(b) Cada diodo conduce durante un semiciclo. La corriente media de cada diodo es $I_0/2 = 13{,}5/2 = 6{,}75$ A.

(c) El valor de la inductancia requerido para limitar la variación de la corriente de la carga al 10 %, puede aproximarse a partir de la frecuencia fundamental de la serie de Fourier. La tensión de entrada a la carga para $n = 1$ en la Ecuación 3.34 tiene una amplitud $V_m/2 = \sqrt{2}(240)/2 = 170$ V. La corriente de pico a pico debe limitarse a

$$\Delta i_o = (0{,}10)(I_0) = (0{,}10)(13{,}5) = 1{,}35 \text{ A}$$

lo que corresponde a una amplitud de $1{,}35/2 = 0{,}675$ A. La impedancia de la carga para la frecuencia fundamental debe ser

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{170}{0{,}675} = 251\ \Omega$$

La impedancia de la carga es

$$Z_1 = 251 = |R + j\omega L| = |8 + j377L|$$

Como la resistencia de 8 Ω es despreciable comparada con la impedancia total, la inductancia se puede aproximar a

$$L \approx \frac{|Z_1|}{\omega} = \frac{251}{377} = 0{,}67 \text{ H}$$

La inductancia tendrá que ser entonces ligeramente mayor que 0,67 H, porque los términos de Fourier mayores que $n = 1$ se han despreciado en este cálculo.

3.8. RECTIFICADOR DE MEDIA ONDA CON UN FILTRO DE CONDENSADOR

Creación de una tensión continua a partir de un generador de alterna

Una aplicación común de los circuitos rectificadores es convertir una tensión alterna de entrada en una tensión continua de salida. El rectificador de media onda de la Figura 3.11a tiene una carga R-C en paralelo. La finalidad del condensador es reducir la variación de la tensión de salida, haciéndola más parecida a la corriente continua. La resistencia puede representar una carga externa y el condensador puede ser un filtro que forme parte del circuito rectificador.

Suponiendo que, inicialmente, el condensador está descargado y que se proporciona energía al circuito en $\omega t = 0$, el diodo se polariza en directa cuando el generador produce una señal positiva. Con el diodo en conducción, la tensión de salida es igual a la tensión del generador y el condensador se carga. El condensador se carga a Vm cuando la tensión de entrada alcanza su pico positivo en $\omega t = \pi/2$.

Cuando la tensión del generador disminuye después de $\omega t = \pi/2$, el condensador se descarga a través de la resistencia de carga. En un determinado instante, la tensión del generador será menor que la tensión de salida, polarizando así al diodo en inversa y aislando la carga del gene-

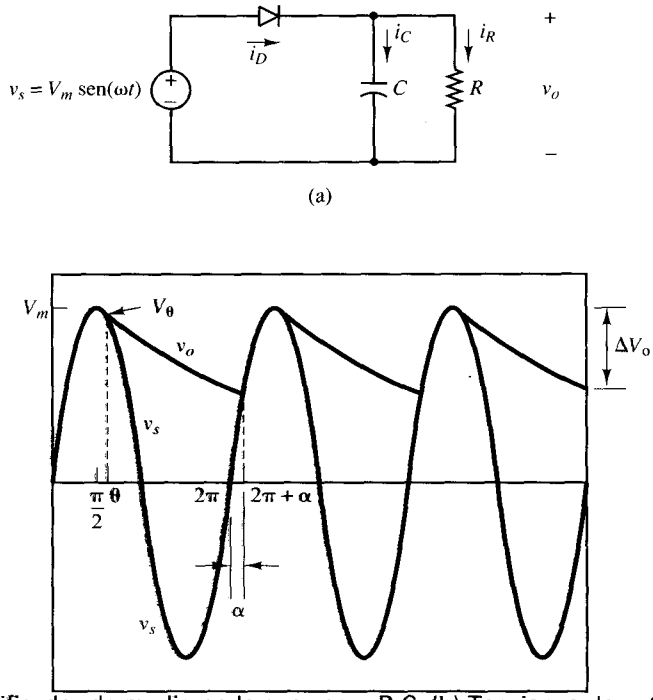


Figura 3.11. (a) Rectificador de media onda con carga R-C. (b) Tensiones de entrada y de salida.

rador. La tensión de salida decrece exponencialmente con la constante de tiempo de RC mientras que el diodo está al corte.

El punto en el que el diodo se pone al corte se determina comparando las velocidades de variación de las tensiones del generador y del condensador. El diodo se pone al corte cuando la velocidad de disminución de la tensión del generador excede a la permitida por la constante de tiempo de la carga R-C. El ángulo $\omega t = \theta$ es el punto en el que el diodo se pone al corte en la Figura 3.11b. La tensión de salida se describe mediante la expresión

$$v_o(\omega t) = \begin{cases} V_m \operatorname{sen} \omega t & \text{diodo en conducción} \\ V_\theta e^{-(\omega t - \theta)/\omega RC} & \text{diodo al corte} \end{cases} \tag{3.37}$$

donde

$$V_\theta = V_m \operatorname{sen} \theta \tag{3.38}$$

Las pendientes de estas funciones son

$$\frac{d}{d(\omega t)} (V_m \operatorname{sen} \omega t) = V_m \cos \omega t \tag{3.39}$$

y

$$\frac{d}{d(\omega t)} (V_m \operatorname{sen} \theta e^{-(\omega t - \theta)/\omega RC}) = V_m \operatorname{sen} \theta \left(-\frac{1}{\omega RC} \right) e^{(\omega t - \theta)/\omega RC} \tag{3.40}$$

En $\omega t = \theta$, las pendientes de las funciones de tensión son iguales:

$$V_m \cos\theta = \frac{V_m \operatorname{sen}\theta}{-\omega RC} e^{-(\theta-\theta)/\omega RC} = \frac{V_m \operatorname{sen}\theta}{-\omega RC}$$

$$= \frac{V_m \cos\theta}{V_m \operatorname{sen}\theta} = \frac{1}{-\omega RC}$$

$$= \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{-\omega RC}$$

Despejando θ y expresando θ para que se encuentre en el cuadrante adecuado

$$\boxed{\theta = \tan^{-1}(-\omega RC) = -\tan^{-1}(\omega RC) + \pi} \tag{3.41}$$

En circuitos prácticos donde la constante de tiempo es grande

$$\boxed{\theta \approx \frac{\pi}{2} \quad \text{y} \quad V_m \operatorname{sen}\theta \approx V_m} \tag{3.42}$$

Cuando la tensión del generador vuelve a alcanzar el valor de la tensión de salida en el periodo siguiente, el diodo vuelve a polarizarse en directa y la tensión de salida vuelve a ser igual a la del generador. El ángulo en el que el diodo conduce en el segundo periodo, $\omega t = 2\pi + \alpha$, es el punto en el que el generador sinusoidal alcanza el mismo valor que la salida exponencial atenuada:

$$V_m \operatorname{sen}(2\pi + \alpha) = (V_m \operatorname{sen}\theta) e^{-(2\pi+\alpha-\theta)/\omega RC}$$

o

$$\boxed{\operatorname{sen}(\alpha) - (\operatorname{sen}\theta) e^{-(2\pi+\alpha-\theta)/\omega RC} = 0} \tag{3.43}$$

La ecuación anterior debe resolverse numéricamente para obtener α.

La corriente en la resistencia se calcula a partir de $i_R = v_o/R$; y la corriente en el condensador, a partir de

$$i_C(t) = C \frac{dv_o(t)}{dt}$$

que también se puede expresar utilizando ωt como variable:

$$i_C(\omega t) = \omega C \frac{dv_o(\omega t)}{d(\omega t)}$$

Utilizando la expresión de v_o dada por la Ecuación 3.37

$$i_C(\omega t) = \begin{cases} -\dfrac{V_m \operatorname{sen}\theta}{R}\, e^{-(\omega t-\theta)/\omega RC} & \text{para } \theta \leqslant \omega t \leqslant 2\pi + \alpha \\ & \text{(diodo al corte)} \\ \omega C V_m \cos(\omega t) & \text{para } 2\pi + \alpha \leqslant \omega t \leqslant 2\pi + \theta \\ & \text{(diodo en conducción)} \end{cases} \tag{3.44}$$

La corriente del generador, que es igual a la corriente del diodo, es

$$i_s = i_D = i_R + i_C \tag{3.45}$$

La corriente media del condensador es cero, por lo que la corriente media del diodo es igual a la corriente media en la carga. Ya que el diodo conduce durante un periodo corto de tiempo en cada ciclo, la corriente de pico del diodo es generalmente mucho mayor que la corriente media del mismo. La corriente de pico del condensador se produce cuando el diodo entra en conducción en $\omega t = 2\pi + \alpha$. A partir de la Ecuación 3.44

$$I_{C,\text{pico}} = \omega C V_m \cos(2\pi + \alpha) = \omega C V_m \cos\alpha \tag{3.46}$$

La corriente en la resistencia para $\omega t = 2\pi + \alpha$ se obtiene usando la Ecuación 3.37:

$$i_R(2\pi + \alpha) = \frac{V_m \operatorname{sen}(2\pi + \alpha)}{R} = \frac{V_m \operatorname{sen}\alpha}{R} \tag{3.47}$$

La corriente de pico del diodo es

$$I_{D,\text{pico}} = \omega C V_m \cos\alpha + \frac{V_m \operatorname{sen}\alpha}{R} = V_m\left(\omega C \cos\alpha + \frac{\operatorname{sen}\alpha}{R}\right) \tag{3.48}$$

La eficacia del filtro de condensador se determina mediante la variación en la tensión de salida, lo que puede expresarse como la diferencia entre la tensión máxima y mínima de salida, que es la tensión de rizado de pico a pico. Para el rectificador de media onda de la Figura 3.11a, la tensión máxima de salida es V_m. La tensión mínima de salida tiene lugar en $\omega t = 2\pi + \alpha$, y puede calcularse mediante $V_m \operatorname{sen}(\alpha)$. El rizado de pico a pico para el circuito de la Figura 3.11a se expresa de la forma siguiente

$$\Delta V_o = V_m - V_m \operatorname{sen}\alpha = V_m(1 - \operatorname{sen}\alpha) \tag{3.49}$$

En los circuitos en los que el condensador se selecciona para proporcionar una tensión continua de salida casi constante, la constante de tiempo R-C es grande comparada con el periodo de la onda sinusoidal y se aplica la Ecuación 3.42. Además, el diodo entra en conducción en un punto cercano al pico de la onda sinusoidal cuando $\alpha \approx \pi/2$. La variación en la tensión de salida

cuando el diodo está al corte se describe en la Ecuación 3.37. Si $V_0 \approx V_m$ y $\theta \approx \pi/2$, entonces la Ecuación 3.37 evaluada para $\alpha = \pi/2$ es

$$v_o(2\pi + \alpha) \approx V_m e^{-(2\pi + \pi/2 - \pi/2)/\omega RC} = V_m e^{-2\pi/\omega RC}$$

La tensión de rizado puede entonces aproximarse como

$$\Delta V_o \approx V_m - V_m e^{-2\pi/\omega RC} = V_m(1 - e^{-2\pi/\omega RC}) \tag{3.50}$$

Además, la función exponencial de la ecuación anterior puede ser aproximada por la expansión en serie:

$$e^{-2\pi/\omega RC} \approx 1 - \frac{2\pi}{\omega RC}$$

Sustituyendo la función exponencial en la Ecuación 3.50, el rizado de pico a pico será aproximadamente igual a

$$\boxed{\Delta V_o \approx V_m\left(\frac{2\pi}{\omega RC}\right) = \frac{V_m}{fRC}} \tag{3.51}$$

El rizado de la tensión de salida se reduce incrementando el condensador de filtro C. A medida que C aumenta, el intervalo de conducción del diodo disminuye. Por tanto, incrementar la capacidad para reducir el rizado de tensión de salida resultará en una mayor corriente de pico en el diodo.

Ejemplo 3.9. Rectificador de media onda con carga R-C

El rectificador de media onda de la Figura 3.11a utiliza un generador de 120 V rms a 60 Hz, $R = 500\ \Omega$ y $C = 100\ \mu$F. Determine: (a) una expresión para la tensión de salida, (b) la variación de la tensión de pico a pico en la salida y (c) una expresión para la corriente del condensador. (d) Determine la corriente de pico del diodo. (e) Determine C para que ΔV_o sea un 1 % de V_m.

Solución. A partir de los parámetros dados

$$V_m = 120\sqrt{2} = 169{,}7\ \text{V}$$
$$\omega RC = (2\pi 60)(500)(10)^{-4} = 18{,}85\ \text{rad}$$

El ángulo θ se determina mediante la Ecuación 3.41:

$$\theta = -\tan^{-1}(18{,}85) + \pi = 1{,}62\ \text{rad} = 93^\circ$$
$$V_m \operatorname{sen}\theta = 169{,}5\ \text{V}$$

El ángulo α se determina a partir de la solución numérica de la Ecuación 3.43:

$$\operatorname{sen}(\alpha) - \operatorname{sen}(1{,}62)e^{-(2\pi + \alpha - 1{,}62)/18{,}85} = 0$$

con lo que se obtiene

$$\alpha = 0{,}843\ \text{rad} = 48^\circ$$

(a) La tensión de salida se expresa mediante la Ecuación 3.37:

$$v_o(\omega t) = \begin{cases} 169{,}7 \operatorname{sen}(\omega t) & 2\pi + \alpha \leqslant \omega t \leqslant 2\pi + \theta \\ 169{,}5e^{-(\omega t - 1{,}62)/18{,}85} & \theta \leqslant \omega t \leqslant 2\pi + \alpha \end{cases}$$

(b) La tensión de pico a pico de salida se describe mediante la Ecuación 3.49:

$$\Delta V_o = V_m(1 - \operatorname{sen}\alpha) = 169{,}7(1 - \operatorname{sen}(0{,}843) = 43 \text{ V}$$

(c) La corriente del condensador se determina a partir de la Ecuación 3.44:

$$i_C(\omega t) = \begin{cases} -0{,}339e^{-(\omega t - 1{,}62)/18{,}85} \text{ A} & \theta \leqslant \omega t \leqslant 2\pi + \alpha \\ 6{,}4 \cos(\omega t) \text{ A} & 2\pi + \alpha \leqslant \omega t \leqslant 2\pi + \theta \end{cases}$$

(d) La corriente de pico del diodo se determina mediante la Ecuación 3.48:

$$I_{D,\text{pico}} = \sqrt{2}(120)\left[377(10)^{-4}\cos(0{,}843) + \frac{\operatorname{sen}(8{,}43)}{500}\right]$$
$$= 4{,}26 + 0{,}34 = 4{,}50 \text{ A}$$

(e) Para $\Delta V_o = 0{,}01V_m$ se puede utilizar la Ecuación 3.51:

$$C \approx \frac{V_m}{fR(\Delta V_o)} = \frac{V_m}{(60)(500)(0{,}01V_m)} = \frac{1}{300} \text{ F} = 3333 \ \mu\text{F}$$

Observe que la corriente de pico del diodo se puede determinar mediante la Ecuación 3.48, utilizando un valor estimado de α a partir de la Ecuación 3.49:

$$\alpha \approx \operatorname{sen}^{-1}\left(1 - \frac{\Delta V_o}{V_m}\right) = \operatorname{sen}^{-1}\left(1 - \frac{1}{fRC}\right) = 81{,}9^\circ$$

De acuerdo con la Ecuación 3.48, la corriente de pico del diodo es 30,4 A.

Solución de PSpice. Un archivo de entrada de PSpice para este circuito es el siguiente:

```
RECTIFICADOR DE MEDIA ONDA CON CARGA RC (halfrc.cir)
VS 1 0 SIN(0 169.7 60)
D 1 2 DMOD
R 2 0 500
C 2 0 100UF IC = 0
.MODEL DMOD D
.TRAN .01MS 50MS 0 50uS UIC
.PROBE
.OPTIONS RELTOL = .0000001
.END
```

La opción RELTOL permite al programa converger a una solución más exacta. En este análisis se ha utilizado el diodo predeterminado, por lo que los resultados difieren ligeramente de la solución analíti-

ca basada en el diodo ideal. La caída del diodo hace que la tensión máxima de salida sea menor que la del generador.

En la Figura 3.12 se representa la salida de Probe. Los ángulos θ y α se determinan directamente modificando, primero, la variable x para indicar los grados (x-variable = time*60*360) y, después, utilizando la opción de cursor. La opción RESTRICT DATA se utiliza para calcular magnitudes basadas en valores de régimen permanente (de 16,67 ms a 50 ms). El régimen permanente se caracteriza porque las formas de ondas comienzan y terminan cada periodo con el mismo valor. Observe que la corriente de pico del diodo es mayor en el primer periodo debido a que, inicialmente, el condensador está descargado.

Resultados obtenidos mediante el cursor

Magnitud	Resultado
$\alpha + 360^\circ$	408° ($\alpha = 48^\circ$)
θ	$98{,}6^\circ$
$V_o$máx	168,9 V
$V_o$mín	126 V
ΔV_o	42,9 V
$I_{D,\text{pico}}$	4,49 A en régimen permanente; 6,40 A en el primer periodo
$I_{C,\text{pico}}$	4,24 A en régimen permanente; 6,40 A en el primer periodo

Resultados tras haber restringido los datos al régimen permanente

Magnitud	Expresión de Probe	Resultado
$I_{D,\text{med}}$	AVG(I(D))	0,295 A
$I_{C,\text{rms}}$	RMS(I(C))	0,908 A
$I_{R,\text{med}}$	AVG(V(2)*I(R))	43,8 W
P_s	AVG(V(1)*I(D))	44,05 W
P_D	AVG(V(1, 2)*I(D))	254 mW

En el ejemplo anterior, el rizado (o variación) en la tensión de salida es muy grande y el condensador no resulta ser un filtro eficaz. En numerosas aplicaciones, resulta conveniente producir una salida más parecida a la corriente continua, lo que requiere que la constante de tiempo RC sea grande comparada con el periodo de la tensión de entrada, lo que a su vez provoca una pequeña caída exponencial en la tensión de salida. Si un condensador de filtro es eficaz, la tensión de salida es esencialmente igual a la tensión de pico de entrada.

3.9. EL RECTIFICADOR DE MEDIA ONDA CONTROLADO

Los rectificadores de media onda analizados anteriormente en este capítulo se conocen como rectificadores no controlados. Una vez que se establecen los parámetros del generador y de la carga, el nivel de continua de la salida y la potencia transferida a la carga son magnitudes fijas.

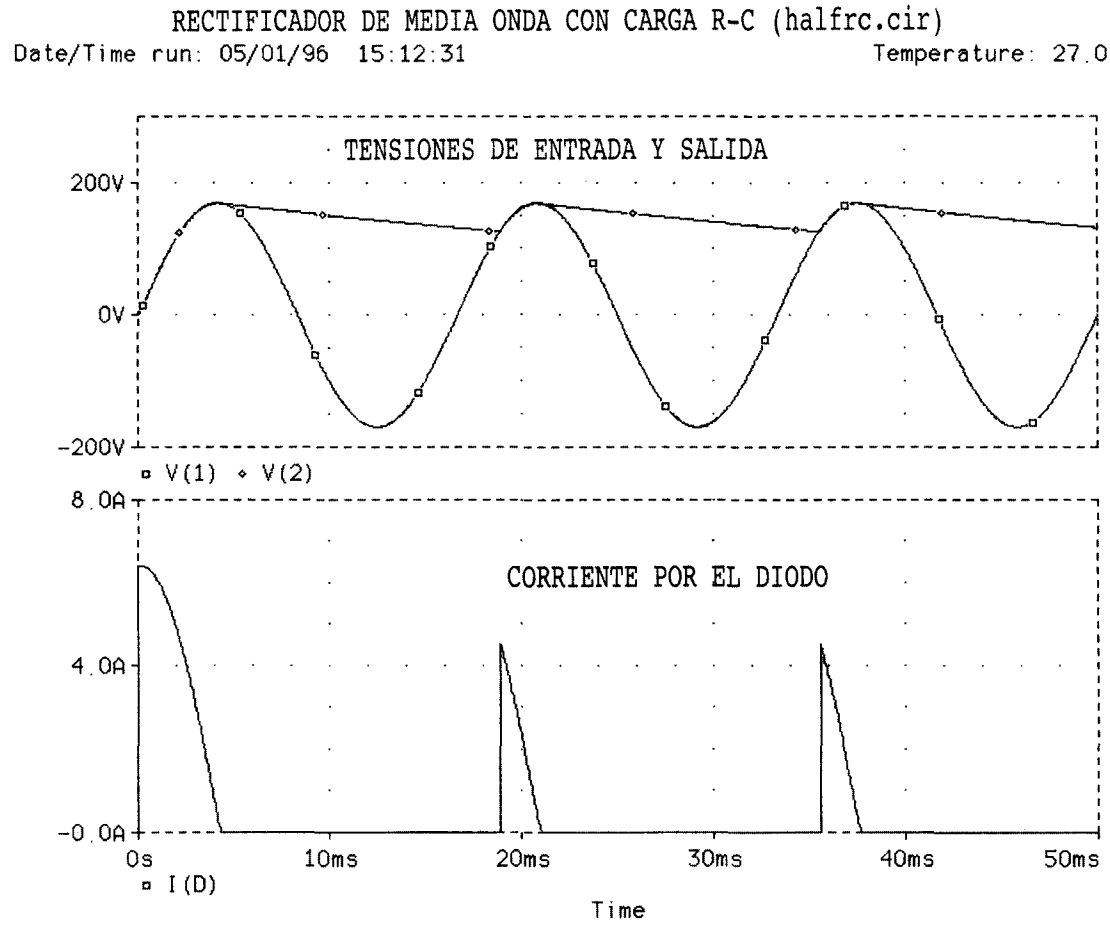


Figura 3.12. *Salida de Probe para el Ejemplo 3.9.*

Una forma de controlar la salida de un rectificador de media onda es utilizar un SCR[1] en lugar de un diodo. En la Figura 3.13a se representa un rectificador de media onda controlado básico con una carga resistiva. Se deben cumplir dos condiciones antes de que el SCR pueda entrar en conducción:

1. El SCR debe estar polarizado en directa ($v_{SCR} > 0$).
2. Se debe aplicar una corriente a la puerta del SCR.

A diferencia del diodo, el SCR no entrará en conducción en cuanto la señal del generador sea positiva. La conducción no se inicia hasta que se aplica una corriente de puerta, lo cual es la base para utilizar el SCR como medio de control. Una vez que el SCR conduce, la corriente de puerta se puede retirar y el SCR continúa en conducción hasta que la corriente se hace igual a cero.

[1] Puede utilizarse una conmutación mediante otros dispositivos de encendido controlado, como los transistores, para controlar la salida de un convertidor.

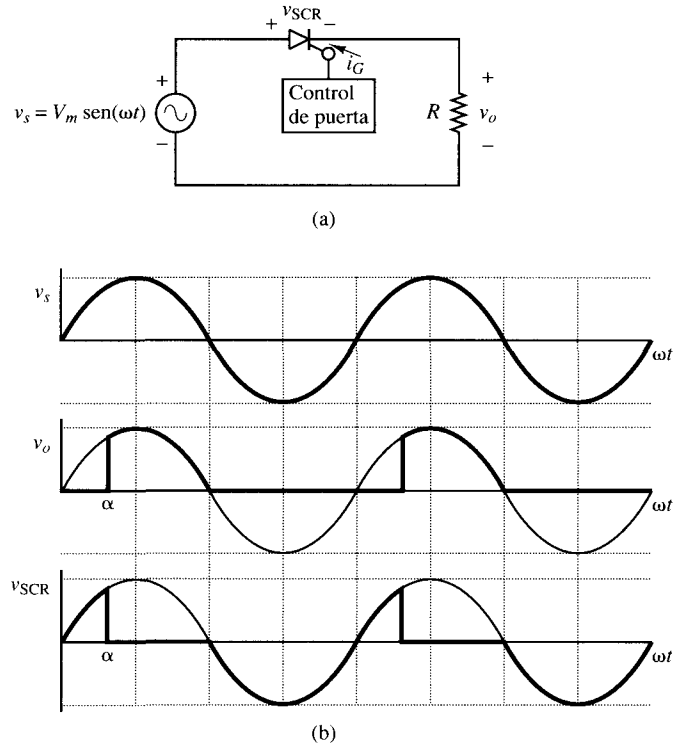


Figura 3.13. (a) Rectificador controlado básico. (b) Formas de onda de tensión.

Carga resistiva

La Figura 3.13b muestra las formas de onda de la tensión para un rectificador controlado de media onda con carga resistiva. Se aplica una señal de puerta al SCR en $\omega t = \alpha$, donde α es el ángulo de disparo. En la Figura 3.13a, la tensión (continua) media en la resistencia de carga es

$$V_o = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi} V_m \operatorname{sen}(\omega t)\, d(\omega t) = \frac{V_m}{2\pi}[1 + \cos\alpha] \tag{3.52}$$

La potencia absorbida por la resistencia es V_{rms}^2/R, donde la tensión eficaz en la resistencia se calcula mediante

$$\begin{aligned} V_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} v_0^2(\omega t)\, d(\omega t)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi} [V_m \operatorname{sen}(\omega t)]^2\, d(\omega t)} \\ &= \frac{V_m}{2}\sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\operatorname{sen}(2\alpha)}{2\pi}} \end{aligned} \tag{3.53}$$

Ejemplo 3.10. Rectificador controlado de media onda con carga resistiva

Diseñe un circuito que genere una tensión media de 40 V en una resistencia de carga de 100 Ω a partir de un generador de alterna de 120 V rms a 60 Hz. Determine la potencia absorbida por la resistencia y el factor de potencia.

Solución. Si se utiliza un rectificador no controlado de media onda, la tensión media sería $V_m/\pi = 120\sqrt{2}/\pi = 54$ V. Se pueden encontrar algunas formas de reducir la tensión media en la resistencia a los 40 V especificados para el diseño. Podría añadirse una inductancia o una resistencia en serie a un rectificador no controlado o se podría utilizar un rectificador controlado. El rectificador controlado de la Figura 3.13a tiene la ventaja de que no altera la carga ni introduce pérdidas, de modo que optamos por él para esta aplicación.

Reordenamos la Ecuación 3.52 para determinar el ángulo de disparo:

$$\alpha = \cos^{-1}\left[V_o\left(\frac{2\pi}{V_m}\right) - 1\right]$$

$$= \cos^{-1}\left[40\left(\frac{2\pi}{\sqrt{2}(120)}\right) - 1\right]$$

$$= 61{,}2^\circ = 1{,}07 \text{ rad}$$

La Ecuación 3.53 da

$$V_{\text{rms}} = \frac{\sqrt{2}(120)}{2}\sqrt{1 - \frac{1{,}07}{\pi} + \frac{\text{sen}\,[2(1{,}07)]}{2\pi}} = 75{,}6 \text{ V}$$

La potencia en la carga es

$$P_R = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R} = \frac{(75{,}6)^2}{100} = 57{,}1 \text{ W}$$

El factor de potencia del circuito es

$$pf = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{S,\,\text{rms}} I_{\text{rms}}} = \frac{57{,}1}{(120)(75{,}6/100)} = 0{,}63$$

Carga R-L

La Figura 3.14a muestra un rectificador controlado de media onda. El análisis de este circuito es similar al del rectificador no controlado. La corriente es la suma de las respuestas natural y forzada y se aplica la Ecuación 3.9:

$$i(\omega t) = i_f(\omega t) + i_n(\omega t)$$

$$= \left(\frac{V_m}{Z}\right)\text{sen}\,(\omega t - \theta) + Ae^{-\omega t/\omega\tau}$$

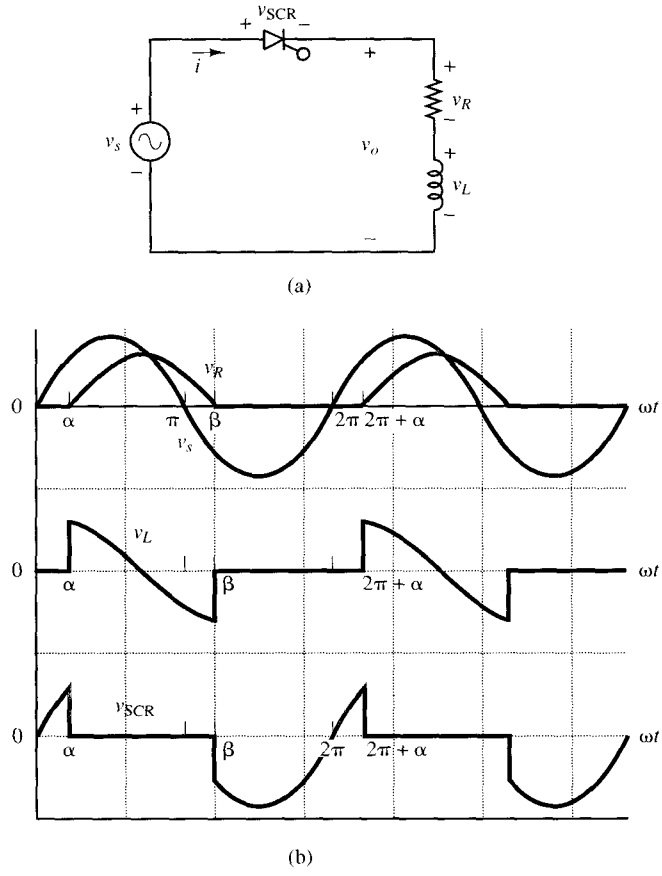


Figura 3.14. (a) Rectificador controlado de media onda con carga R-L. (b) Formas de onda de la tensión.

La constante A se determina a partir de la condición inicial $i(\alpha) = 0$:

$$i(\alpha) = 0 = \left(\frac{V_m}{Z}\right)\text{sen}\,(\alpha - \theta) + Ae^{-\alpha/\omega\tau}$$

$$A = \left[-\left(\frac{V_m}{Z}\right)\text{sen}\,(\alpha - \theta)\right]e^{\alpha/\omega\tau} \tag{3.54}$$

Sustituyendo A y simplificando

$$i(\omega t) = \begin{cases} \left(\dfrac{V_m}{Z}\right)[\text{sen}\,(\omega t - \theta) - \text{sen}\,(\alpha - \theta)e^{(\alpha - \omega t)/\omega\tau}] \\ \qquad\qquad \text{para} \quad \alpha \leqslant \omega t \leqslant \beta \\ 0 \quad \text{en otro caso} \end{cases} \tag{3.55}$$

El ángulo de extinción β se define como el ángulo para el que el valor de la corriente se hace cero, como ocurre en el caso de un rectificador no controlado. Cuando $\omega t = \beta$,

$$i(\beta) = 0 = \left(\frac{V_m}{Z}\right)[\text{sen}\,(\beta - \theta) - \text{sen}\,(\alpha - \theta)e^{(\alpha-\beta)/\omega\tau}] \tag{3.56}$$

que debe resolverse numéricamente para obtener β. El ángulo $\beta - \alpha$ se conoce como ángulo de conducción, γ. La Figura 3.14b muestra las formas de onda de la tensión.

La corriente (continua) media de salida es

$$V_o = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta} V_m \,\text{sen}\,(\omega t)\, d(\omega t) = \frac{V_m}{2\pi}[\cos\alpha - \cos\beta] \tag{3.57}$$

La corriente media se calcula a partir de

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta} i(\omega t)\, d(\omega t) \tag{3.58}$$

donde $i(\omega t)$ se define en la Ecuación 3.55. La potencia absorbida por la carga es $I_{\text{rms}}^2 R$, donde la corriente eficaz se calcula mediante

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta} i^2(\omega t)\, d(\omega t)} \tag{3.59}$$

Ejemplo 3.11. Rectificador controlado de media onda con carga R-L

Para el circuito de la Figura 3.14a, el generador es de 120 V rms a 60 Hz, $R = 20\ \Omega$, $L = 0{,}04$ H y el ángulo de disparo es 45°. Determine: (a) una expresión para $i(\omega t)$, (b) la corriente media, (c) la potencia absorbida por la carga y (d) el factor de potencia.

Solución. **(a)** A partir de los parámetros dados

$$V_m = 120\sqrt{2} = 169{,}7 \text{ V}$$
$$Z = (R^2 + (\omega L)^2)^{0,5} = (20^2 + (377 \cdot 0{,}04)^2)^{0,5} = 25{,}0\ \Omega$$
$$\Theta = \tan^{-1}(\omega L/R) = \tan^{-1}(377 \cdot 0{,}04/20) = 0{,}646 \text{ rad}$$
$$\omega\tau = \omega L/R = 377 \cdot 0{,}04/20 = 0{,}754$$
$$\alpha = 45^\circ = 0{,}785 \text{ rad}$$

Sustituyendo las magnitudes anteriores en la Ecuación 3.55, la corriente se expresa como

$$i(\omega t) = 6{,}78\,\text{sen}\,(\omega t - 0{,}646) - 2{,}67e^{-\omega t/0{,}754} \text{ A}$$
$$\text{para} \quad \alpha \leqslant \omega t \leqslant \beta$$

La ecuación anterior es válida de α a β, donde β se calcula numéricamente igualando la ecuación a cero y resolviendo para ωt, dando como resultado $\beta = 3{,}79$ rad (217°). El ángulo de conducción es $\gamma = \beta - \alpha = 3{,}79 - 0{,}785 = 3{,}01$ rad = 172°.

(b) La corriente media se determina a partir de la Ecuación 3.58:

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_{0,785}^{3,79} [6,78 \operatorname{sen}(\omega t - 0,646) - 2,67e^{-\omega t/0,754}]\, d(\omega t)$$
$$= 2,19 \text{ A}$$

(c) La potencia absorbida por la carga se calcula mediante $I_{rms}^2 R$, donde

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{0,785}^{3,79} [6,78 \operatorname{sen}(\omega t - 0,646) - 2,67e^{-\omega t/0,754}]^2\, d(\omega t)}$$
$$= 3,26 \text{ A}$$

obteniéndose

$$P = I_{rms}^2 R = (3,26 \text{ A})^2(20) = 213 \text{ W}$$

(d) El factor de potencia es

$$pf = \frac{P}{S} = \frac{213}{(120)(3,26)} = 0,54$$

Carga RL-generador

La Figura 3.15 presenta un rectificador con una resistencia, una inductancia y un generador de continua en serie. El análisis de este circuito es muy similar al del rectificador no controlado de media onda expuesto anteriormente en este capítulo. La principal diferencia es que, para el rectificador no controlado, la conducción comienza tan pronto como la tensión del generador alcanza el nivel de la tensión continua. Para el rectificador controlado, la conducción se inicia cuando se aplica una señal de puerta al SCR, siempre que el SCR esté polarizando en directa. Por tanto, la señal de puerta puede aplicarse en cualquier instante en el que la señal del generador de alterna sea mayor que la del generador de continua:

$$\alpha_{min} = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{V_{cc}}{V_m}\right) \tag{3.60}$$

La corriente se expresa como en la Ecuación 3.22, con α especificado dentro del margen admisible:

$$i(\omega t) = \begin{cases} \dfrac{V_m}{Z}\operatorname{sen}(\omega t - \theta) - \dfrac{V_{cc}}{R} + Ae^{-\omega t/\omega\tau} & \text{para} \quad \alpha \leqslant \omega t \leqslant \beta \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \tag{3.61}$$

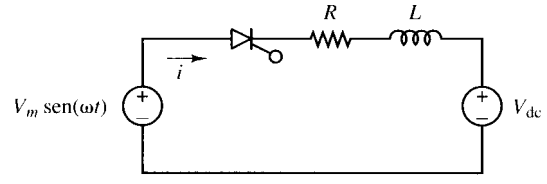


Figura 3.15. Rectificador controlado con carga RL-generador.

donde A se determina mediante la Ecuación 3.61:

$$A = \left[-\left(\frac{V_m}{Z}\right) \text{sen}\,(\alpha - \theta) + \frac{V_{cc}}{R} \right] e^{\alpha/\omega\tau}$$

Ejemplo 3.12. Rectificador controlado con carga RL-generador

El rectificador controlado de media onda de la Figura 3.15 tiene una entrada alterna de 120 V rms a 60 Hz, $R = 2\ \Omega$, $L = 20$ mH y $V_{cc} = 100$ V. El ángulo de disparo α es de 45°. (a) Determine una expresión para la corriente. (b) Determine la potencia absorbida por la resistencia. (c) Determine la potencia absorbida por el generador de continua de la carga.

Solución. A partir de los parámetros dados

$$V_m = 120\sqrt{2} = 169{,}7 \text{ V}$$
$$Z = (R^2 + (\omega L)^2)^{0,5} = (2^2 + 377 \cdot 0{,}02)^2)^{0,5} = 7{,}80\ \Omega$$
$$\Theta = \tan^{-1}(\omega L/R) = \tan^{-1}(377 \cdot 0{,}02/2) = 1{,}312 \text{ rad}$$
$$\omega\tau = \omega L/R = 377 \cdot 0{,}02/2 = 3{,}77$$
$$\alpha = 4^\circ = 0{,}785 \text{ rad}$$

(a) Primero, utilizamos la Ecuación 3.60 para determinar si $\alpha = 45^\circ$ es admisible. El ángulo de disparo mínimo es

$$\alpha_{\text{min}} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{100}{120\sqrt{2}}\right) = 36^\circ$$

lo que indica que 45° es un valor permitido. La Ecuación 3.61 se convierte en

$$i(\omega t) = 21{,}8 \,\text{sen}\,(\omega t - 1{,}312) - 50 + 75{,}0e^{-\omega t/3{,}77} \text{ A}$$
$$\text{para} \quad 0{,}785 \leqslant \omega t \leqslant 3{,}37 \text{ rad}$$

donde el ángulo de extinción β se determina numéricamente utilizando la ecuación $i(\beta) = 0$ y es igual a 3,37 rad.

(b) La potencia absorbida por la resistencia es $I_{\text{rms}}^2 R$, donde I_{rms} se calcula a partir de la Ecuación 3.59 utilizando la expresión anterior para $i(\omega t)$:

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta} i^2(\omega t)\, d(\omega t)} = 3{,}90 \text{ A}$$
$$P = (3{,}90)^2(2) = 30{,}4 \text{ W}$$

(c) La potencia absorbida por el generador de corriente continua es IV_{cc}, donde I se calcula a partir de la Ecuación 3.58:

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta} i(\omega t)\, d(\omega t) = 2{,}19 \text{ A}$$
$$P_{cc} = IV_{cc} = (2{,}19)(100) = 219 \text{ W}$$

3.10. SOLUCIONES DE PSpice PARA RECTIFICADORES CONTROLADOS

Modelado del SCR en PSpice

Para simular un rectificador de media onda controlado en PSpice, se debe seleccionar un modelo de SCR. Se puede utilizar para la simulación de un rectificador de media onda controlado un modelo de SCR de los que se encuentran disponibles en una biblioteca de dispositivos. En la siguiente simulación se utiliza el SCR contenido en la biblioteca de dispositivos de la versión de evaluación de PSpice.

Un archivo de entrada para el circuito del Ejemplo 3.10 es el siguiente:

```
RECTIFICADOR DE MEDIA ONDA CONTROLADO - EJEMPLO (contscr.cir)
.PARAM VM={120*SQRT(2)}
.PARAM ALPHA=45                ;ángulo de disparo en grados
.PARAM DLAY={ALPHA/360/60}     ;retardo en segundos
.PARAM PW={1MS}                ;anchura del pulso de puerta
VS 1 0 SIN(0 {VM} 60)
R 1 2 100
XSCR 2 3 0 SCR                 ;SCR de la biblioteca
RGATE 3 4 500                  ;resistencia del circuito de puerta
VPULSE 4 0 PULSE(-1V 10V {DLAY} 1NS 1NS {PW} {1/60})
                               ;generador de tensión en el circuito
                                de puerta
.LIB EVAL.LIB                  ;incluir biblioteca de dispositivos
                                de la versión de evaluación
.TRAN .1MS 50MS UIC
.PROBE
.END
```

Un modelo alternativo para el SCR es un conmutador controlado por tensión y un diodo, como describimos en el Capítulo 1. El conmutador controla cuándo entra en conducción el SCR y el diodo sólo permite la circulación de la corriente en un sentido. El conmutador debe permanecer cerrado durante al menos el ángulo de conducción de la corriente. Las ventajas de utilizar este sencillo modelo de SCR son que los tiempos de ejecución son menores y que existe la posibilidad de utilizar varios SCR en la versión de evaluación de PSpice. La desventaja más importante de este modelo es que el control del conmutador debe mantener cerrado el conmutador durante todo el periodo de conducción y debe abrirlo antes de que la señal del generador pase a ser positiva de nuevo. Un archivo de entrada para el circuito del Ejemplo 3.11 es el siguiente:

```
RECTIFICADOR DE MEDIA ONDA CONTROLADO - EJEMPLO 3-11 (contsw.cir)
*INTERRUPTOR CONTROLADO POR TENSIÓN PARA EL SCR
.PARAM VM={120*SQRT(2)}
.PARAM ALPHA=45 ;ÁNGULO DE RETARDO EN GRADOS
.PARAM DLAY={ALPHA/360/60}
.PARAM PW={1/60-DLAY*1.1}
VS 1 0 SIN(0 {VM} 60)
```

```
R 3 4 20
L 4 0 0.04 IC=0
SWITCH 1 2 10 0 SMOD                    ;SCR modelado como interruptor
DIODE 2 3 DMOD                          ;diodo del modelo del SCR
VPULSE 10 0 PULSE(-2V 2V {DLAY} 1NS 1NS {PW} {1/60})
                                        ;control para el interruptor
.MODEL SMOD VSWITCH(RON=.001)
.MODEL DMOD D
.TRAN .1MS 33.33MS 0 .05MS UIC
.PROBE
.END
```

Ejemplo 3.13. Diseño de un rectificador de media onda controlado utilizando PSpice

Una cierta carga está formada por una resistencia, una inductancia y un generador de continua conectados en serie con $R = 2\ \Omega$, $L = 20$ mH y $V_{cc} = 100$ V. Diseñe un circuito que entregue 150 W al generador de continua a partir de un generador de alterna de 120 V rms y 60 Hz.

Solución. La potencia de 150 W en un generador de continua necesita una corriente media de carga de 150 W/100 V = 1,5 A. Un rectificador no controlado con este generador y esta carga tendrá una corriente media de 2,25 A y una potencia media en el generador de continua de 225 W, como se calculó en el Ejemplo 3.5. Necesitamos encontrar una forma de limitar la corriente media a 1,5 A. Una de las opciones es añadir una resistencia o una inductancia en serie. Otra opción, que es la seleccionada para esta aplicación, consiste en utilizar el rectificador de media onda controlado de la Figura 3.15. La potencia entregada a los elementos de carga se determina mediante el ángulo de disparo α. Ya que no hay una solución analítica para α, se debe utilizar un método iterativo de prueba y error. Se utiliza una simulación de PSpice que incluye un comando de parámetro autoincremental, para probar con varios valores de α. Un archivo de entrada de PSpice es el siguiente:

```
RECTIFICADOR DE MEDIA ONDA CONTROLADO (stepalph.cir)
.PARAM ALPHA=50                         ;definición del parámetro alpha
.STEP PARAM ALPHA 50 90 10              ;alpha varía entre 50 y 90
                                         en incrementos de 10
.PARAM DLAY={ALPHA/360/60}
.PARAM PW={1/60-DLAY*1.1}               ;tiempo que el interruptor que
                                         representa al scr permanece cerrado
VS 1 0 SIN(0 {120*SQRT(2)} 60)
R 3 4 2
L 4 5 0.02 IC=0
VDC 5 0 100
SWITCH 1 2 10 0 SMOD                    ;modelo simplificado del scr
DIODE 2 3 DMOD
VPULSE 10 0 PULSE(-2V 2V {DLAY} 1NS 1NS {PW} {1/60} )
.MODEL SMOD VSWITCH(RON=.001)
.MODEL DMOD D
.TRAN .1MS 16.67MS UIC
.PROBE
.END
```

Cuando se introduce la expresión AVG(V(5)*I(VDC)), Probe genera una familia de curvas que representan los resultados para una serie de valores de α, como se muestra en la Figura 3.16. Un ángulo α de 70°, que tiene por resultado la entrega de 149 W a la carga, es la solución aproximada.

Para $\alpha = 70°$, en Probe, se obtienen los resultados siguientes:

Magnitud	Expresión	Resultado
Potencia del generador de continua	AVG(V(5)*I(VDC))	149 W (objetivo de diseño 150 W)
Corriente eficaz	RMS(I(R))	2,89 A
Potencia de la resistencia	AVG(V(3, 4))*I(R))	16,7 W
Potencia aparente del generador	RMS(V(1))*RMS(I(VS))	347 V-A
Potencia media del generador	AVG(V(1))*-I(VS))	167 W
Factor de potencia (P/S)	167/347	0,48

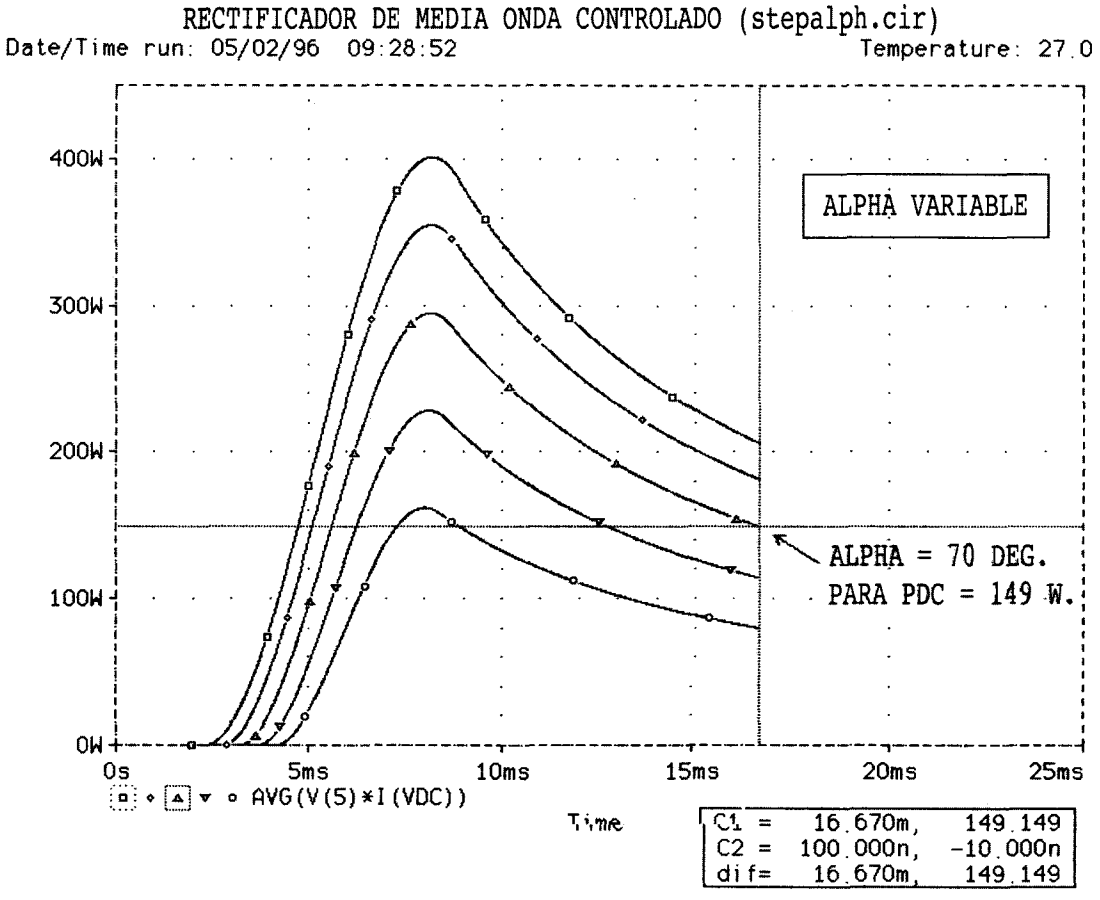


Figura 3.16. Salida de Probe para el Ejemplo 3.13 que muestra una familia de curvas para diferentes ángulos de disparo.

3.11. CONMUTACIÓN

Efecto de la inductancia del generador

En el estudio anterior sobre rectificadores de media onda se ha supuesto un generador ideal. En los circuitos reales, el generador tiene una impedancia equivalente que es predominantemente una reactancia inductiva. Para los circuitos rectificadores de media onda con un solo diodo de las Figuras 3.1 y 3.2, el circuito no ideal se analiza incluyendo la inductancia del generador con los elementos de carga. Sin embargo, la inductancia del generador provoca un cambio fundamental en el comportamiento del circuito para circuitos tales como el rectificador de media onda con un diodo de libre circulación.

La Figura 3.17a representa un rectificador de media onda con un diodo de libre circulación e inductancia de generador L_s. Supongamos que la inductancia de carga es muy grande, lo que hace que la corriente de carga sea constante. En $t = 0^-$, la corriente de carga es I_L, D_1 está al corte y D_2 conduce. Cuando la tensión del generador comienza a hacerse positiva, D_1 conduce, pero la corriente del generador no se hace igual de forma instantánea a la corriente de carga debido a la existencia de L_s. En consecuencia, D_2 debe permanecer en conducción mientras la

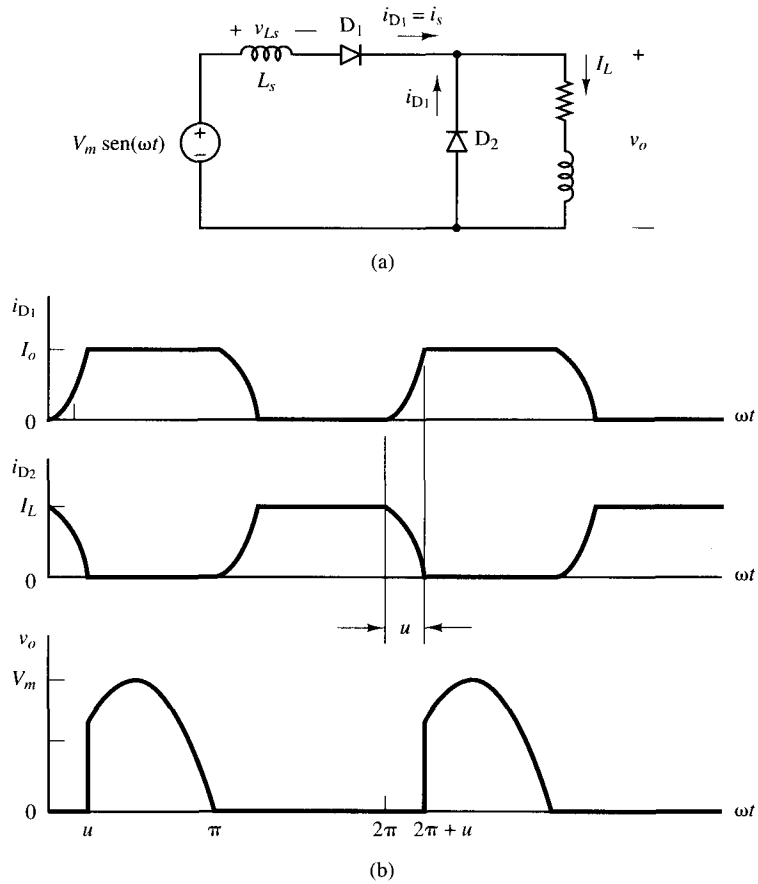


Figura 3.17. (a) Rectificador de media onda con diodo de libre circulación con diodo de libre circulación e inductancia de generador. (b) Corrientes de los diodo y tensión de carga, mostrando los efectos de la conmutación.

corriente en L_s y D_1 aumenta hasta alcanzar el nivel de la corriente de carga. El intervalo en que ambos diodos, D_1 y D_2, están activados se denomina tiempo de conmutación o ángulo de conmutación. *Conmutación es el proceso de desactivación de un interrumptor electrónico, lo que generalmente implica la transferencia de corriente de carga de un interrumptor a otro*[2].

Cuando ambos diodos, D_1 y D_2 conducen, la tensión en L_s es

$$v_{L_s} = V_m \operatorname{sen}(\omega t) \tag{3.62}$$

y la corriente en L_s y el generador es

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{1}{\omega L_s}\int_0^{\omega t} v_{L_s}\, d(\omega t) + i_s(0) = \frac{1}{\omega L_s}\int_0^{\omega t} V_m \operatorname{sen}(\omega t)\, d(\omega t) + 0 \\ i_s &= \frac{V_m}{\omega L_s}(1 - \cos \omega t) \end{aligned} \tag{3.63}$$

La corriente en D_2 es

$$i_{D_2} = I_L - i_s = I_L - \frac{V_m}{\omega L_s}(1 - \cos \omega t)$$

La corriente en D_2 toma el valor inicial I_L y disminuye hasta cero. Estableciendo que el ángulo en el que la corriente toma el valor cero sea $\omega t = u$,

$$i_{D_2}(u) = I_L - \frac{V_m}{\omega L_s}(1 - \cos u) = 0$$

Despejando u, se obtiene

$$\boxed{u = \cos^{-1}\left(1 - \frac{I_L \omega L_s}{V_m}\right) = \cos^{-1}\left(1 - \frac{I_L X_s}{V_m}\right)} \tag{3.64}$$

donde $X_s = \omega L_s$ es la reactancia del generador. La Figura 3.17b muestra el efecto de la reactancia del generador en las corrientes de los diodos. La conmutación de D_1 a D_2 se analiza de forma similar, obteniendo un resultado idéntico para el ángulo de conmutación u.

El ángulo de conmutación afecta a la tensión en la carga. Dado que la tensión en la carga es cero cuando D_2 conduce, la tensión de carga se mantiene igual a cero durante todo el ángulo de conmutación, como se muestra en la Figura 3.17b. Recuerde que la tensión de carga es una sinusoide con rectificación de media onda cuando el generador es ideal.

[2] La conmutación en este caso es un ejemplo de *conmutación natural* o *conmutación en línea*, donde el cambio en la tensión de línea instantánea provoca que un dispositivo deje de conducir. Otras aplicaciones utilizan la *conmutación forzada*, donde la corriente en un dispositivo, como un tiristor, se fuerza a cero mediante circuitería adicional. La *conmutación de carga* utiliza las corrientes oscilantes inherentes producidas por la carga para desactivar un dispositivo.

La tensión media de carga es

$$V_o = \frac{1}{2\pi}\int_u^{\pi} V_m \operatorname{sen}(\omega t)\, d(\omega t)$$

$$= \frac{V_m}{2\pi}\left[-\cos(\omega t)\right]\Big|_u^{\pi} = \frac{V_m}{2\pi}(1 + \cos u)$$

Utilizando la expresión para u dada por la Ecuación 3.64

$$\boxed{V_o = \frac{V_m}{\pi}\left(1 - \frac{I_L X_s}{2V_m}\right)} \tag{3.65}$$

Recuerde que el valor medio de una onda sinusoidal con rectificación de media onda es V_m/π. Por tanto, la reactancia del generador reduce la tensión media de la carga.

3.12. RESUMEN

- Un rectificador convierte corriente alterna en corriente continua. La transferencia de potencia se realiza desde el generador de alterna a la carga de corriente continua.
- El rectificador de media onda con carga resistiva tiene una tensión media en la carga de V_m/π y una corriente media en la carga de $V_m/\pi R$.
- La corriente en el rectificador de media onda con una carga R-L contiene una respuesta natural y una forzada, obteniéndose

$$i(\omega t) = \begin{cases} \dfrac{V_m}{Z}\operatorname{sen}(\omega t - \theta) - \dfrac{V_m}{Z}(\operatorname{sen}\theta)e^{-\omega t/\omega\tau} & \text{para} \quad 0 \leqslant \omega t \leqslant \beta \\ 0 & \text{para} \quad \beta \leqslant \omega t \leqslant 2\pi \end{cases}$$

$$\text{donde} \quad Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right), \quad \text{y} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

  El diodo conduce mientras la corriente sea positiva. La potencia en la carga R-L es $I_{\text{rms}}^2 R$.
- Un rectificador de media onda con una carga RL-generador no entra en conducción hasta que el generador de corriente alterna alcanza la tensión continua de la carga. La potencia en la resistencia es $I_{\text{rms}}^2 R$ y la potencia absorbida por el generador de corriente continua es IV_{cc}, donde I es la corriente media en la carga. La corriente de carga se expresa del siguiente modo

$$i(\omega t) = \begin{cases} \dfrac{V_m}{Z}\operatorname{sen}(\omega t - \theta) - \dfrac{V_{\text{cc}}}{R} + Ae^{-\omega t/\omega\tau} & \text{para} \quad \alpha \leqslant \omega t \leqslant \beta \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

  donde

$$A = \left(-\frac{V_m}{Z}\operatorname{sen}(\alpha - \theta) + \frac{V_{\text{cc}}}{R}\right)e^{\alpha/\omega\tau}$$

- Un diodo de libre circulación fuerza a que la tensión en una carga R-L sea una sinusoide con rectificación de media onda. La corriente de carga puede estudiarse utilizando el análisis de Fourier. Una inductancia de carga grande da lugar a una corriente de carga prácticamente constante.
- Un condensador de filtro de gran valor en paralelo con una carga resistiva hace que la tensión en la carga sea prácticamente constante. La corriente media del diodo debe ser igual a la corriente media de la carga, haciendo que la corriente de pico del diodo sea grande.
- Un SCR en lugar del diodo en un rectificador de media onda proporciona un medio para controlar la tensión y la corriente de salida.
- La simulación con PSpice es una forma efectiva de analizar el funcionamiento de un circuito. El comando de definición de parámetros autoincrementales de PSpice permite que se prueben varios valores de un parámetro de circuito y resulte de ayuda en el diseño de circuitos.

PROBLEMAS

Rectificador de media onda con carga resistiva

3.1. El circuito rectificador de media onda de la Figura 3.1a tiene $v_s(t) = 170\,\text{sen}\,(377t)$ V y $R = 12\ \Omega$. Determine

(a) La corriente media de carga.
(b) La corriente eficaz de carga.
(c) La potencia aparente entregada por el generador.
(d) El factor de potencia del circuito.

3.2. El circuito rectificador de media onda de la Figura 3.1a tiene un transformador insertado entre el generador y los restantes elementos del circuito. El generador es de 240 V rms a 60 Hz y la resistencia de carga es de 20 Ω.

(a) Determine la relación de transformación del transformador para que la corriente media de la carga sea 10 A.
(b) Determine la corriente media en el devanado primario del transformador.

3.3. Para el rectificador de media onda con una carga resistiva:

(a) Demuestre que el factor de potencia es $1/\sqrt{2}$.
(b) Determine el factor de potencia de desplazamiento y el factor de distorsión tal como se define en el Capítulo 2. La serie de Fourier correspondiente a la tensión con rectificación de media onda se proporciona en la Ecuación 3.34.

Rectificador de media onda con carga R-L

3.4. Un rectificador de media onda tiene un generador de 120 V rms a 60 Hz y una carga R-L con $R = 10\ \Omega$ y $L = 10$ mH. Determine

(a) Una expresión para la corriente de carga.
(b) La corriente media.
(c) La potencia absorbida por la resistencia.
(d) El factor de potencia. Compruebe sus respuestas con una simulación de PSpice utilizando un modelo de diodo ideal.

3.5. Un rectificador de media onda tiene un generador de 120 V rms a 60 Hz y una carga R-L con $R = 8\ \Omega$ y $L = 15$ mH. Determine

(a) Una expresión para la corriente de carga.
(b) La corriente media.
(c) La potencia absorbida por la resistencia.
(d) El factor de potencia. Compruebe sus respuestas con una simulación de PSpice, utilizando un modelo de diodo ideal.

3.6. Un rectificador de media onda tiene un generador de 240 V rms a 60 Hz y una carga R-L con $R = 15\ \Omega$ y $L = 100$ mH. Determine

(a) Una expresión para la corriente de carga.
(b) La corriente media.
(c) La potencia absorbida por la resistencia.
(d) El factor de potencia. Utilice PSpice para simular el circuito. Utilice el modelo de diodo predeterminado y compare los resultados de PSpice con los resultados analíticos.

3.7. La bobina de la Figura 3.2a representa un electroimán modelado como una inductancia de 0,1 H. El generador es de 240 V a 60 Hz. Utilice PSpice para determinar el valor de una resistencia en serie tal que la corriente media sea de 2,0 A.

Rectificador de media onda con carga RL-generador

3.8. El rectificador de media onda de la Figura 3.5a utiliza un generador de alterna de 240 V rms a 60 Hz. La carga está formada por una inductancia, una resistencia y un generador de continua conectados en serie, cuyos valores son: $L = 100$ mH, $R = 10\ \Omega$ y $V_{cc} = 100$ V. Determine

(a) La potencia absorbida por el generador de tensión continua.
(b) La potencia absorbida por la resistencia.
(c) El factor de potencia.

3.9. El rectificador de media onda de la Figura 3.5a utiliza un generador de alterna de 120 V rms a 60 Hz. La carga está formada por una inductancia, una resistencia y un generador de corriente continua conectados en serie, cuyos valores son: $L = 100$ mH, $R = 12\ \Omega$ y $V_{cc} = 48$ V. Determine

(a) La potencia absorbida por el generador de tensión continua.
(b) La potencia absorbida por la resistencia.
(c) El factor de potencia.

3.10. El rectificador de media onda de la Figura 3.6 utiliza un generador de alterna de 120 V rms a 60 Hz. La carga está formada por una inductancia y un generador de continua conectados en serie con $L = 75$ mH y $V_{cc} = 48$ V. Determine la potencia absorbida por el generador de tensión continua.

3.11. Un rectificador de media onda con una carga serie formada por una bobina y un generador utiliza un generador de alterna de 240 V rms a 60 Hz. El generador de continua es de 125 V. Utilice PSpice para determinar el valor de la inductancia que da lugar a que el generador de continua absorba 150 W. Utilice el modelo de diodo predeterminado.

3.12. Un rectificador de media onda con una bobina y un generador de continua en serie utiliza un generador de alterna de 120 V rms y 60 Hz. El generador de continua es de 24 V. Utilice PSpice para determinar el valor de la inductancia que da lugar a que el generador de continua absorba 75 W. Utilice el diodo predeterminado.

Diodo de libre circulación

3.13. El rectificador de media onda con un diodo de libre circulación (Figura 3.7a) utiliza una $R = 12\ \Omega$, $L = 30$ mH. El generador es de 120 V rms a 60 Hz.

(a) A partir de la serie de Fourier de la onda sinusoidal rectificada de media onda que aparece en la carga, determine la componente continua de la corriente.
(b) Determine las amplitudes de los primeros cuatro términos de alterna distintos de cero en la serie de Fourier. Comente los resultados.

3.14. En el Ejemplo 3.8, la inductancia requerida para limitar el rizado de pico a pico en la corriente de carga se calculó utilizando el primer término de alterna de la serie de Fourier. Utilice PSpice para determinar el rizado de pico a pico con esta inductancia y compare el resultado con el cálculo. Utilice el modelo de diodo ideal.

3.15. Un rectificador de media onda con un diodo de libre circulación (Figura 3.7a) tiene una $R = 3\ \Omega$ y un generador con $V_m = 50$ V a 60 Hz.

(a) Determine un valor para L de modo que la amplitud del primer término de corriente alterna de la serie de Fourier sea inferior al 5 % de la corriente continua.
(b) Compruebe sus resultados con PSpice y determine la corriente de pico a pico.

3.16. El circuito de la Figura P3.1 es similar al circuito de la Figura 3.7a, excepto en que se ha añadido un generador de corriente continua a la carga. El circuito tiene $v_s(t) = 170\,\text{sen}\,(377t)$ V, $R = 10\ \Omega$ y $V_{cc} = 24$ V. A partir de la serie de Fourier

(a) Determine el valor de L de modo que la variación de pico a pico en la corriente de carga no sea superior a 1 A.
(b) Determine la potencia absorbida por el generador de continua.
(c) Determine la potencia absorbida por la resistencia.

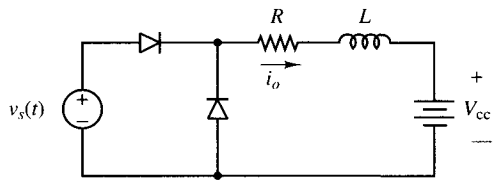


Figura P3.16

Rectificador de media onda con un condensador de filtro

3.17. Un rectificador de media onda con un condensador de filtro tiene $V_m = 100$ V, $R = 1$ kΩ, $C = 1.000\ \mu$F y $\omega = 377$.

(a) Determine la relación entre la constante de tiempo RC y el periodo de la onda sinusoidal de entrada. ¿Cuál es el significado de esta relación?
(b) Determine la tensión de rizado pico a pico utilizando las ecuaciones exactas.
(c) Determine el rizado utilizando la fórmula aproximada dada por la Ecuación 3.51.

3.18. Repita el Problema 3.17 con

(a) $R = 100\ \Omega$.
(b) $R = 10\ \Omega$. Comente los resultados.

3.19. Un rectificador de media onda con una carga de 1 kΩ tiene un condensador en paralelo. El generador es de 120 V rms a 60 Hz. Determine el rizado de pico a pico de la tensión de salida cuando el condensador es:

(a) 5.000 μF.
(b) 20 μF. ¿Es en este caso la aproximación de la Ecuación 3.51 razonable?

3.20. Repita el Problema 3.19 con $R = 500\ \Omega$.

3.21. Un rectificador de media onda tiene un generador de continua de 120 V rms y 60 Hz. La carga es de 500 W. Determine el valor de un condensador de filtro que permita mantener el rizado de pico a pico en la carga inferior a 2 V. Determine los valores máximo y medio de la corriente del diodo.

3.22. Un rectificador de media onda cuenta con un generador de alterna de 120 V rms y 60 Hz. La carga es de 100 Ω. Determine el valor de un condensador de filtro que permita mantener el rizado de pico a pico en la carga inferior a 1,5 V. Determine los valores máximo y medio de la corriente del diodo.

Rectificador de media onda controlado

3.23. Demuestre que el rectificador de media onda controlado con una carga resistiva de la Figura 3.13a tiene un factor de potencia de:

$$fp = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2\pi} + \frac{\text{sen}\,(2\alpha)}{4\pi}}$$

3.24. Para un rectificador de media onda controlado con carga resistiva, el generador es de 120 V rms a 60 Hz. La resistencia tiene un valor de 100 Ω y el ángulo de disparo α es 60°.

(a) Determine la tensión media en la resistencia.
(b) Determine la potencia absorbida por la resistencia.
(c) Determine el factor de potencia visto por el generador.

3.25. Un rectificador de media onda controlado tiene un generador de alterna de 240 V rms a 60 Hz. La carga es una resistencia de 30 Ω.

(a) Determine el ángulo de disparo de modo que la corriente media de carga sea igual a 3,0 A.
(b) Determine la potencia absorbida por la carga.
(c) Determine el factor de potencia.

3.26. Un rectificador de media onda controlado tiene un generador de alterna de 120-V rms a 60 Hz. La carga R-L serie está formada por $R = 25\ \Omega$ y $L = 50$ mH. El ángulo de disparo es 25°. Determine

(a) Una expresión para la corriente de carga.
(b) La corriente media de carga.
(c) La potencia absorbida por la carga.

3.27. Un rectificador de media onda controlado posee un generador de alterna de 120 V a 60 Hz. La carga R-L en serie tiene unos valores de $R = 40\ \Omega$ y $L = 75$ mH. El ángulo de disparo es 50°. Determine

(a) Una expresión para la corriente de carga.
(b) La corriente media de carga.
(c) La potencia absorbida por la carga.

3.28. Un rectificador de media onda controlado dispone una carga R-L con $R = 20\ \Omega$ y $L = 40$ mH. El generador es de 120 V rms a 60 Hz. Utilice PSpice para determinar el ángulo de disparo requerido

para producir una corriente media de 2,0 A en la carga. Utilice el diodo predeterminado en la simulación.

3.29. Un rectificador de media onda controlado tiene una carga R-L con $R = 16\ \Omega$ y $L = 60$ mH. El generador es de 120 V rms a 60 Hz. Utilice PSpice para determinar el ángulo de disparo requerido para producir una corriente media de 1,8 A en la carga. Utilice el diodo predeterminado en la simulación.

3.30. Un rectificador de media onda controlado cuenta con un generador de corriente alterna de 120 V a 60 Hz. La carga está formada por una inductancia, una resistencia y un generador de corriente continua en serie con $L = 100$ mH, $R = 12\ \Omega$ y $V_{cc} = 48$ V. El ángulo de disparo es de 45°. Determine

(a) La potencia absorbida por el generador de continua.
(b) La potencia absorbida por la resistencia.
(c) El factor de potencia.

3.31. Un rectificador de media onda controlado utiliza un generador de corriente alterna de 240 V rms a 60 Hz. La carga está formada por una resistencia, una inductancia y un generador de corriente continua conectados en serie con $R = 100\ \Omega$, $L = 150$ mH y $V_{cc} = 125$ V. El ángulo de disparo es de 60°. Determine

(a) La potencia absorbida por el generador de continua.
(b) La potencia absorbida por la resistencia.
(c) El factor de potencia.

3.32. Utilice PSpice para determinar el ángulo de disparo necesario para que el generador de continua del Problema 3.31 absorba 35 W.

3.33. Un rectificador de media onda controlado consta de una resistencia, una inductancia y un generador de tensión continua conectados en serie con $R = 2\ \Omega$, $L = 75$ mH y $V_{cc} = 48$ V. El generador es de 120 V a 60 Hz. El ángulo de disparo es de 45°. Determine

(a) Una expresión para la corriente de carga.
(b) La potencia absorbida por el generador de continua.
(c) La potencia absorbida por la resistencia.

3.34. Utilice PSpice para determinar el ángulo de disparo necesario para que el generador de continua del Problema 3.33 absorba 50 W.

3.35. Desarrolle una expresión para la corriente en un circuito rectificador de media onda controlado, con una carga formada por una inductancia L y una tensión continua V_{cc} en serie. El generador es $v_s = V_m \operatorname{sen} \omega t$ y el ángulo de disparo es α. Determine la corriente media si $V_m = 100$, $L = 35$ mH, $V_{cc} = 24$ V, $\omega = 2\pi 60$ rad/s y $\alpha = 80°$. Compruebe su resultado con PSpice.

3.36. Un rectificador de media onda controlado tiene una carga R-L. Se coloca un diodo de libre circulación en paralelo con la carga. La inductancia es lo suficientemente alta como para considerar que la corriente en la carga es constante. Determine la corriente en la carga como una función del ángulo de disparo α. Dibuje la corriente en el SCR y el diodo de libre circulación. Dibuje la tensión en la carga.

Conmutación

3.37. El rectificador de media onda con diodo de libre circulación de la Figura 3.17a utiliza un generador de alterna de 120 V rms, cuya inductancia es de 1,3 mH. La corriente de carga es constante e igual a 5 A. Determine el ángulo de conmutación y la tensión media de salida. Utilice PSpice para comprobar los resultados. Utilice diodos ideales en la simulación. Compruebe que el ángulo de conmutación de D_1 a D_2 es el mismo que de D_2 a D_1.

3.38. El rectificador de media onda con diodo de libre circulación de la Figura 3.17a utiliza un generador de corriente alterna de 120 V rms, cuya inductancia es de 10 mH. La carga está formada por una resistencia y una inductancia conectadas en serie, siendo $R = 20\ \Omega$ y $L = 500$ mH. Utilice PSpice para determinar

(a) La corriente media de carga en régimen permanente.
(b) La tensión media de carga.
(c) El ángulo de conmutación. Utilice el diodo predeterminado para la simulación. Comente los resultados.

3.39. El rectificador de media onda con diodo de libre circulación de la Figura 3.17a utiliza un generador de corriente alterna de 120 V rms, cuya inductancia es de 5 mH. La carga está formada por una resistencia y una inductancia conectadas en serie, siendo $R = 15\ \Omega$ y $L = 500$ mH. Utilice PSpice para determinar

(a) La corriente media de carga en régimen permanente.
(b) La tensión media de carga.
(c) El ángulo de conmutación. Utilice el diodo predeterminado para la simulación.

3.40. El ángulo de conmutación dado por la Ecuación 3.64 para el rectificador de media de onda con diodo de libre circulación ha sido calculado para la conmutación de la corriente de carga de D_2 a D_1. Demostrar que el ángulo de conmutación es igual para la conmutación de D_1 a D_2.

3.41. El diodo D_1 de la Figura 3.17a se puede reemplazar por un SCR para conseguir un rectificador controlado de media onda. Demostrar que el ángulo para la conmutación del diodo al SCR es

$$u = \cos^{-1}\left(\cos\alpha - \frac{I_L X_s}{V_m}\right) - \alpha$$

donde α es el ángulo de disparo del SCR.

Designación de problemas

3.42. Una determinada situación requiere que se suministren 160 W o 75 W a una batería de 48 V a partir de un generador de alterna de 120 V rms a 60 Hz. En un panel de control hay un conmutador de dos posiciones que permite seleccionar 160 o 75. Diseñe un circuito que proporcione ambos valores de potencia y especifique cómo funcionará el conmutador de control. Especifique los valores de todos los componentes del circuito. La resistencia interna de la batería es de 0,1 Ω.

3.43. Diseñe un circuito que genere una corriente media de 2 A en una inductancia de 100 mH. Hay disponible un generador de alterna de 120 V rms a 60 Hz. Verifique el diseño con PSpice. Proporcione circuitos alternativos que puedan emplearse para cumplir las especificaciones de diseño y exponga las razones de su elección.

3.44. Diseñe un circuito que proporcione 100 W a un generador de continua de 48 V a partir de un generador de alterna de 120 V rms a 60 Hz. Verifique el diseño con PSpice. Proporcione circuitos alternativos que puedan emplearse para cumplir las especificaciones de diseño y exponga las razones de su elección.

3.45. Diseñe un circuito que proporcione 150 W a un generador de continua de 100 V a partir de un generador de alterna de 120 V rms a 60 Hz. Verifique el diseño con PSpice. Proporcione circuitos alternativos que puedan emplearse para cumplir las especificaciones de diseño y exponga las razones de su elección.

4

RECTIFICADORES DE ONDA COMPLETA Y TRIFÁSICOS:
Conversión CA-CC

4.1. INTRODUCCIÓN

El propósito de un rectificador de onda completa es generar una tensión o una corriente continua o que contenga una componente continua especificada. Aunque el propósito del rectificador de onda completa es básicamente el mismo que el del rectificador de media onda, los rectificadores de onda completa presentan varias ventajas fundamentales. La corriente media del generador de alterna es nula en el rectificador de onda completa, por lo que se evitan los problemas asociados a las corrientes medias de generador distintas de cero, especialmente para los transformadores. La salida del rectificador de onda completa presenta menos rizado que el rectificador de media onda.

En este capítulo analizaremos para varios tipos de carga los convertidores monofásicos y trifásicos de onda completa controlados y no controlados utilizados como rectificadores. También se incluirán ejemplos de convertidores controlados que operan como inversores, donde el flujo de potencia va desde la parte del circuito de continua a la de alterna.

4.2. RECTIFICADORES MONOFÁSICOS DE ONDA COMPLETA

El rectificador en puente y el rectificador con transformador de toma media de las Figuras 4.1 y 4.2 son dos rectificadores básicos monofásicos de onda completa.

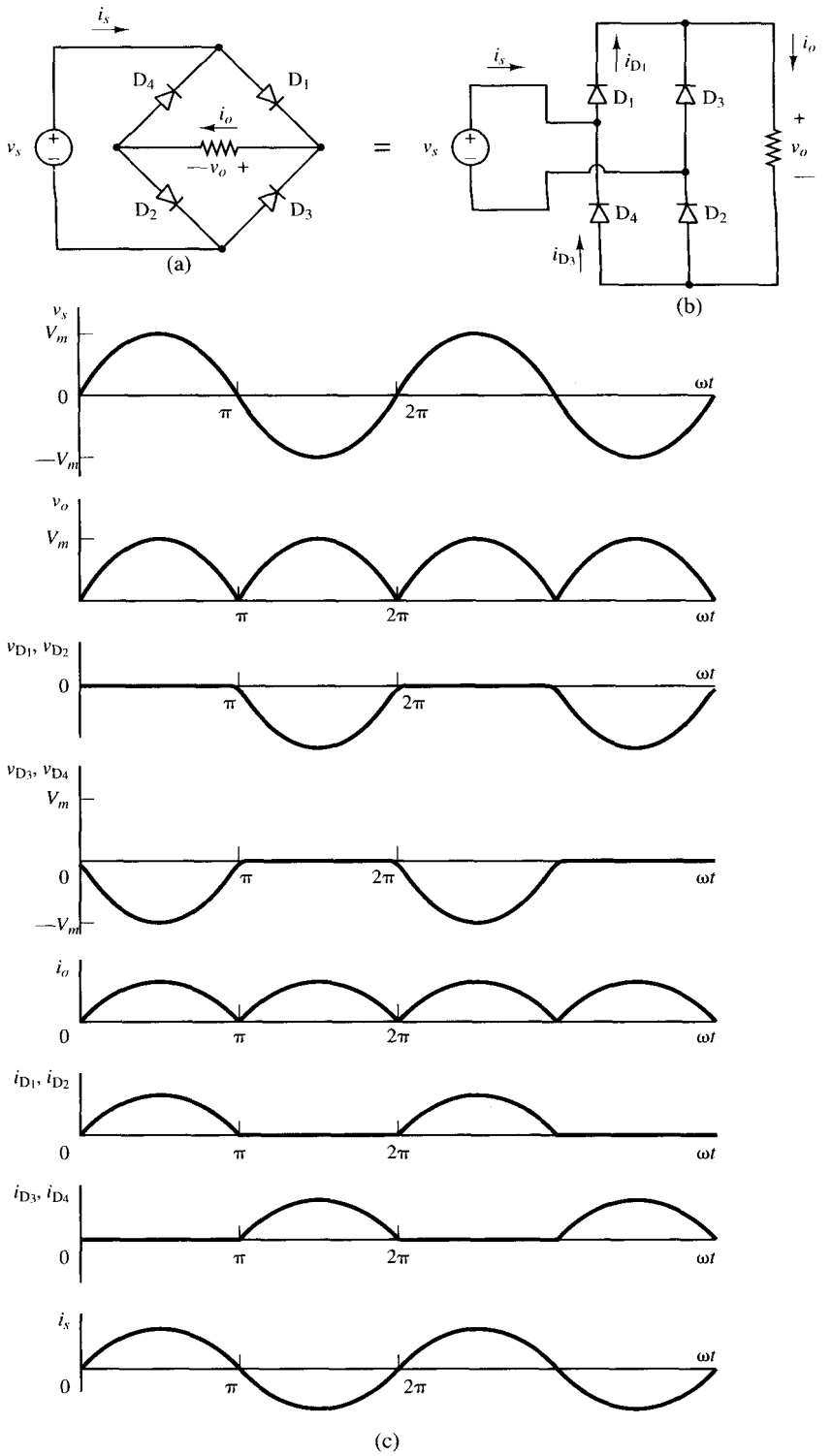


Figura 4.1. Rectificador en puente de onda completa. (a) Diagrama del circuito. (b) Representación alternativa. (c) Tensiones y corrientes.

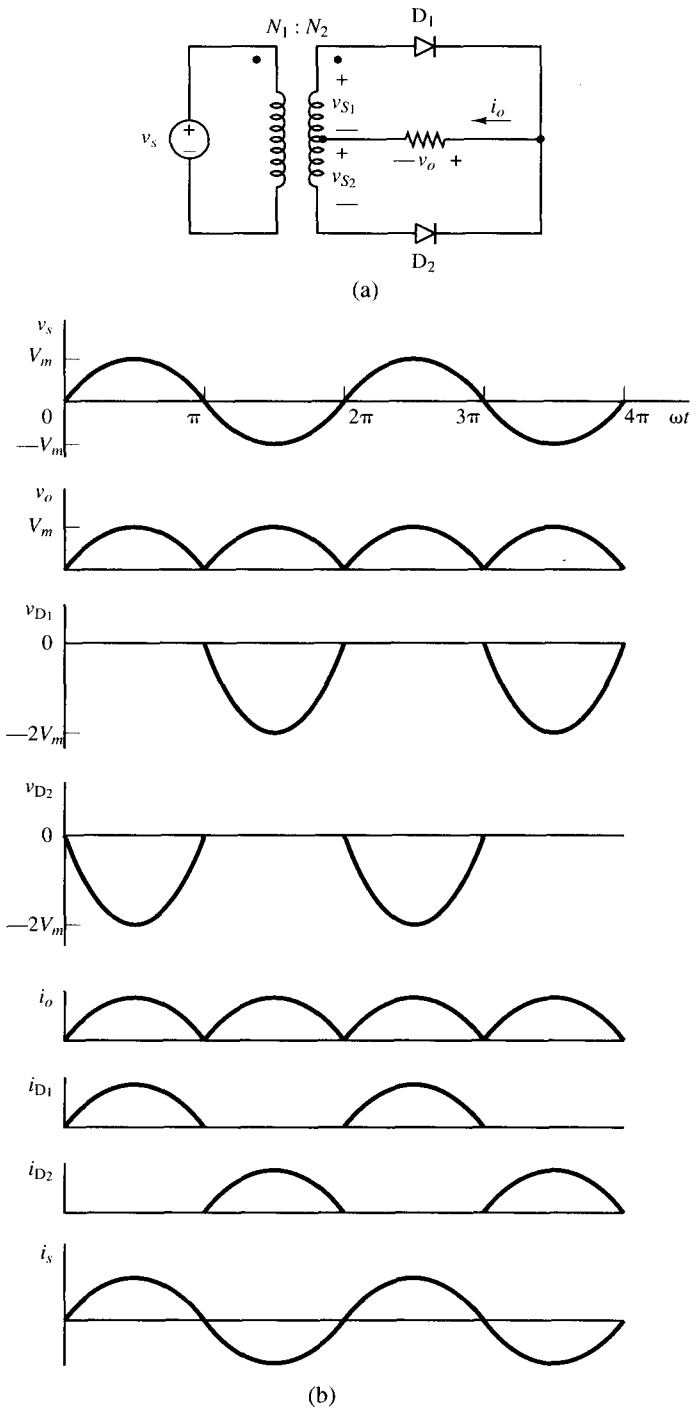


Figura 4.2. Circuito rectificador con transformador de toma media. (a) Circuito. (b) Tensiones y corrientes.

El rectificador en puente

He aquí algunas observaciones básicas sobre el rectificador en puente de la Figura 4.1:

1. Los diodos D_1 y D_2 conducen al mismo tiempo, al igual que lo hacen los diodos D_3 y D_4. La ley de Kirchhoff para las tensiones aplicadas a la malla formada por el generador, D_1 y D_3 demuestra que D_1 y D_3 no pueden conducir al mismo tiempo. De la misma manera, D_2 y D_4 no pueden conducir simultáneamente. La corriente de carga puede ser positiva o cero, pero nunca negativa.
2. La tensión en la carga es $+v_s$ cuando D_1 y D_2 conducen. La tensión en la carga es $-v_s$ cuando D_3 y D_4 conducen.
3. La tensión máxima en un diodo polarizado en inversa es el valor de pico del generador, lo cual se demuestra mediante la ley de tensiones de Kirchhoff para las tensiones existentes en el bucle formado por el generador, D_1 y D_3. Cuando D_1 conduce, la tensión en D_3 es $-v_s$.
4. La corriente que entra en el puente procedente del generador es $i_{D_1} - i_{D_4}$, y es simétrica respecto de cero. Por tanto, la corriente media del generador es cero.
5. La corriente eficaz del generador es la misma que la corriente eficaz de carga. La corriente del generador es la misma que la corriente de carga para la mitad del periodo del generador, y para la otra mitad es igual que la corriente de carga, pero con signo negativo. Los cuadrados de las corrientes de carga y del generador son iguales, por lo que las corrientes eficaces también lo serán.
6. La pulsación fundamental de la tensión de salida es 2ω, donde ω es la pulsación de la entrada alterna, ya que se originan dos periodos a la salida para cada periodo de la entrada. La serie de Fourier de la salida está compuesta por un término de continua y los armónicos pares de la frecuencia del generador.

El rectificador con transformador de toma media

En la Figura 4.2 se muestran las formas de onda de tensión para la carga resistiva de un rectificador que utiliza el transformador con toma media. He aquí algunas observaciones básicas sobre este circuito:

1. La ley de Kirchhoff para las tensiones demuestra que sólo puede conducir un diodo a la vez. La corriente de carga puede ser positiva o nula pero nunca negativa.
2. La tensión de salida es $+v_{s_1}$ cuando conduce D_1 y $-v_{s_2}$ cuando conduce D_2. Las tensiones del secundario del transformador están relacionadas con la tensión del generador de la siguiente manera: $v_{s_1} = v_{s_2} = v_s(N_2/2N_1)$.
3. La ley de Kirchhoff para las tensiones en el devanado secundario del transformador, y para D_1 y D_2 demuestra que la tensión máxima en un diodo polarizado en inversa es el *doble* del valor de pico de la tensión de carga.
4. La corriente en cada mitad del secundario del transformador se refleja al primario, produciéndose una corriente media del generador nula.
5. El transformador proporciona aislamiento eléctrico entre el generador y la carga.
6. La pulsación fundamental de la tensión de salida es 2ω, ya que se originan dos periodos en la salida por cada periodo de la entrada.

El rectificador en puente es más adecuado para las aplicaciones de alta tensión debido a la menor tensión de pico en bornas de los diodos. El rectificador con transformador de toma media,

además de proporcionar aislamiento eléctrico, sólo presenta la caída de tensión de un diodo entre el generador y la carga, por lo que es adecuado para aplicaciones de baja tensión y alta corriente.

A continuación nos centraremos en el rectificador en puente de onda completa, pero las explicaciones también se pueden aplicar con carácter general al rectificador transformador de toma media.

Carga resistiva

La tensión en una carga resistiva para el rectificador en puente de la Figura 4.1 se expresa de la siguiente manera

$$v_0(\omega t) = \begin{cases} V_m \operatorname{sen} \omega t & \text{para } 0 \leqslant \omega t \leqslant \pi \\ -V_m \operatorname{sen} \omega t & \text{para } \pi \leqslant \omega t \leqslant 2\pi \end{cases} \tag{4.1}$$

La componente continua de la tensión de salida es el valor medio, y la corriente de carga es la tensión en la resistencia dividida por la resistencia:

$$V_o = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_m \operatorname{sen}(\omega t) d(\omega t) = \frac{2V_m}{\pi}$$

$$I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{2V_m}{\pi R}. \tag{4.2}$$

La potencia absorbida por la resistencia de carga viene determinada por $I_{\text{rms}}^2 R$, donde I_{rms} para la forma de onda de la corriente con rectificación de onda completa es la misma que para una onda sinusoidal sin rectificar:

$$I_{\text{rms}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \tag{4.3}$$

La corriente del generador para el rectificador de onda completa con una carga resistiva es una sinusoide en fase con la tensión, por lo que el factor de potencia es igual a 1.

Carga R-L

Para una carga R-L conectada en serie (Figura 4.3a), el método de análisis es similar al del rectificador de media onda con diodo de libre circulación que se describió en el Capítulo 3. Después del transitorio inicial, la corriente de carga i_o alcanza un estado periódico estable similar al mostrado en la Figura 4.3b.

En el circuito en puente, la corriente se transfiere de un par de diodos al otro cuando cambia la polaridad del generador. La tensión en la carga R-L es una sinusoide con rectificación de onda completa, al igual que en una carga resistiva. La tensión sinusoidal con rectificación de onda completa en la carga puede expresarse como una serie de Fourier compuesta por un término de continua y los armónicos pares:

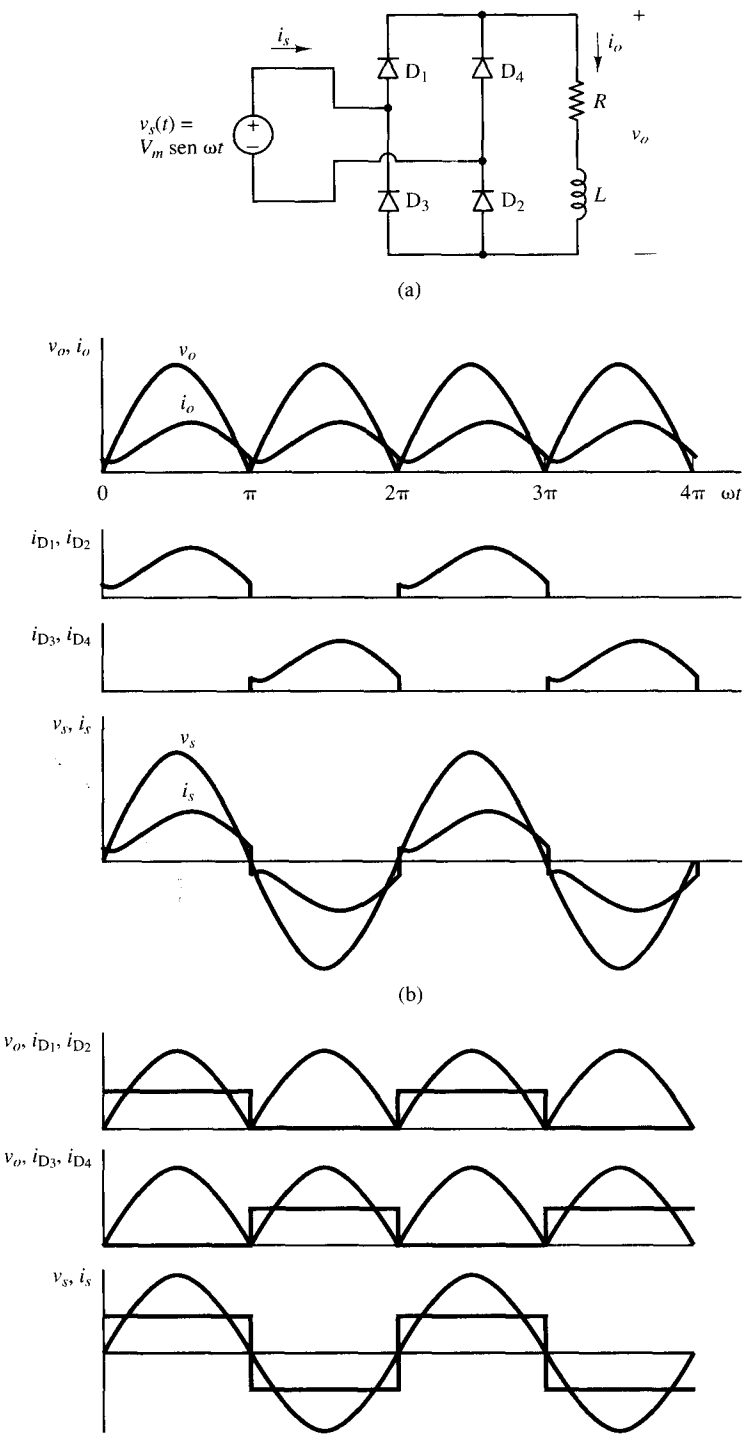


Figura 4.3. (a) Rectificador en puente con carga R-L. (b) Tensiones y corrientes. (c) Corrientes de diodo y del generador cuando el valor de la inductancia es grande y la corriente es prácticamente constante.

$$v_o(\omega t) = V_0 + \sum_{n=2,\,4\ldots}^{\infty} V_n \cos(n\omega t + \pi)$$

$$\text{donde} \qquad V_0 = \frac{2V_m}{\pi} \tag{4.4}$$

$$\text{y} \qquad V_n = \frac{2V_m}{\pi}\left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1}\right).$$

La corriente en la carga R-L se calcula utilizando superposición, estudiando cada frecuencia por separado y combinando los resultados. La corriente continua y la amplitud de la corriente para cada frecuencia se calculan a partir de

$$I_0 = \frac{V_0}{R}$$

$$I_n = \frac{V_n}{Z_n} = \frac{V_n}{|R + jn\omega L|}. \tag{4.5}$$

Observe que, a medida que aumenta el orden de armónico n en la Ecuación 4.4, disminuye la amplitud de la tensión. Para una carga R-L, la impedancia Z_n aumenta al aumentar n. La combinación de la disminución de V_n y el aumento de Z_n produce la rápida disminución de I_n al aumentar el orden de armónico. Por tanto, suele ser necesario el término de continua y algunos de los términos de alterna (si es que hace falta alguno) para describir la corriente en una carga R-L.

Ejemplo 4.1. Rectificador de onda completa con una carga R-L

El circuito del rectificador en puente de la Figura 4.3a utiliza un generador de corriente alterna con $V_m = 100$ V a 60 Hz y una carga R-L en serie, siendo $R = 10\ \Omega$ y $L = 10$ mH. (a) Determine la corriente media en la carga. (b) Calcule la variación pico a pico de la corriente de carga en función del primer término de corriente alterna de la serie de Fourier. (c) Determine la potencia absorbida por la carga y el factor de potencia del circuito. (d) Determine la corriente media y la corriente eficaz de los diodos.

Solución. **(a)** La corriente media en la carga viene determinada por el término de corriente continua de la serie de Fourier. La tensión en la carga es una onda sinusoidal con rectificación de onda completa, cuya serie de Fourier se obtiene a partir de la Ecuación 4.4. La tensión media de salida es

$$V_0 = \frac{2V_m}{\pi} = \frac{2(100)}{\pi} = 63{,}7 \text{ V}$$

y la corriente media en la carga es

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{63{,}7 \text{ V}}{10\ \Omega} = 6{,}37 \text{ A}.$$

(b) Las amplitudes de los términos de la tensión alterna se obtienen a partir de la Ecuación 4.4. Para $n = 2$ y 4,

$$V_2 = \frac{2(100)}{\pi}\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) = 42{,}4 \text{ V}$$

$$V_4 = \frac{2(100)}{\pi}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) = 8{,}49 \text{ V}.$$

Las amplitudes de los dos primeros términos de alterna en la serie de Fourier para la corriente se obtienen a partir de la Ecuación 4.5:

$$I_2 = \frac{42{,}4}{|10 + j(2)(377)(0{,}01)|} = \frac{42{,}4 \text{ V}}{12{,}5\ \Omega} = 3{,}39 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{8{,}49}{|10 + j(4)(377)(0{,}01)|} = \frac{8{,}49 \text{ V}}{18{,}1\ \Omega} = 0{,}47 \text{ A}.$$

La corriente I_2 es mucho mayor que I_4 y que los armónicos de orden mayor, por lo que se puede utilizar I_2 para estimar la variación pico a pico de la corriente de carga, $\Delta i_o \approx 2(3{,}39) = 6{,}78$ A. La variación real de i_o será mayor debido a los términos de mayor orden.

(c) La potencia absorbida por la carga viene determinada por I_{rms}^2. La corriente eficaz se calcula a partir de la Ecuación 2-43 de la siguiente manera

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\sum I_{n,\text{rms}}^2}$$

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{(6{,}37)^2 + \left(\frac{3{,}39}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}47}{\sqrt{2}}\right)^2 + \ldots} \approx 6{,}81 \text{ A}.$$

No sería útil añadir más términos a la serie, porque son pequeños y apenas afectan al resultado. La potencia en la carga es

$$P = I_{\text{rms}}^2 R = (6{,}81)^2(10) = 464 \text{ W}.$$

La corriente eficaz del generador es la misma que la corriente eficaz en la carga. El factor de potencia es

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{s,\text{rms}} I_{s,\text{rms}}} = \frac{464}{\left(\frac{100}{\sqrt{2}}\right)(6{,}81)} = 0{,}964.$$

(d) Cada diodo conduce la mitad del tiempo, por lo que se obtiene

$$I_{\text{D,med}} = \frac{I_0}{2} = \frac{6{,}37}{2} = 3{,}19 \text{ A}$$

y

$$I_{\text{D,rms}} = \frac{I_{\text{rms}}}{\sqrt{2}} = \frac{6{,}81}{\sqrt{2}} = 4{,}82 \text{ A}.$$

En algunas aplicaciones, la inductancia de carga podría ser relativamente grande o se podría aumentar introduciendo una bobina externa. Si la impedancia inductiva para los términos de alterna de la serie de Fourier elimina, a efectos prácticos, los términos de corriente alterna en la carga, la corriente de carga será esencialmente continua. Si $\omega L >> R$,

$$\left.\begin{aligned} i(\omega t) \approx I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{2V_m}{\pi R} \\ I_{\text{rms}} \approx I_0 \end{aligned}\right\} \quad \text{para } \omega L >> R. \tag{4.6}$$

En la Figura 4.3c se muestran las tensiones y las corrientes de carga y del generador.

Armónicos del generador

En los sistemas de potencia, las corrientes del generador no sinusoidales representan un problema. Las corrientes de generador como las mostradas en la Figura 4.3 presentan una frecuencia fundamental igual a la del generador, pero son ricas en armónicos impares. Medidas tales como, por ejemplo, la distorsión armónica total (DAT) y el factor de distorsión (FD) que estudiamos en el Capítulo 2 describen la cualidad no sinusoidal de la corriente del generador. Cuando los armónicos son importantes, se pueden añadir filtros a la entrada del rectificador.

Simulación en PSpice

Una simulación con PSpice puede proporcionarnos la tensión de salida, la corriente y la potencia de los circuitos rectificadores de onda completa. El análisis de Fourier efectuado mediante el comando .FOUR o mediante Probe nos proporcionará el contenido armónico de las tensiones y las corrientes en la carga y en el generador. El modelo de diodo predeterminado ofrecerá resultados diferentes a los resultados analíticos, en los que se supone que el diodo es ideal. En el rectificador de onda completa, conducirán dos diodos al mismo tiempo, por lo que se producirán dos caídas de tensión de diodo. En algunas aplicaciones, la reducción de tensión a la salida puede ser significativa. Como en los circuitos reales se producen caídas de tensión en los diodos, los resultados de PSpice son un mejor indicador de las prestaciones del circuito que los resultados en los que se supone que los diodos son ideales. Para simular un circuito ideal en PSpice se utilizará un modelo de diodo con $N = 0{,}001$, que producirá caídas de tensión directa en el rango de los microvoltios, aproximándose a un diodo ideal.

Ejemplo 4.2. Simulación en PSpice de un rectificador de onda completa

Obtener la corriente eficaz y la potencia absorbida por la carga del rectificador en puente de onda completa del Ejemplo 4.1 mediante una simulación en PSpice.

Solución. El siguiente es un archivo de datos de PSpice para este circuito:

```
RECTIFICADOR DE ONDA COMPLETA (fullwave.cir)
VS 1 0 SIN(0 100 60)
D1 1 2 DMOD
D2 4 0 DMOD
```

```
D4  0  2  DMOD
D3  4  1  DMOD
R  2  3  10
L  3  4  0.01
.MODEL  DMOD D              ;diodo predeterminado
.TRAN  .5ms  50ms  0  0.1ms
.FOUR  60  I(R1)  I(VS)     ;también se puede utilizar una frecuencia
                             de 120 si sólo se investigan los armónicos
                             en la carga
.OPTIONS  NOPAGE
.END
```

La salida de Probe se utiliza para determinar las características de operación del rectificador utilizando las mismas técnicas presentadas en los Capítulos 2 y 3. La salida de Probe que representa I(R) muestra que se alcanza el estado estacionario muy rápidamente, como se puede predecir a partir de la constante de tiempo L/R de 1 ms. Para obtener el valor eficaz de la corriente de carga, restringiremos los datos a un período de la corriente en régimen permanente (es decir, de 33,33 ms a 50 ms) e introduciremos AVG(I(R)). Utilizando el cursor para identificar el punto al final de la traza resultante se obtiene una corriente media de 6,19 A. En la Figura 4.4 se muestra la salida de Probe.

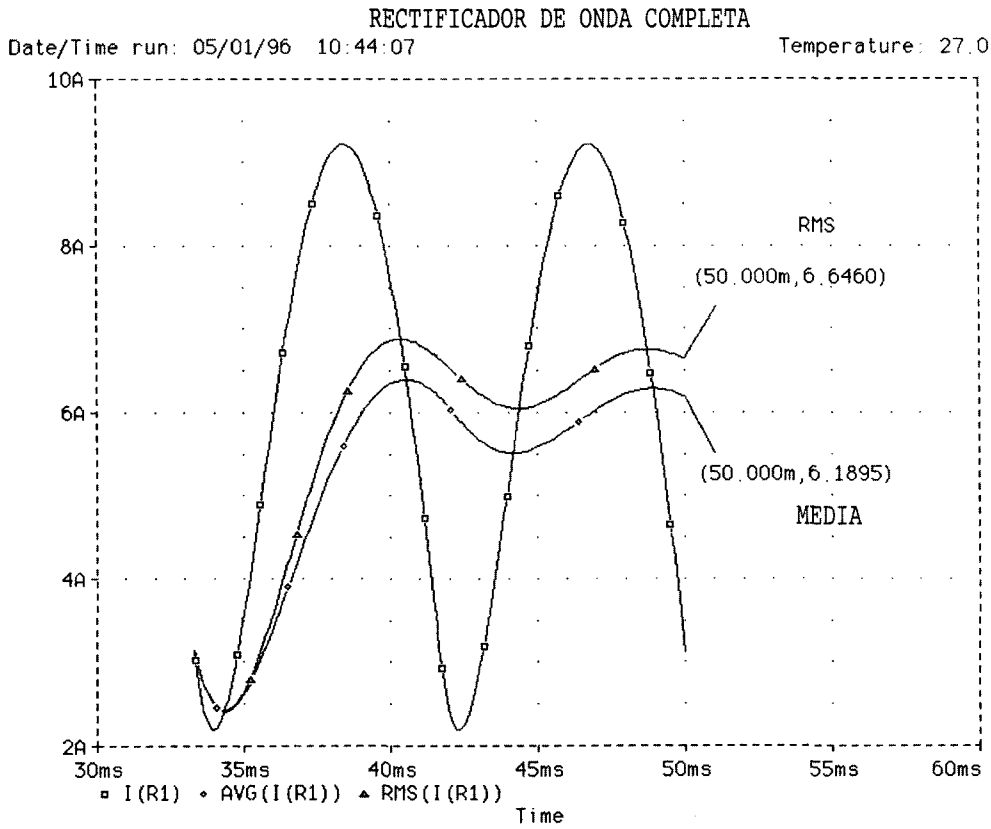


Figura 4.4. Salida de PSpice para el Ejemplo 4.2.

Al introducir RMS(I(R)) se muestra que la corriente es, aproximadamente, de 6,65 A. Se puede calcular la potencia absorbida por la resistencia a partir de $I_{rms}^2 R$, o se puede calcular directamente la potencia media en la carga utilizando Probe, introduciendo AVG(V(2,4)*I(R1)), obteniéndose 442 W. Este valor es algo más pequeño que los 464 W obtenidos en el Ejemplo 4.1, donde supusimos que los diodos eran ideales.

Podemos determinar el factor de potencia directamente en Probe, introduciendo la expresión AVG(V(1)*–I(VS))/(RMS(V(1))*RMS(I(VS)), lo que da como resultado 0,963.

La potencia que entrega el generador de alterna se calcula utilizando AVG(V(1)*–I(VS)), que da como resultado 453 W. Cuando se supuso que los diodos eran ideales, la potencia entregada por el generador de alterna era idéntica a la potencia absorbida por la carga, pero este análisis demuestra que la potencia que absorben los diodos del puente es 453 − 442 = 11 W. Otra manera para determinar la potencia absorbida por el puente es introducir AVG(V(1,2)*I(D1)) para obtener la potencia que absorbe el diodo D_1, que es 2,73 W. La potencia total es 4 multiplicado por 2,73, es decir 11 W. Unos modelos mejores de diodos de potencia permitirían obtener una estimación más precisa de la disipación de potencia en los diodos.

Las componentes de Fourier de las corrientes de carga y del generador se obtienen a partir del archivo de salida:

COMPONENTES DE FOURIER DE LA RESPUESTA TRANSITORIA DE I(r1)
DC COMPONENT = 6.189740E+00

HARMONIC NO	FREQUENCY (HZ)	FOURIER COMPONENT	NORMALIZED COMPONENT	PHASE (DEG)	NORMALIZED PHASE (DEG)
1	6.000E+01	1.507E-04	1.000E+00	-9.128E+01	0.000E+00
2	1.200E+02	3.386E+00	2.246E+04	-1.270E+02	-3.572E+01
3	1.800E+02	7.617E-05	5.053E-01	-8.930E+01	1.974E+00
4	2.400E+02	4.683E-01	3.107E+03	-1.464E+02	-5.514E+01
5	3.000E+02	7.642E-05	5.070E-01	-8.922E+01	2.061E+00
6	3.600E+02	1.466E-01	9.728E+02	-1.561E+02	-6.482E+01
7	4.200E+02	7.652E-05	5.077E-01	-8.914E+01	2.138E+00
8	4.800E+02	6.325E-02	4.196E+02	-1.615E+02	-7.025E+01
9	5.400E+02	7.707E-05	5.113E-01	-8.888E+01	2.397E+00

TOTAL HARMONIC DISTORTION = 2.270313E+06 PERCENT

COMPONENTES DE FOURIER DE LA RESPUESTA TRANSITORIA DE I(vs)
DC COMPONENT = -3.654564E-02

HARMONIC NO	FREQUENCY (HZ)	FOURIER COMPONENT	NORMALIZED COMPONENT	PHASE (DEG)	NORMALIZED PHASE (DEG)
1	6.000E+01	9.240E+00	1.000E+00	1.684E+02	0.000E+00
2	1.200E+02	7.310E-02	7.911E-03	-8.995E+01	-2.584E+02
3	1.800E+02	1.033E+00	1.118E-01	-1.334E+02	-3.018E+02
4	2.400E+02	7.310E-02	7.911E-03	-8.998E+01	-2.584E+02
5	3.000E+02	7.276E-01	7.874E-02	-1.463E+02	-3.147E+02
6	3.600E+02	7.310E-02	7.911E-03	-8.999E+01	-2.584E+02
7	4.200E+02	5.473E-01	5.923E-02	-1.523E+02	-3.207E+02
8	4.800E+02	7.310E-02	7.911E-03	-8.999E+01	-2.584E+02
9	5.400E+02	4.336E-01	4.693E-02	-1.552E+02	-3.236E+02

TOTAL HARMONIC DISTORTION = 1.570011E+01 PERCENT

Observe que la carga contiene armónicos con frecuencias múltiplo de 120 Hz, que es la frecuencia fundamental de la onda sinusoidal con rectificación de onda completa de la salida. El generador contiene múltiplos impares de 60 Hz. La distorsión armónica total de la corriente de carga es del 15,7 %.

Al comparar los resultados de la simulación con los basados en los diodos ideales se demuestra que los modelos de diodos más realistas reducen la corriente y la potencia en la carga.

Carga RL-generador

Se puede modelar otra carga típica de un entorno industrial mediante una resistencia, una bobina y un generador de tensión continua conectados en serie, como se muestra en la Figura 4.5a. Algunas posibles aplicaciones de este modelo son el circuito de un motor de continua y un cargador de baterías. Este circuito presenta dos modos posibles de operación: el modo de conducción continua y el modo de conducción discontinua. En el modo de corriente permanente, la corriente de carga siempre es positiva cuando se opera en estado estacionario (Figura 4.5b). La corriente de carga discontinua se caracteriza porque la corriente se hace nula en cada periodo (Figura 4.5c).

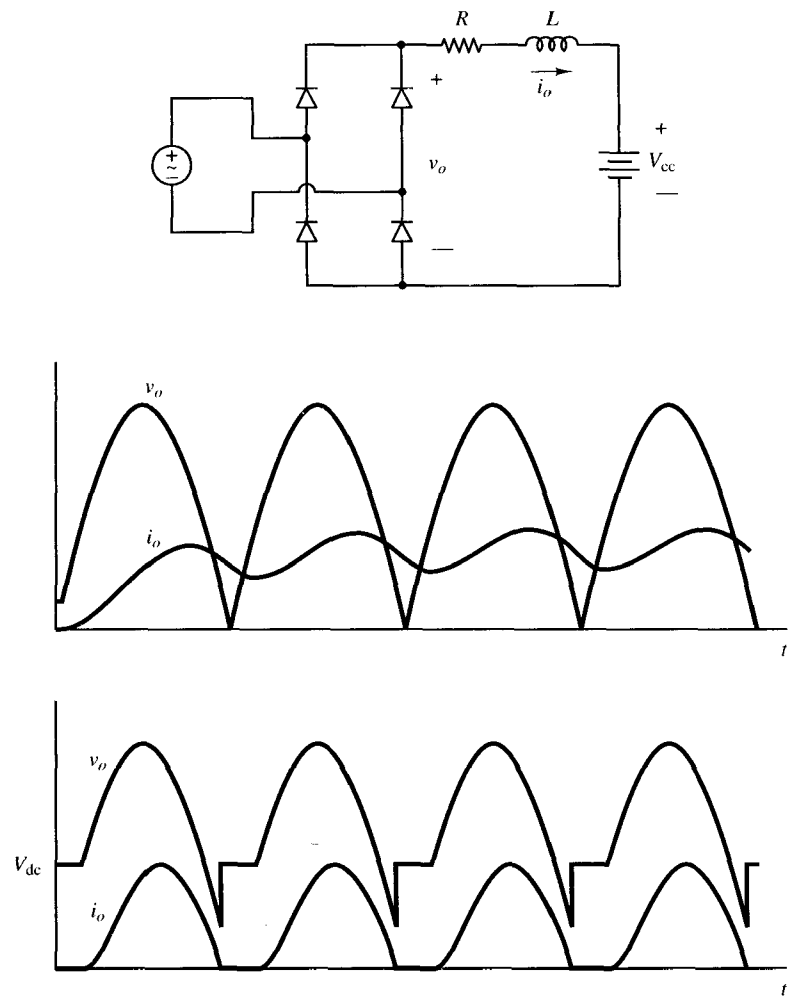


Figura 4.5. (a) Rectificador con carga RL-generador. (b) Conducción continua: cuando se proporciona energía al circuito, la corriente de carga alcanza el estado estacionario tras unos pocos periodos. (c) Conducción discontinua: la corriente de carga se hace nula en cada periodo.

En el modo de conducción continua, un par de diodos siempre conducen y la tensión en la carga es una onda sinusoidal con rectificación de onda completa. La única modificación necesaria en el análisis para una carga R-L es el término de continua de la serie de Fourier. La componente (media) continua de corriente en este circuito es

$$I_0 = \frac{V_0 - V_{cc}}{R} = \frac{\dfrac{2V_m}{\pi} - V_{cc}}{R}. \tag{4.7}$$

El generador de continua no modifica los términos sinusoidales del análisis de Fourier si la corriente es continua.

El modo de operación en corriente discontinua se analiza como en el rectificador de media onda de la Sección 3.5. La tensión de carga no es una onda sinusoidal con rectificación de onda completa en este caso, por lo que no se puede aplicar la serie de Fourier dada por la Ecuación 4.4.

Ejemplo 4.3. Rectificador de onda completa con carga RL-generador: corriente permanente

El circuito rectificador de onda completa en puente de la Figura 4.5a presenta una tensión eficaz de 120 V a 60 Hz, $R = 2\ \Omega$, $L = 10$ mH y $V_{cc} = 80$ V. Determine la potencia absorbida por el generador de tensión continua y la potencia absorbida por la resistencia de carga.

Solución. En el modo de conducción continua, la tensión en la carga es una onda sinusoidal con rectificación de onda completa cuya serie de Fourier viene dada por la Ecuación 4.4. La Ecuación 4.7 se emplea para calcular la corriente media, que se utiliza para calcular la potencia absorbida por el generador de continua:

$$I_0 = \frac{\dfrac{2V_m}{\pi} - V_{cc}}{R} = \frac{\dfrac{2\sqrt{2}\,120}{\pi} - 80}{2} = 14{,}0 \text{ A}$$

$$P_{cc} = I_0 V_{cc} = (14)(80) = 1.120 \text{ W}.$$

Los primeros términos de la serie de Fourier obtenidos utilizando las Ecuaciones 4.4 y 4.5 son los siguientes:

n	V_n	Z_n	I_n
0	108	2,0	14,0
2	72,0	7,80	9,23
4	14,4	15,2	0,90

La corriente eficaz se calcula a partir de la Ecuación 2.43:

$$I_{rms} = \sqrt{(14)^2 + \left(\frac{9.23}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}90}{\sqrt{2}}\right)^2 + \ldots} \approx 15{,}46 \text{ A}.$$

La potencia absorbida por la resistencia es

$$P_R = I_{rms}^2 R = (15{,}46)^2(2) = 478 \text{ W}.$$

Solución de Pspice. El siguiente es el archivo de datos de PSpice para el ejemplo anterior:

```
RECTIFICADOR DE ONDA COMPLETA, CARGA R-L-GENERADOR (fullrls.cir)
******PARÁMETROS********
.PARAM R=2
.PARAM L=0.01
.PARAM VRMS=120
.PARAM VDC=80
******DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO*****
VS 1 0 SIN(0 {VRMS*SQRT(2)} 60)
D1 1 2 DMOD
D2 0 2 DMOD
D3 4 1 DMOD
D4 4 0 DMOD
R 2 2A {R}
L 2A 3 {L} IC=0
VDC 3 4 {VDC}
*******COMANDOS***********
.TRAN .1MS 50MS 33.33MS .1MS UIC   ;omitir los dos primeros periodos
                                    para que la salida represente el
                                    estado estacionario
.PROBE
.FOUR 60 V(2,4) I(R) I(VS)
.MODEL DMOD D
.END
```

Al utilizar el modelo de diodo predeterminado en la simulación de PSpice, se obtienen los siguientes resultados con Probe:

Magnitud	Expresión introducida	Resultado
I_0	AVG(I(R))	13,1 A
I_{rms}	RMS(I(R))	14,67 A
P_{carga}	AVG(V(2,4)*I(R))	1.480 W
P_{ca}	AVG(V(1)*-I(VS))	1.503 W
P_{D1}	AVG(V(1,2)*I(D1))	5,94 W
P_{cc}	AVG(V(2,3)*I(VDC))	1.050 W
R_R	AVG(V(2,2A)*I(R))	430 W

La potencia absorbida por los diodos se calcula restando 1.503 − 1.480 = 23 W. Observe que la simulación permite verificar la suposición de que la corriente de carga es permanente.

Filtro de salida basado en condensador

Al conectar un condensador de gran valor en paralelo con una carga resistiva se produce una tensión de salida que es esencialmente continua (Figura 4.6). El análisis es muy similar al del rectificador de media onda con un filtro basado en condensador del Capítulo 3. En el circuito de

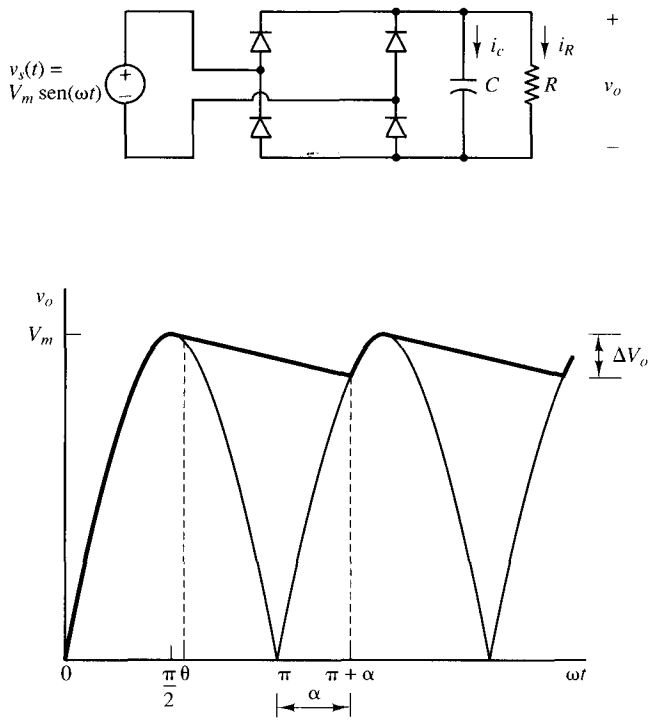


Figura 4.6. Rectificador de onda completa con filtro de condensador.

onda completa, el tiempo durante el que se descarga el condensador es menor que en el circuito de media onda, debido a la onda sinusoidal rectificada de la segunda mitad de cada periodo. El rizado de la tensión de salida del rectificador de onda completa es aproximadamente la mitad que el del rectificador de media onda. La tensión de pico de salida será menor en el circuito de onda completa, porque se producen dos caídas de tensión en los diodos en lugar de una.

El análisis es el mismo que para el rectificador de media onda. La tensión de salida es una función sinusoidal positiva cuando uno de los pares de diodos conduce y es una señal exponencial que tiende a cero en caso contrario. Suponiendo que los diodos son ideales,

$$v_o(\omega t) = \begin{cases} |V_m \operatorname{sen} \omega t| & \text{un par de diodos conduce} \\ (V_m \operatorname{sen} \theta) e^{-(\omega t - \theta)/\omega RC} & \text{diodos al corte} \end{cases} \tag{4.8}$$

siendo θ el ángulo para el cual se invierte la polaridad de los diodos, que es el mismo para el rectificador de media onda. Se calcula utilizando la Ecuación 3.41:

$$\theta = \tan^{-1}(-\omega RC) = -\tan^{-1}(\omega RC) + \pi. \tag{4.9}$$

La tensión máxima de salida es V_m y la tensión mínima de salida se obtiene calculando v_o para el ángulo en el que el segundo par de diodos entra en conducción, que es $\omega t = \pi + \alpha$. En ese punto límite,

$$(V_m \operatorname{sen} \theta) e^{-(\pi + \alpha - \theta)/\omega RC} = -V_m \operatorname{sen}(\pi + \alpha)$$

o

$$\boxed{(\operatorname{sen}\theta)e^{-(\pi+\alpha-\theta)/\omega RC} - \operatorname{sen}(\alpha) = 0} \tag{4.10}$$

que deberá resolverse numéricamente para hallar α.

La variación de tensión pico a pico, o rizado, es la diferencia entre las tensiones máxima y mínima:

$$\boxed{\Delta V_o = V_m - |V_m \operatorname{sen}(\pi + \alpha)| = V_m(1 - \operatorname{sen}\alpha).} \tag{4.11}$$

Esto es igual que la Ecuación 3.49 para la variación de tensión en el rectificador de media onda, pero α es mayor para el rectificador de onda completa y el rizado es menor para una carga dada. La corriente en el condensador viene descrita por las mismas ecuaciones que para el rectificador de media onda.

En los circuitos reales donde $\omega RC \gg \pi$,

$$\begin{aligned} \theta &\approx \pi/2 \\ \alpha &\approx \pi/2. \end{aligned} \tag{4.12}$$

La tensión mínima de salida se calcula de manera aproximada utilizando la Ecuación 4.9 con los diodos al corte, evaluándola en $\omega t = \pi$:

$$v_o(\pi + \alpha) = V_m e^{-(\pi+\pi/2-\pi/2)/\omega RC} = V_m e^{-\pi/\omega RC}.$$

La tensión de rizado para el rectificador de onda completa con un filtro basado en condensador se puede calcular de la siguiente manera:

$$\Delta V_o \approx V_m(1 - e^{-\pi/\omega RC}).$$

Además, la función exponencial de la ecuación anterior se puede aproximar mediante el desarrollo en serie

$$e^{-\pi/\omega RC} \approx 1 - \frac{\pi}{\omega RC}.$$

Sustituyendo la función exponencial por su aproximación, el rizado pico a pico es

$$\boxed{\Delta V_o \approx \frac{V_m \pi}{\omega RC} = \frac{V_m}{2fRC}.} \tag{4.13}$$

Observe que la Ecuación 3.51 indica que la tensión de rizado pico a pico aproximada para el rectificador de onda completa es la mitad que para el rectificador de media onda. La corriente de pico en los diodos es mucho mayor que la corriente media en los mismos, al igual que sucede con el rectificador de media onda, por lo que se puede aplicar la Ecuación 3.48. La corriente media del generador es cero.

Ejemplo 4.4. Rectificador de onda completa con filtro basado en condensador

El rectificador de onda completa de la Figura 4.6 presenta un generador de 120 V a 60 Hz, $R = 500\ \Omega$ y $C = 100\ \mu$F. (a) Determine la variación de la tensión pico a pico de la salida. (b) Determine el valor del condensador que reduce el rizado de la tensión de salida a un 1 % del valor de continua.

Solución. A partir de los parámetros dados se obtiene

$$V_m = 120\sqrt{2} = 169{,}7\ \text{V}$$
$$\omega RC = (2\pi 60)(500)(10)^{-6} = 18{,}85.$$

El ángulo θ viene dado por la Ecuación 4.9:

$$\theta = -\tan^{-1}(18{,}85) + \pi = 1{,}62\ \text{rad} = 93^\circ$$
$$V_m \operatorname{sen}\theta = 169{,}5\ \text{V}.$$

El ángulo θ viene dado por la solución numérica de la Ecuación 4.10:

$$\operatorname{sen}(1{,}62)e^{-(\pi+\alpha-1{,}62)/18{,}85} - \operatorname{sen}\alpha = 0$$
$$\alpha = 1{,}06\ \text{rad} = 60{,}6^\circ.$$

La tensión pico a pico de salida viene dada por la Ecuación 4.11:

$$\Delta V_o = V_m(1 - \operatorname{sen}\alpha) = 169{,}7(1 - \operatorname{sen}(1{,}06)) = 22\ \text{V}.$$

Observe que ésta es la misma carga y el mismo generador que los del rectificador de media onda del Ejemplo 3.9 del Capítulo 3, donde $\Delta V_o = 43$ V.

(b) Al limitar el rizado a un 1 %, la tensión de salida será aproximadamente V_m y se podrá aplicar la aproximación de la Ecuación 4.13:

$$\frac{\Delta V_o}{V_m} = 0{,}01 \approx \frac{1}{2fRC}.$$

Resolviendo para C se obtiene

$$C \approx \frac{1}{2fR(\Delta V_o/V_m)} = \frac{1}{(2)(60)(500)(0{,}01)} = 1.670\ \mu\text{F}.$$

Dobladores de tensión

El circuito rectificador de la Figura 4.7a funciona como un doblador de tensión sencillo, cuya salida es el doble del valor de pico del generador. Cuando los diodos son ideales, C_1 se carga hasta V_m a través de D_1 cuando la señal del generador es positiva. C_2 se carga hasta V_m a través de D_2 cuando la señal del generador es negativa. La tensión en la resistencia de carga es la suma de las tensiones en los condensadores, $2V_m$. Este circuito es útil cuando la tensión de salida de un rectificador debe ser mayor que la tensión de pico de entrada. Los circuitos dobladores de tensión evitan la necesidad de utilizar un transformador para aumentar la tensión y permiten ahorrar coste, espacio y peso.

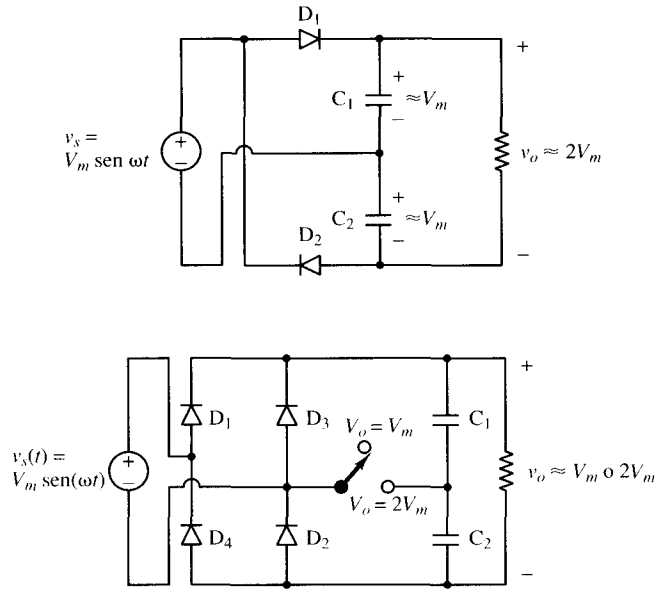


Figura 4.7. (a) Doblador de tensión. (b) Rectificador de tensión dual.

Se puede combinar el rectificador de onda completa con filtro de salida basado en condensador con el doblador de tensión, como se muestra en la Figura 4.7b. Cuando el interruptor está abierto, el circuito es similar al rectificador de onda completa de la Figura 4.6a, con una salida de aproximadamente V_m cuando los condensadores son grandes. Cuando el interruptor está cerrado, el circuito opera como el doblador de tensión de la Figura 4.7a. C_1 se carga hasta V_m a través de D_1 cuando la señal del generador es positiva y C_2 se carga hasta V_m a través de D_4 cuando la señal del generador es negativa. La tensión de salida será $2V_m$. En este modo, los diodos D_2 y D_3 estarán polarizados en inversa.

El circuito doblador de tensión es útil cuando se precisa utilizar el equipo en sistemas de diferentes estándares de tensión. Por ejemplo, se podría diseñar un circuito para que operase correctamente tanto en los Estados Unidos, donde la tensión de la red es de 120 V, como en otros lugares donde la tensión de la red es de 240 V.

Salida con filtro L-C

Otra configuración de un rectificador de onda completa presenta un filtro L-C a la salida, como se muestra en la Figura 4.8a. El propósito del filtro es producir una tensión de salida aproximadamente continua. El condensador mantiene la tensión de salida en un nivel constante y la bobina suaviza la corriente del rectificador y reduce la corriente de pico en los diodos con respecto a la mostrada en la Figura 4.6a.

El circuito puede operar en los modos de conducción continua o discontinua. Cuando la corriente es permanente, la intensidad que atraviesa la bobina siempre es positiva, como se muestra en la Figura 4.8b. Cuando la corriente es discontinua, la intensidad que atraviesa la bobina se hará nula en cada ciclo, como se muestra en la Figura 4.8c. Es más sencillo analizar el caso de la conducción continua, por lo que se estudiará en primer lugar.

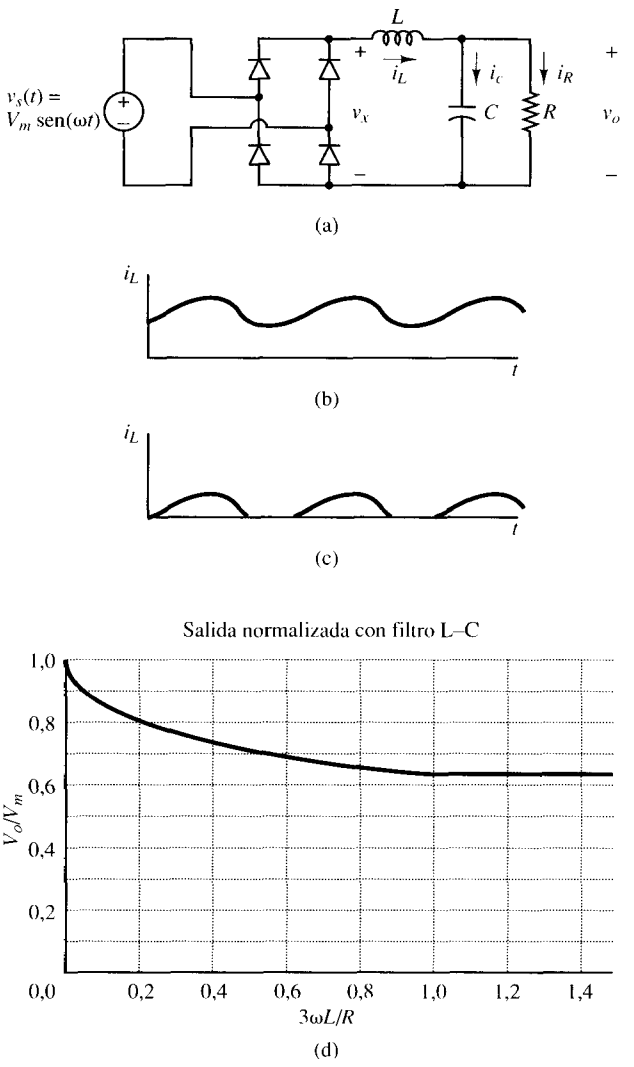


Figura 4.8. (a) Rectificador con salida con filtro L-C de salida. (b) Corriente continua en la bobina. (c) Corriente discontinua en la bobina. (d) Salida normalizada.

Corriente continua para la salida con filtro L-C

Cuando la corriente es continua, la tensión v_x de la Figura 4.8a es una onda sinusoidal con rectificación de onda completa, cuyo valor medio es $2V_m/\pi$. Como la tensión media en la bobina en régimen permanente es nula, la tensión de salida media cuando pasa una corriente permanente por la bobina es

$$V_o = \frac{2V_m}{\pi}. \tag{4.14}$$

La corriente media en la bobina debe ser igual a la corriente media en la resistencia, ya que la corriente media en el condensador es cero:

$$I_L = I_R = \frac{V_o}{R} = \frac{2V_m}{\pi R}. \tag{4.15}$$

Se puede estimar la variación de corriente en la bobina a partir del primer término de alterna en la serie de Fourier. El primer término de tensión alterna se obtiene a partir de la Ecuación 4.4 con $n = 2$. Suponiendo que el condensador es un cortocircuito en alterna, existirá una tensión armónica v_2 en la bobina. La amplitud de la corriente que atraviesa la bobina para $n = 2$ es

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_2} \approx \frac{V_2}{2\omega L} = \frac{4V_m/3\pi}{2\omega L} = \frac{2V_m}{3\pi\omega L}. \tag{4.16}$$

Para que la corriente sea siempre positiva, la amplitud del término de alterna deberá ser menor que la del término de continua (valor medio). Utilizando las ecuaciones anteriores y despejando L se obtiene

$$I_2 < I_L$$

$$\frac{2V_m}{3\pi\omega L} < \frac{2V_m}{\pi R}$$

$$L > \frac{R}{3\omega}$$

o

$$\boxed{\frac{3\omega L}{R} > 1 \quad \text{para corriente permanente.}} \tag{4.17}$$

Si $3\omega L/R > 1$, la corriente es permanente y la tensión de salida es $2V_m/\pi$. En caso contrario, la tensión de salida se calculará a partir del análisis para corriente discontinua, que se describe a continuación.

Corriente discontinua para la salida con filtro L-C

Cuando la corriente en la bobina es discontinua, la corriente se hace nula en cada periodo de su forma de onda (Figura 4.8c). La corriente se vuelve a hacer positiva cuando la tensión de salida del puente alcanza el nivel de tensión del condensador, es decir, cuando $\omega t = \alpha$:

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{V_o}{V_m}\right). \tag{4.18}$$

Cuando la corriente es positiva, la tensión en la bobina es

$$v_L = V_m \,\text{sen}\,(\omega t) - V_o \tag{4.19}$$

donde habrá que determinar la tensión de salida V_o. La corriente en la bobina se expresa de la siguiente manera

$$i_L(\omega t) = \frac{1}{\omega L}\int_{\alpha}^{\omega t} [V_m \operatorname{sen}(\omega t) - V_o]d(\omega t)$$
$$= \frac{1}{\omega L}[V_m(\cos\alpha - \cos(\omega t)) - V_o(\omega t - \alpha)] \tag{4.20}$$
$$\text{para } \alpha \leqslant \omega t \leqslant \beta,\ \beta \leqslant \pi,$$

que es válida hasta que la corriente se hace nula, en $\omega t = \beta$.

La solución para la tensión de carga *Vo* se basa en el hecho de que la corriente media que atraviesa la bobina debe ser igual a la corriente que atraviesa la resistencia de carga. Desafortunadamente, no se dispone de una solución analítica, por lo que se requiere una técnica iterativa.

El siguiente es un procedimiento para determinar V_o:

1. Estimar un valor para V_o que sea algo menor que V_m y despejar α en la Ecuación 4.18.
2. Hallar numéricamente el valor de β en la Ecuación 4.20 para la corriente en la bobina:

$$i_L(\beta) = 0 = V_m(\cos\alpha - \cos\beta) - V_o(\beta - \alpha).$$

3. Hallar la corriente media en la bobina, I_L:

$$I_L = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\beta} i_L(\omega t)d(\omega t)$$
$$= \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\omega L}[V_m(\cos\alpha - \cos\omega t) - V_o(\omega t - \alpha)d(\omega t). \tag{4.21}$$

4. Hallar la tensión de carga V_o a partir de la corriente media que atraviesa la bobina, calculada en el paso 3:

$$I_R = I_L = \frac{V_o}{R}$$
$$\text{o} \quad V_o = I_L R. \tag{4.22}$$

5. Repetir los pasos 1 a 4 hasta que el valor de V_o calculado en el paso 4 sea igual al valor estimado de V_o en el paso 1.

La tensión de salida para corriente discontinua es mayor que para corriente continua. Si no hay carga, el condensador se cargará hasta el valor pico de la señal procedente del generador, por lo que la salida máxima será V_m. En la Figura 4.8d se muestra la salida normalizada V_o/V_m en función de $3\omega L/R$.

Ejemplo 4.5. Rectificador de onda completa con filtro L-C

Un rectificador de onda completa utiliza un generador $v_s(t) = 100\operatorname{sen}(377t)$ V. Se utiliza un filtro L-C como el de la Figura 4.8a, con $L = 5$ mH y $C = 10.000$ μF. La resistencia de carga es (a) 5 Ω y (b) 50 Ω. Determine la tensión de salida en cada caso.

Solución. Utilizando la Ecuación 4.17, existirá una continua permanente en la bobina cuando

$$R < 3\omega L = 3(377)(0{,}005) = 5{,}7\ \Omega,$$

por lo que existirá corriente continua cuando la resistencia de carga sea de 5 Ω y corriente discontinua cuando sea de 50 Ω.

(a) Para $R = 5\ \Omega$ con corriente permanente, la tensión de salida se calcula a partir de la Ecuación 4.14:

$$V_o = \frac{2V_m}{\pi} = \frac{2(100)}{\pi} = 63{,}7\ \text{V}.$$

(b) Para $R = 50\ \Omega$ con corriente discontinua, se utilizará el método iterativo anterior para calcular V_o. Inicialmente se estima que el valor de V_o es 90 V. Los siguientes son los resultados de la iteración:

V_o Estimado	α	β	V_o calculado
90	1,12	2,48	38,8 (la estimación es demasiado alta)
80	0,93	2,89	159 (la estimación es demasiado baja)
85	1,12	2,70	88,2 (la estimación es algo baja)
86	1,04	2,66	76,6 (la estimación es demasiado alta)
85,3	1,02	2,69	84,6 (solución aproximada)

Por tanto, V_o es aproximadamente 85,3 V. En la práctica puede no tener sentido calcular tres cifras significativas para la tensión de carga al predecir las prestaciones de un circuito real. Saber que la tensión de salida es ligeramente superior a 85 V tras la tercera iteración suele ser suficiente. También se puede estimar la salida a partir de la gráfica de la Figura 4.8d.

Solución de PSpice. El siguiente es un archivo de datos de PSpice para el rectificador de onda completa con filtro L-C de salida:

```
RECTIFICADOR DE ONDA COMPLETA CON FILTRO L-C (full_lc.cir)
************* LA TENSIÓN DE SALIDA ES V(3,4) ********************
*************** PARÁMETROS DEL CIRCUITO ************************
.PARAM RLOAD=5
.STEP PARAM RLOAD LIST 5 50
.PARAM LFILTER=5mH
.PARAM CFILTER=10000uF
.PARAM Vm=100 F=60
.PARAM ICC={0.9*Vm}
*************** DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO ************************
VS 1 0 SIN(0 {Vm} {F})
D1 1 2 DMOD
D2 0 2 DMOD
D3 4 1 DMOD
D4 4 0 DMOD
L 2 3 {LFILTER} IC=0
C 3 4 {CFILTER} IC={ICC}
R 3 4 {RLOAD}
```

```
** REDES R-C DE AMORTIGUACIÓN PARA AYUDAR EN LA CONVERGENCIA DE PSPICE **
.SUBCKT SNUB 1 2
RSNUB 1 3 10000
CSNUB 3 2 .1NF
.ENDS
XSNUB1 1 2 SNUB
XSNUB2 4 0 SNUB
XSNUB3 1 4 SNUB
XSNUB4 2 0 SNUB
***************************** COMANDOS Y MODELOS *****************
.TRAN .1m 300m 0 .2m UIC
.PROBE
.MODEL DMOD D; diodo predeterminado
.END
```

Los dos valores de R se prueban en una simulación utilizando el comando .STEP. El análisis transitorio debe ser lo suficientemente largo como para permitir observar una salida periódica en estado estacionario. En la Figura 4.9 se muestra la salida de Probe para las dos resis-

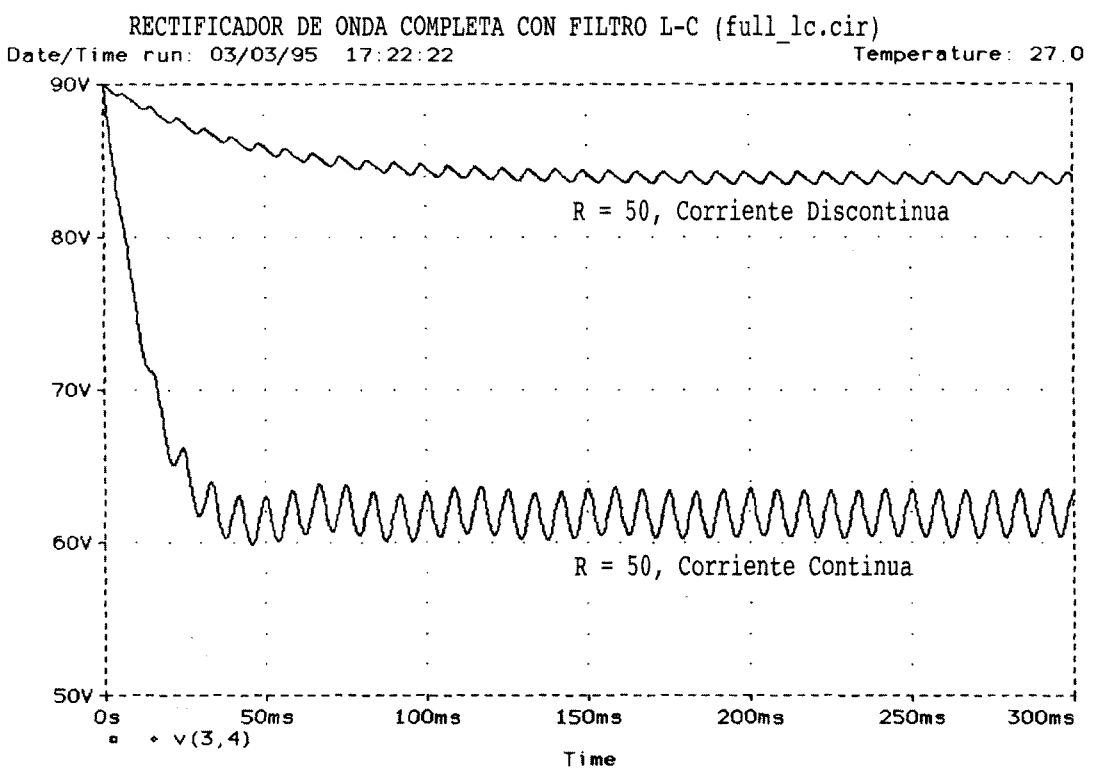


Figura 4.9. Salida de PSpice para el Ejemplo 4.6, que muestra la tensión de salida para un rectificador de onda completa con un filtro L-C cuando la bobina es atravesada por corriente continua y discontinua.

tencias de carga. La tensión media de salida en cada caso se obtiene en Probe introduciendo AVG(V(3,4)), tras restringir los datos para representar una salida en estado estacionario, lo que produce $V_o = 63{,}6$ V para $R = 5\ \Omega$ (corriente continua) y $V_o = 84{,}1$ V para $R = 50\ \Omega$ (corriente discontinua). Estos valores son algo menores que los teóricos, porque en la simulación se utilizó el modelo de diodo predeterminado y los cálculos se basaron en diodos ideales.

4.3. RECTIFICADORES CONTROLADOS DE ONDA COMPLETA

Un método flexible para controlar la salida de un rectificador de onda completa es sustituir los diodos por conmutadores controlados, como los SCR. La salida se controla ajustando el ángulo de disparo de cada SCR, obteniéndose una tensión de salida ajustable en un rango limitado.

En la Figura 4.10 se muestran dos rectificadores controlados de onda completa. En el rectificador en puente, los SCR S_1 y S_2 se polarizan en directa cuando la señal del genera-

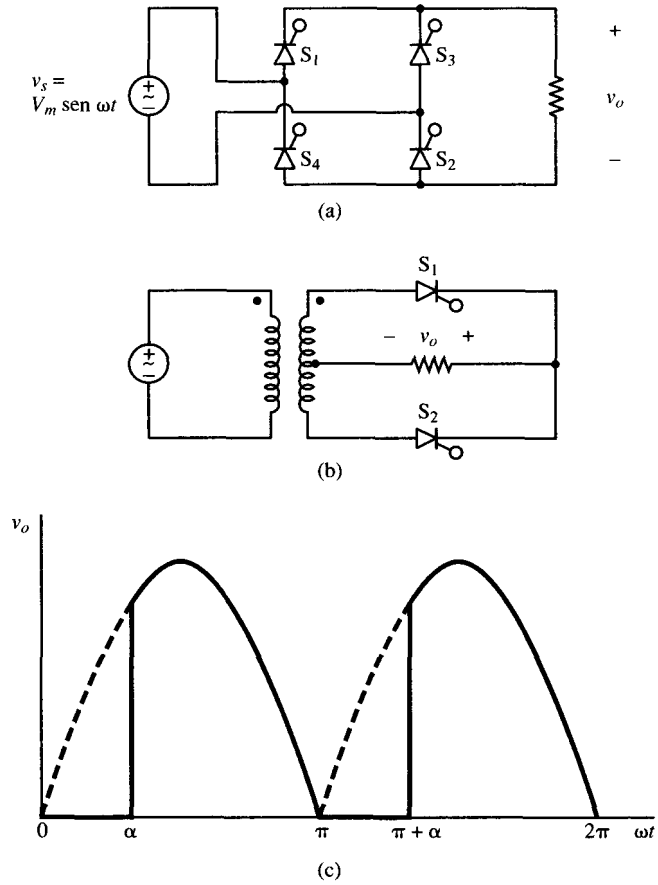


Figura 4.10. (a) Rectificador controlado de onda completa en puente. (b) Rectificador controlado de onda completa con transformador de toma media. (c) Salida para una carga resistiva.

dor es positiva, pero no conducirán hasta que se apliquen las señales de puerta. De la misma manera, S_3 y S_4 se polarizarán en directa cuando la señal del generador se haga negativa, pero no conducirán hasta que no reciban señales de puerta. En el rectificador transformador con toma central, S_1 está polarizado en directa cuando v_s es positiva y S_2 está polarizado en directa cuando v_s es negativa, pero no conducirán hasta que no reciban una señal de puerta. pero no conducirán hasta que no reciban señales de puerta. En el rectificador transformador con toma central, S_1 está polarizado en directa cuando v_s es positiva y S_2 está polarizado en directa cuando v_s es negativa, pero no conducirán hasta que no reciban una señal de puerta.

El ángulo de disparo α es el intervalo angular entre la polarización directa del SCR y la aplicación de la señal de puerta. Si el ángulo de disparo es cero, los rectificadores se comportan exactamente como rectificadores no controlados con diodos. La siguiente explicación se aplica, con carácter general, tanto a los rectificadores en puente como a los rectificadores con transformador de toma media.

Carga resistiva

En la Figura 4.10c se muestra la forma de onda de la tensión de salida de un rectificador controlado de onda completa con una carga resistiva. La componente media de esta forma de onda se determina a partir de

$$V_o = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} V_m \operatorname{sen}(\omega t)d(\omega t) = \frac{V_m}{\pi}(1 + \cos\alpha). \tag{4.23}$$

Por tanto, la corriente media de salida es

$$I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{V_m}{\pi R}(1 + \cos\alpha). \tag{4.24}$$

La potencia entregada a la carga es una función de la tensión de entrada, del ángulo de disparo y de los componentes de carga. Se utilizará $P = I_{\text{rms}}^2 R$ para calcular la potencia en una carga resistiva, donde

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi}\left(\frac{V_m}{R}\operatorname{sen}\omega t\right)^2 d(\omega t)} \\ &= \frac{V_m}{R}\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2\pi} + \frac{\operatorname{sen}(2\alpha)}{4\pi}}. \end{aligned} \tag{4.25}$$

La corriente eficaz del generador es igual a la corriente eficaz en la carga.

Ejemplo 4.6. Rectificador controlado de onda completa con carga resistiva
El rectificador controlado de onda completa en puente de la Figura 4.10a presenta una tensión eficaz de entrada de 120 V en alterna a 60 Hz y una resistencia de carga de 20 Ω. El ángulo de disparo es de 40°. Determine la corriente media en la carga, la potencia absorbida por la misma y la potencia del generador (en VA).

Solución. La tensión media de salida se calcula utilizando la Ecuación 4.23:

$$V_o = \frac{V_m}{\pi}[1 + \cos\alpha] = \frac{\sqrt{2}\,120}{\pi}[1 + \cos 40^\circ] = 95{,}4 \text{ V}.$$

La corriente media de carga es

$$I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{95{,}4}{20} = 4{,}77 \text{ A}.$$

La potencia absorbida por la carga se calcula a partir de la corriente eficaz dada por la Ecuación 4.24, expresando α en radianes:

$$I_{\text{rms}} = \frac{\sqrt{2}\,120}{20}\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{0{,}698}{2\pi} + \frac{\text{sen}\,[2(0{,}698)]}{4\pi}} = 5{,}80 \text{ A}$$

$$P = I_{\text{rms}}^2 R = (5{,}80)^2 20 = 673 \text{ W}$$

La corriente eficaz en el generador también es 5,80 A y la potencia aparente del generador es

$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} = (120)(5{,}80) = 696 \text{ VA}.$$

El factor de potencia es

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{672}{696} = 0{,}967.$$

Carga R-L, corriente discontinua

La corriente de carga en un rectificador controlado de onda completa con una carga R-L (Figura 4.11a) puede ser continua o discontinua, y será necesario un análisis diferente para cada caso. Iniciando el análisis para $\omega t = 0$ y con corriente de carga nula, los SCR S_1 y S_2 del rectificador en puente estarán polarizados en directa y S_3 y S_4 se polarizarán en inversa cuando la tensión del generador se haga positiva. S_1 y S_2 se activarán cuando se les apliquen señales de puerta para $\omega t = \alpha$. Cuando S_1 y S_2 están activados, la tensión de carga es igual a la tensión del generador. Para esta condición el circuito es idéntico al rectificador controlado de media onda del Capítulo 3, y la función de la corriente será

$$i_o(\omega t) = \frac{V_m}{Z}[\text{sen}\,(\omega t - \theta) - \text{sen}\,(\alpha - \theta)e^{-(\omega t - \alpha)/\omega\tau}]$$

$$\text{para} \quad \alpha \leqslant \omega t \leqslant \beta \tag{4.26}$$

$$\text{donde} \quad Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2},\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right),\ \text{y}\ \tau = \frac{L}{R}.$$

La función de corriente anterior se hace cero en $\omega t = \beta$. Si $\beta < \pi + \alpha$, la corriente será nula hasta $\omega t = \pi + \alpha$, momento en el cual se aplicarán señales de puerta a S_3 y S_4, que quedarán polarizados en directa y comenzarán a conducir. En la Figura 4.11b se ilustra este modo de operación, denominado corriente discontinua:

$$\beta < \alpha + \pi \rightarrow \text{corriente discontinua}. \tag{4.27}$$

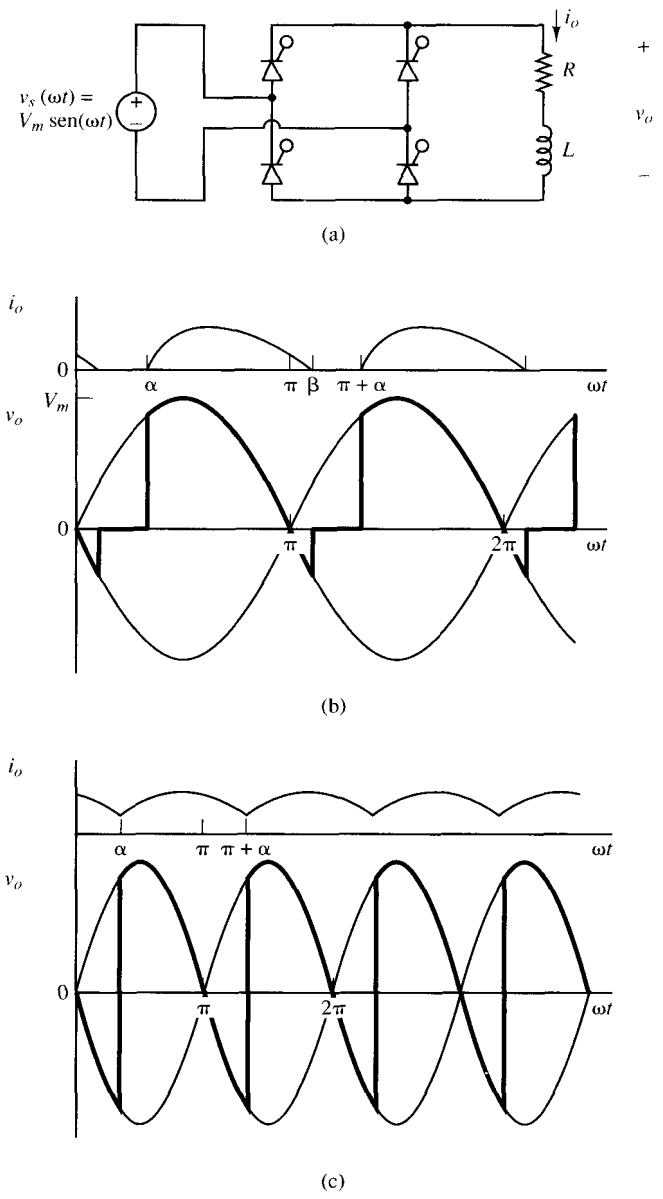


Figura 4.11. (a) Rectificador controlado con carga R-L. (b) Corriente discontinua. (c) Corriente continua.

El análisis del rectificador controlado de onda completa en el modo de corriente discontinua es idéntico al del rectificador controlado de media onda, pero el periodo de la corriente de salida es π radiantes en lugar de 2π radianes.

Ejemplo 4.7. Rectificador controlado de onda completa, corriente discontinua

El rectificador controlado de onda completa en puente de la Figura 4.11a presenta un generador con una tensión eficaz de 120 V a 60 Hz, $R = 10\ \Omega$, $L = 20$ mH y $\alpha = 60°$. (a) Determine

la expresión de la corriente de carga. (b) Determine la corriente media de carga. (c) Determine la potencia absorbida por la carga.

Solución. A partir de los parámetros dados se obtiene

$$V_m = \frac{120}{\sqrt{2}} = 169{,}7 \text{ V}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{(10^2 + [(377)(0{,}02)]^2} = 12{,}5\ \Omega$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{(377)(0{,}02)}{10}\right) = 0{,}646 \text{ rad}$$

$$\omega\tau = \frac{\omega L}{R} = \frac{(377)(0{,}02)}{10} = 0{,}754 \text{ rad}$$

$$\alpha = 60^\circ = 1{,}047 \text{ rad.}$$

(a) Sustituyendo en la Ecuación 4.26,

$$i_o(\omega t) = 13{,}6 \operatorname{sen}(\omega t - 0{,}646) - 21{,}2e^{-\omega t/0{,}754} \text{ A}$$
$$\text{para} \quad \alpha \leqslant \omega t \leqslant \beta.$$

Resolviendo $i_o(\beta) = 0$ numéricamente para hallar β, obtenemos que $\beta = 3{,}78$ rad (216°). Como $\pi + \alpha = 4{,}19 > \beta$, la corriente es discontinua y la expresión anterior para la corriente es válida.

(b) La corriente media de carga se obtiene a partir de la integración numérica de

$$I_o = \frac{1}{\pi}\int_\alpha^\beta i_o(\omega t)d(\omega t) = 7{,}05 \text{ A.}$$

(c) La potencia absorbida por la carga aparece en la resistencia y se calcula utilizando la expresión $I_{rms}^2 R$, donde

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_\alpha^\beta i_o^2(\omega t)d(\omega t)} = 8{,}35 \text{ A}$$

$$P = (8{,}35)^2(10) = 697 \text{ W.}$$

Carga R-L, corriente continua

Si la corriente de carga sigue siendo positiva para $\omega t = \pi + \alpha$ cuando se aplican señales de puerta a S_3 y S_4 en el análisis anterior, S_3 y S_4 se activarán y se fuerza la desactivación de S_1 y S_2. Como la condición inicial para la corriente en el segundo semiciclo no es cero, la función de la corriente no será la misma. La Ecuación 4.26 no es válida para la corriente continua en régimen continua. En la Figura 4.11c se muestran las formas de onda de la corriente y la tensión en régimen continua para una carga R-L con corriente continua.

El límite entre la corriente continua y discontinua se produce cuando $\beta = \pi + \alpha$ en la Ecuación 4.26. La corriente para $\omega t = \pi + \alpha$ debe ser mayor que cero para la operación con corriente

continua:

$$i(\pi + \alpha) \geqslant 0$$

$$\text{sen}\,(\pi + \alpha - \theta) - \text{sen}\,(\pi + \alpha - \theta)e^{-(\pi+\alpha-\alpha)/\omega\tau} \geqslant 0.$$

Haciendo

$$\text{sen}\,(\pi + \alpha - \theta) = \text{sen}\,(\theta - \alpha),$$

$$\text{sen}\,(\theta - \alpha)[1 - e^{-(\pi/\omega\tau)}] \geqslant 0.$$

Resolviendo para α,

$$\alpha \leqslant \theta.$$

Usando la relación

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right),$$

$$\boxed{\alpha \leqslant tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) \quad \text{para corriente continua.}} \tag{4.28}$$

Podemos utilizar la Ecuación 4.27 o la Ecuación 4.28 para comprobar si la corriente de carga es continua o discontinua.

Un método para determinar la tensión y la corriente de salida en el caso de corriente continua es utilizar la serie de Fourier. La expresión general de la serie de Fourier para la forma de onda de tensión en el caso de corriente continua mostrado en la Figura 4.11c, es la siguiente:

$$v_o(\omega t) = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cos\,(n\omega t + \theta_n). \tag{4.29}$$

El valor (medio) en continua es

$$\boxed{V_0 = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\alpha+\pi} V_m \,\text{sen}\,(\omega t)d(\omega t) = \frac{2V_m}{\pi}\cos\alpha.} \tag{4.30}$$

Las amplitudes de los términos de alterna se calculan a partir de

$$V_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \tag{4.31}$$

donde

$$a_n = \frac{2V_m}{\pi}\left[\frac{\cos\,(n+1)\alpha}{n+1} - \frac{\cos\,(n-1)\alpha}{n-1}\right]$$

$$b_n = \frac{2V_m}{\pi}\left[\frac{\text{sen}\,(n+1)\alpha}{n+1} - \frac{\text{sen}\,(n-1)\alpha}{n-1}\right], \tag{4.32}$$

$$n = 2, 4, 6....$$

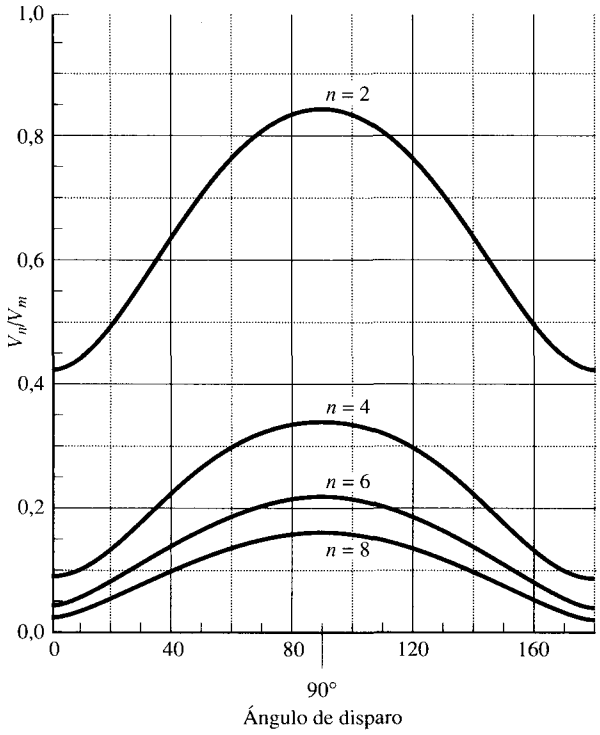


Figura 4.12. Tensiones armónicas de salida en función del ángulo de disparo para un rectificador monofásico controlado.

En la Figura 4.12 se muestra la relación entre el contenido armónico normalizado de la tensión de salida y el ángulo de disparo.

La serie de Fourier para la corriente se determina utilizando superposición, como se hizo anteriormente para el rectificador no controlado. La amplitud de la corriente para cada frecuencia se obtiene utilizando la Ecuación 4.5. La corriente eficaz se determina combinando la corriente eficaz para cada frecuencia. Utilizando la Ecuación 2-43,

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=2,\,4,\,6\ldots}^{\infty} \left(\frac{I_n}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\text{donde} \quad I_0 = \frac{V_0}{R} \tag{4.33}$$

$$\text{y} \quad I_n = \frac{V_n}{Z_n} = \frac{V_n}{|R + jn\omega_0 L|}.$$

La impedancia de la bobina aumenta al aumentar el orden del armónico. Por tanto, podría ser necesario resolver únicamente unos pocos términos de la serie para calcular la corriente eficaz. Si el valor de la inductancia es grande, los términos de alterna serán pequeños y la corriente será esencialmente continua.

Ejemplo 4.8. Rectificador controlado de onda completa con carga R-L, corriente continua

El rectificador controlado de onda completa en puente de la Figura 4.11 utiliza un generador de 120 V rms a 60 Hz y una carga R-L, donde $R = 10\ \Omega$ y $L = 100$ mH. El ángulo de disparo es $\alpha = 60^\circ$ (igual que el Ejemplo 4.7, pero L es mayor). (a) Halle la expresión de la corriente de carga. (b) Determine la componente continua (media) de la corriente. (c) Determine la potencia absorbida por la carga.

Solución. Se utilizará la Ecuación 4.28 para verificar que la corriente es continua:

$$\tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{(377)(0{,}1)}{10}\right) = 75^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ < 75^\circ \rightarrow \text{corriente continua.}$$

(a) La tensión en la carga se expresa en función de la serie de Fourier de la Ecuación 4.29. El término de continua se calculará utilizando la Ecuación 4.30:

$$V_0 = \frac{2V_m}{\pi}\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}\,120}{\pi}\cos(60^\circ) = 54{,}0\ \text{V}.$$

Las amplitudes de los términos de alterna se calcularán utilizando las Ecuaciones 4.31 y 4.32. En la siguiente tabla se resumen estas amplitudes siendo $Z_n = |R + j\omega L|$ e $I_n = V_n/Z_n$:

n	a_n	b_n	V_n	Z_n	I_n
0 (dc)	—	—	54,0	10	5,40
2	−90,0	−93,5	129,8	76,0	1,71
4	46,8	−18,7	50,4	151,1	0,33
6	−3,19	32,0	32,2	226,4	0,14

La corriente eficaz se calcula utilizando la Ecuación 4.33:

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{(5{,}40)^2 + \left(\frac{1{,}71}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}33}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}14}{\sqrt{2}}\right)^2 + \ldots} \approx 5{,}54\ \text{A}.$$

La potencia se calcula utilizando la expresión $I_{\text{rms}}^2 R$:

$$P = (5{,}54)^2(10) = 307\ \text{W}.$$

Observe que podríamos aproximar de manera precisa la corriente eficaz utilizando el término de continua y un término de alterna ($n = 2$). Los términos de frecuencias mayores son muy pequeños y su contribución a la potencia en la carga es muy pequeña.

Simulación en PSpice de los rectificadores controlados de onda completa

Para simular el rectificador controlado de onda completa en PSpice debe seleccionarse un modelo de SCR adecuado. Se puede utilizar un sencillo conmutador y un diodo para representar el SCR, del mismo modo que en el rectificador controlado de media onda del Capítulo 3. Este modelo sencillo de SCR acortará el tiempo de simulación con respecto a un modelo de SCR más completo, y permitirá utilizar la versión de evaluación de PSpice. La siguiente es una simulación en PSpice del Ejemplo 4.8.

Ejemplo 4.9. Simulación en PSpice de un rectificador controlado de onda completa

Utilice PSpice para determinar la solución del rectificador controlado de onda completa del Ejemplo 4.8.

Solución. El siguiente es un archivo de datos de PSpice que utiliza el modelo de interruptor controlado para los SCR:

```
RECTIFICADOR CONTROLADO DE ONDA COMPLETA (fullcont.cir)
********************PARÁMETROS DEL CIRCUITO****************
.PARAM R=10
.PARAM L=100MH
.PARAM VRMS=120
.PARAM ALPHA=60
.PARAM F=60
********************DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO*****************
VS 1 0 SIN(0 {VRMS*SQRT(2)} 60 0 0 {ALPHA})
D1 1 10 DMOD
S1 10 2 D12 0 SMOD
D4 0 11 DMOD
S4 11 2 D34 0 SMOD
D3 4 12 DMOD
S3 12 1 D34 0 SMOD
D2 4 13 DMOD
S2 13 0 D12 0 SMOD

L 2 3 {L}
R 3 4 {R}
****************CONTROL Y SALIDA*****************
VCONTROL D12 0 PULSE(-10 10 0 1US 1US {.51/F} {1/F})
VCONTROL2 D34 0 PULSE(-10 10 {.5/F} 1US 1US {.51/F} {1/F})
.TRAN .1MS 100ms 66.67MS .1ms UIC  ;retrasar la salida para observar
                                    el régimen continua
.PROBE
.FOUR 60 V(2,4) I(R) I(VS)
.MODEL DMOD D
.MODEL SMOD VSWITCH(RON=.001)
.OPTIONS NOPAGE
.END
```

En la Figura 4.13 se muestra la salida de Probe para la corriente y la tensión de carga en régimen continua. El comando .FOUR genera las componentes de Fourier de la tensión de carga, la corriente de carga y la corriente del generador. La distorsión armónica total de la corriente de carga se obtiene a partir del archivo de salida y es del 19,8%.

Rectificador controlado con carga RL-generador

El rectificador controlado con una carga formada por la conexión en serie de una resistencia, una bobina y una tensión continua (Figura 4.14) se analiza de una manera muy similar al rectificador no controlado de la Figura 4.5a, descrito anteriormente en este capítulo. En el rectificador

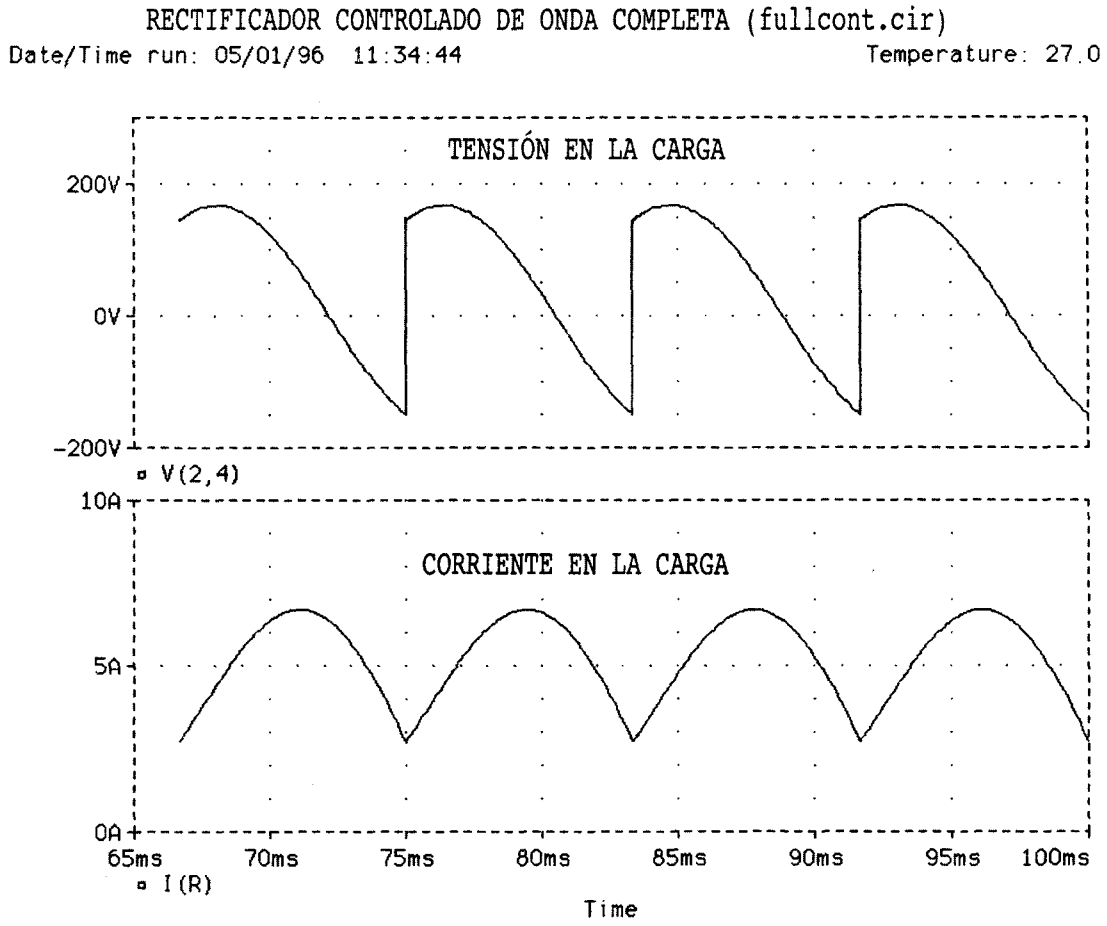


Figura 4.13. Salida de PSpice para el Ejemplo 4.10: rectificador controlado de onda completa con una carga R-L, corriente continua.

controlado se pueden activar los SCR en cualquier momento en que estén polarizados en directa, es decir, cuando el ángulo sea

$$\alpha \geqslant \text{sen}^{-1}\left(\frac{V_{cc}}{V_m}\right). \tag{4.34}$$

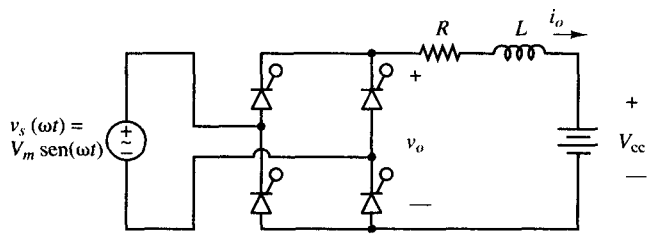


Figura 4.14. Rectificador controlado con carga RL-generador.

En el caso de corriente continua, la tensión de salida del puente es la misma que en la Figura 4.11c. La tensión media de salida en el puente es

$$V_o = \frac{2V_m}{\pi} \cos \alpha. \tag{4.35}$$

La corriente media de carga es

$$I_o = \frac{V_o - V_{cc}}{R}. \tag{4.36}$$

Los términos de la tensión alterna no cambian respecto al rectificador controlado con carga R-L de la Figura 4.11a y vienen descritos por las Ecuaciones 4.29 y 4.32. Los términos de la corriente alterna se obtienen a partir del circuito de la Figura 4.14c. La potencia absorbida por la tensión continua es

$$P_{cc} = I_o V_{cc}. \tag{4.37}$$

La potencia absorbida por la resistencia en la carga es $I_{rms}^2 R$. Si la inductancia es grande y la corriente de carga presenta poco rizado, la potencia absorbida por la resistencia es aproximadamente igual a $I_o^2 R$.

Ejemplo 4.10. Rectificador controlado con carga R-L-generador

El rectificador controlado de la Figura 4.14a utiliza un generador de alterna con una tensión eficaz de 240 V a 60 Hz, $V_{cc} = 100$ V, $R = 5\ \Omega$ y una bobina de inductancia suficientemente grande como para obtener corriente continua. (a) Determine el ángulo de disparo α para que la potencia absorbida por el generador de continua sea 1000 W. (b) Determine el valor de la inductancia que limitará la variación pico a pico de la corriente de carga a 2 A.

Solución. **(a)** Para que la potencia en el generador de continua de 100 V sea 1000 W, la corriente en él debe ser de 10 A. La tensión de salida necesaria se obtendrá a partir de la Ecuación 4.36 de la siguiente manera

$$V_o = V_{cc} + I_o R = 100 + (10)(5) = 150 \text{ V}.$$

El ángulo de disparo que producirá una tensión continua de salida de 150 V en el rectificador se obtiene a partir de la Ecuación 4.35:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{V_o \pi}{2V_m}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{(150)\pi}{2\sqrt{2}(240)}\right) = 46^\circ.$$

(b) La variación de la corriente de carga se debe a los términos de alterna de la serie de Fourier. La amplitud de la corriente de carga para cada uno de los términos de alterna es

$$I_n = \frac{V_n}{Z_n}$$

donde V_n viene descrito por las Ecuaciones 4.31 y 4.32 o puede estimarse a partir de la gráfica de la Figura 4.12. La impedancia para los términos de alterna es

$$Z_n = |R + jn\omega_0 L|.$$

Como el decrecimiento de la amplitud de la tensión y el aumento de la magnitud de la impedancia contribuyen a la disminución de las corrientes de alterna al aumentar n, la variación pico a pico de la corriente se estimará a partir del primer término de alterna. Para $n = 2$, de la Figura 4.12 se obtiene una estimación de V_n/V_m igual a 0,68, por lo que $V_2 = 0{,}68V_m = 0{,}68(240\sqrt{2}) = 230$ V. La variación pico a pico de 2 A corresponde a una amplitud de 1 A. La impedancia de carga necesaria para $n = 2$ será por tanto

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{230 \text{ V}}{1 \text{ A}} = 230 \ \Omega.$$

La resistencia de 5 Ω es insignificante en comparación con la impedancia necesaria total de 230 Ω, por lo que $Z_n \approx n\omega_0 L$. Despejando L,

$$L \approx \frac{Z_2}{2\omega_0} = \frac{230}{2(377)} = 0{,}31 \text{ H}.$$

Deberemos seleccionar una inductancia algo mayor para tener en cuenta el efecto de los términos de alterna de mayor orden.

El convertidor monofásico controlado operando como un inversor

En la sección anterior hemos estudiado los circuitos que operan como rectificadores, en los que el flujo de potencia va del generador de alterna a la carga. También es posible que la potencia fluya de la carga al generador de alterna y, en ese caso, el circuito se clasificará como un inversor.

Para que el convertidor de la Figura 4.14 opere como un inversor, el generador de continua suministrará la potencia y ésta será absorbida por el puente y transferida al sistema de alterna. La corriente de carga deberá seguir la dirección mostrada, debido a los SCR del puente. Para que el generador de continua suministre potencia, V_{cc} debe ser negativa. Para que el puente absorba la potencia y ésta se transfiera al sistema de alterna, la tensión de salida del puente V_o también deberá ser negativa. Podemos aplicar la Ecuación 4.35, por lo que un ángulo de disparo mayor que 90° producirá una tensión de salida negativa:

$$\begin{aligned} 0 < \alpha < 90^\circ \rightarrow V_o > 0, &\quad \text{operación como rectificador} \\ 90^\circ < \alpha < 180^\circ \rightarrow V_o < 0, &\quad \text{operación como inversor.} \end{aligned} \tag{4.38}$$

En la Figura 4.15 se muestra la forma de onda de la tensión para $\alpha = 150^\circ$ y corriente continua en la bobina. Podemos aplicar las Ecuaciones 4.36 a 4.38. Si la bobina es lo suficientemente grande como para eliminar los términos de alterna y el puente no tiene pérdidas, la potencia absorbida por el puente y transferida al sistema de alterna es

$$P_{\text{puente}} = P_{\text{ca}} = -I_o V_o. \tag{4.39}$$

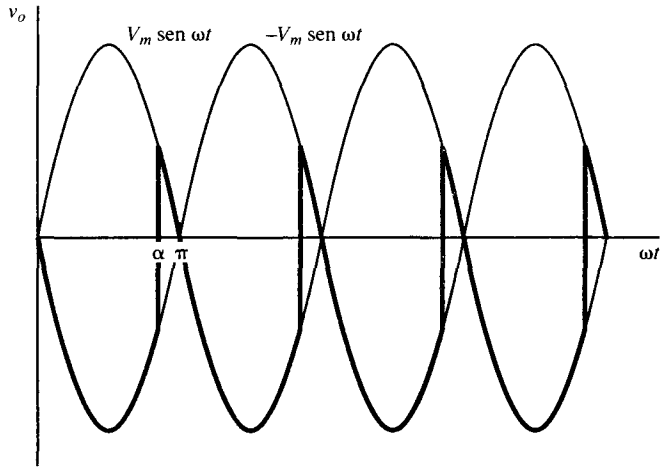


Figura 4.15. Tensión de salida del convertidor monofásico controlado de la Figura 4.14 operando como un inversor, con $\alpha = 150°$ y $V_{cc} < 0$.

Ejemplo 4.11. Puente monofásico operando como un inversor

La tensión continua de la Figura 4.14 representa la tensión generada por un conjunto de células solares y tiene un valor de 110 V, conectada de manera que $V_{cc} = -110$ V. Las células solares son capaces de producir 1.000 W. El generador de alterna presenta una tensión eficaz de 120 V, $R = 0{,}5\ \Omega$ y L es lo suficientemente grande como para que la corriente de carga sea esencialmente continua. Determine el ángulo de disparo α para que el conjunto de células solares entregue 1.000 W. Determine la potencia transferida al sistema de alterna y las pérdidas en la resistencia. Suponga que los SCR son ideales.

Solución. Para que el conjunto de células solares entregue 1.000 W, la corriente media deberá ser

$$I_o = \frac{P_{cc}}{V_{cc}} = \frac{1.000}{110} = 9{,}09 \text{ A}.$$

La tensión media de salida del puente se calculará utilizando la Ecuación 4.36:

$$V_o = I_o R + V_{cc} = (9{,}09)(0{,}5) + (-110) = -105{,}5 \text{ V}.$$

El ángulo de disparo necesario se calculará utilizando la Ecuación 4.35:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{V_o \pi}{2V_m}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{-105{,}5\pi}{2\sqrt{2}(120)}\right) = 165{,}5°.$$

La potencia absorbida por el puente y transferida al sistema de alterna se calculará utilizando la Ecuación 4.39:

$$P_{ca} = -I_o V_o = (-9{,}09)(-105{,}5) = 959 \text{ W}.$$

La potencia absorbida por la resistencia es

$$P_R = I_{rms}^2 R \approx I_o^2 R = (9{,}09)^2(0{,}5) = 41 \text{ W}.$$

Observe que la corriente y la potencia de carga dependerán del ángulo de disparo y de las caídas de tensión en los SCR, porque la tensión de salida del puente está próxima a la tensión del generador de

continua. Por ejemplo, suponga que la tensión en un SCR en conducción es de 1 V. Habrá dos SCR conduciendo en todo momento, por lo que la tensión media de salida del puente se reduce a

$$V_o = -105{,}5 - 2 = -107{,}5 \text{ V}.$$

La corriente media de carga será entonces

$$I_o = \frac{-107{,}5 - (-110)}{0{,}5} = 5{,}0 \text{ A}.$$

La potencia entregada al puente se reduce a

$$P_{\text{puente}} = (107{,}5)(5{,}0) = 537{,}5 \text{ W}.$$

La corriente media en cada SCR es la mitad de la corriente media de carga. La potencia absorbida por cada SCR es aproximadamente igual a

$$P_{\text{SCR}} = I_{\text{SCR}} V_{\text{SCR}} = \frac{1}{2} I_o V_{\text{SCR}} = \frac{1}{2}(5)(1) = 2{,}5 \text{ W}.$$

La pérdida total de potencia será de 4(2,5) = 10 W y la potencia entregada al generador de alterna es 537,5 − 10 = 527,5 W.

4.4. RECTIFICADORES TRIFÁSICOS

Los rectificadores trifásicos se utilizan comúnmente en la industria para producir tensión y corriente continuas para grandes cargas. En la Figura 4.16a se muestra el rectificador trifásico en puente. El generador trifásico de tensión está equilibrado y la secuencia de fases es a-b-c. En el análisis inicial del circuito se supondrá que el generador y los diodos son ideales.

He aquí algunas observaciones básicas sobre el circuito:

1. La ley de Kirchhoff para las tensiones aplicada al circuito muestra que sólo puede conducir un diodo a la vez en la mitad superior del puente (D_1, D_3 o D_5). El diodo en estado de conducción tendrá su ánodo conectado a la tensión de fase de mayor valor en ese instante.
2. La ley de Kirchhoff para las tensiones también muestra que sólo puede conducir un diodo a la vez en la mitad inferior del puente (D_2, D_4 o D_6). El diodo en estado de conducción tendrá su cátodo conectado a la tensión de fase de menor valor en ese instante.
3. D_1 y D_4 no podrán conducir al mismo tiempo como consecuencia de las observaciones 1 y 2. De la misma manera, tampoco podrán conducir simultáneamente D_3 y D_6, ni D_5 y D_2.
4. La tensión de salida en la carga es una de las tensiones de línea a línea del generador. Por ejemplo, cuando D_1 y D_2 conducen, la tensión de salida es v_{ca}. Además, la tensión línea a línea de mayor valor determinará los diodos que estarán en conducción. Por ejemplo, cuando la mayor tensión línea a línea sea v_{ca}, la salida será v_{ca}.
5. Existen seis combinaciones de tensiones línea a línea (tres fases combinadas de dos en dos). Si consideramos que un periodo del generador son 360°, la transición de la tensión línea a línea de mayor valor deberá producirse cada 360°/6 = 60°. El circuito se deno-

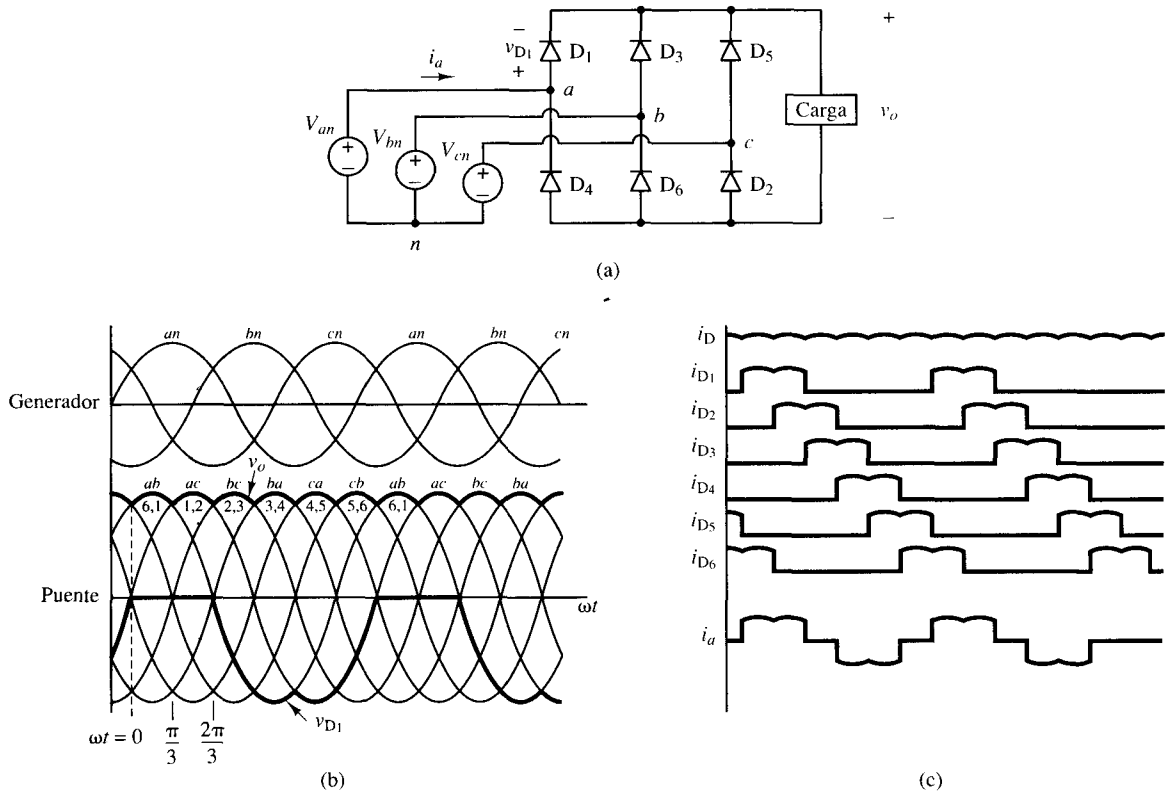


Figura 4.16. (a) Rectificador trifásico en puente. (b) Tensión del generador y tensiones de salida. (c) Corrientes para una carga resistiva.

mina *rectificador de seis pulsos* debido a las seis transiciones que se producen en cada periodo de la tensión del generador.

6. La pulsación fundamental de la tensión de salida es 6ω, donde ω es la pulsación del generador trifásico.

En la Figura 4.16b se muestran las tensiones de fase y las combinaciones de las tensiones línea a línea resultantes en un generador trifásico equilibrado. En la Figura 4.16c se muestra la corriente de cada diodo del puente para una carga resistiva. Los diodos conducen por pares (6, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 1), ... Los diodos se activan siguiendo la secuencia 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, ...

La corriente en un diodo en conducción es igual a la corriente de carga. Para calcular la corriente en cada fase del generador se aplicará la ley de Kirchhoff para las corrientes en los nodos a, b y c:

$$\begin{aligned} i_a &= i_{D_1} - i_{D_4} \\ i_b &= i_{D_3} - i_{D_6} \\ i_c &= i_{D_5} - i_{D_2}. \end{aligned} \tag{4.40}$$

Cada diodo conduce una tercera parte del tiempo, por lo que

$$\boxed{\begin{aligned} I_{D,\text{avg}} &= \frac{1}{3} I_{o,\text{avg}} \\ I_{D,\text{rms}} &= \frac{1}{\sqrt{3}} I_{o,\text{rms}} \\ I_{s,\text{rms}} &= \sqrt{\frac{2}{3}} I_{o,\text{rms}}. \end{aligned}} \tag{4.41}$$

La potencia aparente del generador trifásico es

$$\boxed{S = \sqrt{3}\, V_{L-L,\text{rms}} I_{S,\text{rms}}.} \tag{4.42}$$

La tensión inversa máxima en bornas de un diodo es la tensión línea a línea de pico. En la Figura 4.16b se muestra la forma de onda de la tensión en el diodo D_1. Cuando D_1 conduce, la tensión entre sus bornas es nula. Si D_1 está al corte, la tensión de salida es v_{ab} cuando D_3 conduce y v_{ca} cuando D_5 conduce.

La tensión periódica de salida está definida como $v_o(\omega t) = V_{m,L-L} \operatorname{sen}(\omega t)$ para $\pi/3 \leqslant \leqslant \omega t \leqslant 2\pi/3$, con periodo $\pi/3$, de cara a determinar los coeficientes de la serie de Fourier. Los coeficientes de los términos seno son nulos por simetría, por lo que podemos expresar la serie de Fourier para la tensión de salida de la siguiente manera

$$v_o(t) = V_0 + \sum_{n=6,\,12,\,18\ldots}^{\infty} V_n \cos(n\omega_0 t + \pi). \tag{4.43}$$

El valor medio o de continua de la tensión de salida es

$$\boxed{V_0 = \frac{1}{\pi/3} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} V_{m,L-L} \operatorname{sen}(\omega t) d(\omega t) = \frac{3V_{m,L-L}}{\pi} = 0{,}955\ V_{m,L-L}} \tag{4.44}$$

donde $V_{m,L-L}$ es la tensión línea a línea de pico del generador trifásico, que es $\sqrt{2}V_{L-L,\text{rms}}$. Las amplitudes de los términos de tensión alterna son

$$\boxed{V_n = \frac{6V_{m,L-L}}{\pi(n^2 - 1)} \qquad n = 6,\ 12,\ 18....} \tag{4.45}$$

Como la tensión de salida es periódica, con un periodo de 1/6 de la tensión del generador de alterna, los armónicos a la salida son de orden $6k\omega$, siendo $k = 1,2,3....$ Una ventaja del rectifi-

cador trifásico con respecto al rectificador monofásico es que la salida es inherentemente, como una tensión continua y los armónicos de alta frecuencia y baja amplitud permiten que los filtros sean eficaces.

En muchas aplicaciones, al conectar una carga que tenga una bobina serie se produce una corriente de carga esencialmente continua. En la Figura 4.17 se muestra la corriente en los diodos y en las líneas de alterna para una corriente de carga continua. La serie de Fourier de las corrientes en la fase a de la línea de alterna es la siguiente

$$i_a(t) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_o\left(\cos\omega_0 t - \frac{1}{5}\cos 5\omega_0 t + \frac{1}{7}\cos 7\omega_0 t - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{11}\cos 11\omega_0 t + \frac{1}{3}\cos 13\omega_0 t - \ldots\right) \tag{4.46}$$

que está formada por los términos del sistema de alterna a la frecuencia fundamental y por los armónicos de orden $6k \pm 1$, $k = 1, 2, 3....$

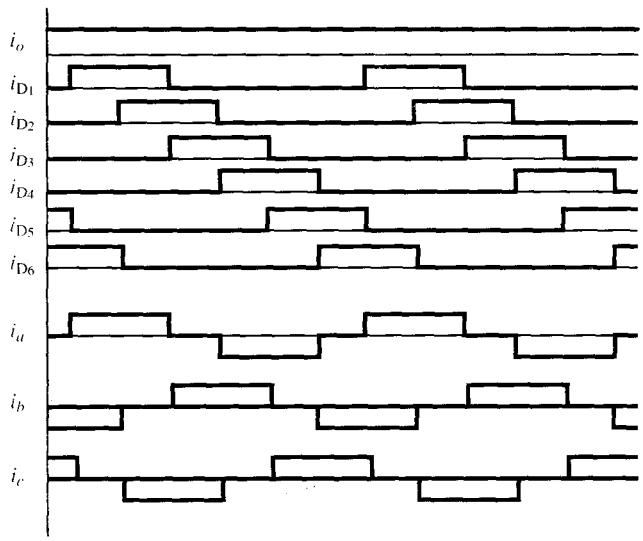


Figura 4.17. Corrientes del rectificador trifásico cuando se filtra la salida.

Como estas corrientes armónicas podrían presentar problemas en el sistema de alterna, suele ser necesario utilizar filtros para impedir que entren en dicho sistema. En la Figura 4.18 se muestra un esquema típico de filtrado. Se utilizan filtros resonantes que proporcionan un camino a tierra para el quinto y el séptimo armónico, que son los dos de orden más bajo y de mayor amplitud. Los armónicos de orden superior se reducen con el filtro paso alto. Estos filtros impiden que las corrientes armónicas se propaguen a través del sistema de alterna. Se elegirán filtros que permitan que la impedancia a la frecuencia del sistema de alterna sea grande.

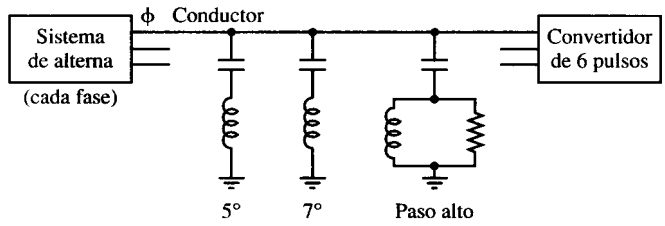


Figura 4.18. Filtros para los armónicos de líneas de alterna.

Ejemplo 4.12. Rectificador trifásico

El rectificador trifásico de la Figura 4.16a utiliza un generador trifásico con una tensión eficaz de 480 V de línea a línea, y la carga es una resistencia de 25 Ω en serie con una bobina de 50 mH. Determine (a) el nivel de continua de la tensión de salida, (b) el término de continua y el primer término de alterna de la corriente de carga, (c) la corriente media y la corriente eficaz en los diodos, (d) la corriente eficaz en el generador y (e) la potencia aparente del generador.

Solución. **(a)** La tensión continua de salida del puente se obtiene utilizando la Ecuación 4.44:

$$V_0 = \frac{3V_{m,L-L}}{\pi} = \frac{3\sqrt{2}480}{\pi} = 648 \text{ V}.$$

(b) La corriente media de carga es

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{648}{25} = 25{,}9 \text{ A}.$$

El primer término de la tensión alterna se obtiene utilizando la Ecuación 4.45 con $n = 6$, y la corriente es

$$I_6 = \frac{V_6}{Z_6} = \frac{0{,}0546V_m}{\sqrt{R^2 + (6\omega L)^2}} = \frac{0{,}0546\sqrt{2}480}{\sqrt{25^2 + [6(377)(0{,}5)]^2}} = \frac{37{,}0 \text{ V}}{115{,}8\ \Omega} = 0{,}32 \text{ A}$$

$$I_{6,\text{rms}} = \frac{0{,}32}{\sqrt{2}} = 0{,}23 \text{ A}.$$

Este término, al igual que otros términos de alterna, es mucho menor que el término de continua y se puede despreciar.

(c) La corriente media y la corriente eficaz en los diodos se obtienen utilizando la Ecuación 4.41. La corriente eficaz de carga es aproximadamente igual a la corriente media, ya que los términos de alterna son pequeños:

$$I_{D,\text{med}} = \frac{I_o}{3} = \frac{25{,}9}{3} = 8{,}63 \text{ A}$$

$$I_{D,\text{rms}} = \frac{I_{o,\text{rms}}}{\sqrt{3}} \approx \frac{25{,}9}{\sqrt{3}} = 15{,}0 \text{ A}.$$

(d) La corriente eficaz en el generador también se obtiene utilizando la Ecuación 4.41:

$$I_{s,\text{rms}} = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) I_{o,\text{rms}} \approx \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) 25{,}9 = 21{,}2 \text{ A}.$$

(e) La potencia aparente del generador se obtiene utilizando la Ecuación 4.42:

$$S = \sqrt{3}\,(V_{L-L,\text{rms}})(I_{s,\text{rms}}) = \sqrt{3}\,(480)(21{,}2) = 17{,}6 \text{ kVA}.$$

Solución de Pspice. El siguiente es un archivo de datos de PSpice para el ejemplo anterior:

```
RECTIFICADOR EN PUENTE TRIFÁSICO (3phase.cir)
.PARAM VRMS=480     ;tensión eficaz línea a línea
.PARAM R=25
.PARAM L=50MH
.PARAM VMLN={VRMS*SQRT(2/3)}
VAN 1 0 SIN(0 {VMLN} 60)
VBN 2 0 SIN(0 {VMLN} 60 0 0 -120)
VCN 3 0 SIN(0 {VMLN} 60 0 0 -240)
D1 1 4 DMOD
D2 5 3 DMOD
D3 2 4 DMOD
D4 5 1 DMOD
D5 3 4 DMOD
D6 5 2 DMOD
R 4 6 {R}
L 6 5 {L} IC={3*SQRT(3)*VMLN/(R*3.14)}
  ;estimar la condición inicial de la bobina como corriente media
.MODEL DMOD D
.TRAN .5ms 33.33ms 16.67ms .1ms UIC   ;mostrar el segundo periodo
                                       de la salida
.OPTIONS NOPAGE
.PROBE
.END
```

Las formas de onda de la tensión y de la corriente se obtienen utilizando Probe. Los armónicos se determinan utilizando la opción de análisis de Fourier en el menú del eje *x*.

4.5. RECTIFICADORES CONTROLADOS TRIFÁSICOS

Podemos controlar la salida del rectificador trifásico sustituyendo los SCR por diodos. En la Figura 4.19a se muestra un rectificador trifásico controlado de seis pulsos. Cuando se utilizan SCR, la conducción no se produce hasta que se aplica una señal de puerta estando el SCR polarizado en directa. Por tanto, se puede retrasar la transición de la tensión de salida a la tensión instantánea máxima línea a línea del generador. El ángulo de disparo α está referenciado con respecto al punto donde comenzaría a conducir el SCR si fuese un diodo. El ángulo de disparo es el intervalo entre el momento en el cual se polariza en directa el SCR y el momento de aplicación de la señal de puerta. En la Figura 4.19b se muestra la salida del rectificador controlado con un ángulo de disparo de 45°.

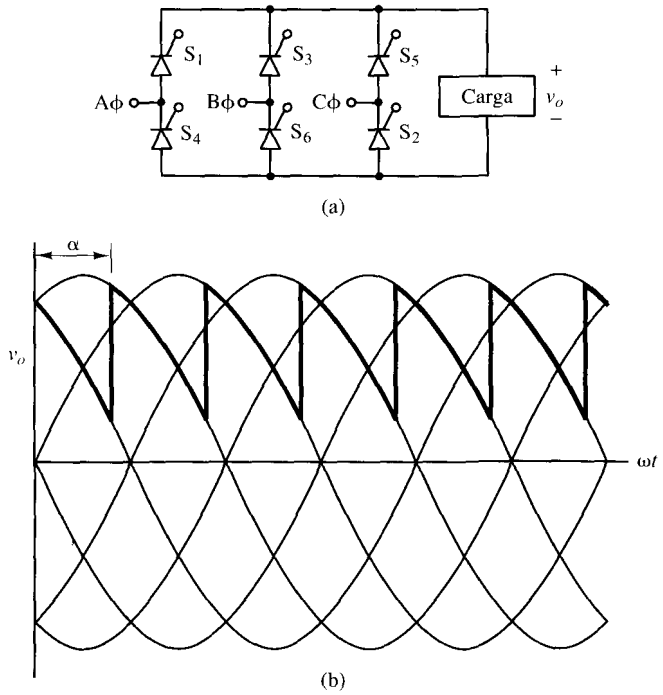


Figura 4.19. (a) Rectificador trifásico controlado. (b) Tensión de salida para $\alpha = 45°$.

La tensión media de salida es

$$V_0 = \frac{1}{\pi/3} \int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{2\pi}{3}+\alpha} V_{m,L-L} \operatorname{sen}(\omega t) d(\omega t) = \left(\frac{3V_{m,L-L}}{\pi}\right) \cos \alpha. \tag{4.47}$$

La Ecuación 4.47 muestra que la tensión media de salida disminuye al aumentar el ángulo de disparo α.

Los armónicos de la tensión de salida siguen siendo de orden $6k$, pero las amplitudes son funciones de α. En la Figura 4.20 se muestran las tres primeras amplitudes normalizadas de los armónicos.

Simulación en PSpice de los rectificadores controlados trifásicos

Como sucede con otras simulaciones en PSpice que incluyen dispositivos SCR, podemos utilizar diodos y conmutadores en lugar de los SCR, con el fin de poder utilizar la versión de evaluación. El cierre del conmutador corresponde a la aplicación de la señal de puerta. El conmutador deberá estar cerrado como mínimo durante el periodo de conducción de cada SCR. En el siguiente ejemplo se ilustra este método.

Ejemplo 4.13. Rectificador trifásico controlado

Un rectificador trifásico controlado presenta una tensión eficaz de entrada de 480 V a 60 Hz. La carga está formada por una resistencia en serie con una bobina, siendo $R = 10\ \Omega$ y $L = 50$ mH. (a) Determine el ángulo de disparo necesario para producir una corriente media de 50 A en la carga. (b) Determine la amplitud de los armónicos $n = 6$ y $n = 12$. (c) Verifique que el diseño es correcto utilizando PSpice.

Solución. **(a)** La componente de continua necesaria correspondiente a la tensión de salida del puente es

$$V_o = I_o R = (50)(10) = 500 \text{ V}.$$

Utilizamos la Ecuación 4.47 para determinar el ángulo de disparo necesario:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{V_o \pi}{3V_{m,L-L}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{500\pi}{3\sqrt{2}(480)}\right) = 39{,}5^{\circ}.$$

(b) Las amplitudes de las tensiones armónicas se estiman a partir de la gráfica de la Figura 4.20. Las tensiones armónicas normalizadas son $V_6/V_m \approx 0{,}21$ y $V_{12}/V_m \approx 0{,}10$. Utilizando $V_m = \sqrt{2}(480)$, $V_6 = 143$ V y $V_{12} = 68$ V se obtienen las corrientes armónicas

$$I_6 = \frac{V_6}{Z_6} = \frac{143}{\sqrt{(10^2 + [6(377)(0{,}05)]^2)}} = 1{,}26 \text{ A}$$

$$I_{12} = \frac{V_{12}}{Z_{12}} = \frac{68}{\sqrt{(10)^2 + [12(377)(0{,}05)]^2)}} = 0{,}30 \text{ A}.$$

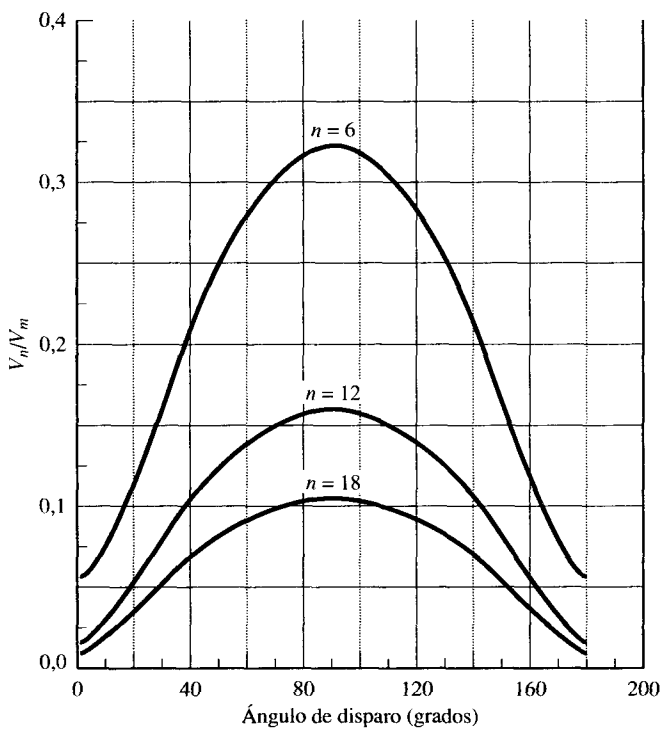


Figura 4.20. *Armónicos normalizados de la tensión de salida en función del ángulo* de disparo para un rectificador trifásico.

(c) El siguiente es un archivo de datos de PSpice para este circuito:

```
RECTIFICADOR EN PUENTE TRIFÁSICO CONTROLADO...6 PULSOS (3phcont.cir)
*PARA SU USO EN LA VERSIÓN DE EVALUACIÓN
******** LA SALIDA DEL PUENTE ES V(4,5) *****************
******** PARÁMETROS DEL CIRCUITO ********************
.PARAM ALPHA=39.5
.PARAM VLLRMS=480
.PARAM R=10
.PARAM L=50M
.PARAM VM={SQRT (2) *VLLRMS/SQRT(3)} F=60 DEL={1/(6*F)}
       PW={1/(2.9*F)}
.PARAM PERIOD={1/F}
************** GENERADOR *********************************
VAN 1 0 SIN(0 {VM} {F} 0 0 30)
VBN 2 0 SIN(0 {VM} {F} 0 0 -90)
VCN 3 0 SIN(0 {VM} {F} 0 0 -210)
*************** PUENTE TRIFÁSICO **********************
S1 1 8 18 0 SMOD
D1 8 4 DMOD
S4 5 9 19 0 SMOD
D4 9 1 DMOD
S3 2 10 20 0 SMOD
D3 10 4 DMOD
S6 5 11 21 0 SMOD
D6 11 2 DMOD
S5 3 12 22 0 SMOD
D5 12 4 DMOD
S2 5 13 23 0 SMOD
D2 13 3 DMOD
******************* CARGA *****************************
R 4 4a {R}
L 4A 5 {L}
******************* CONTROL DE CONMUTADOR ***************
V1 18 0 PULSE(-10 10 {ALPHA*PERIOD/360} 0 0 {PW} {PERIOD})
V4 19 0 PULSE(-10 10 {ALPHA*PERIOD/360+3*DEL} 0 0 {PW} {PERIOD})
V3 20 0 PULSE(-10 10 {ALPHA*PERIOD/360+2*DEL} 0 0 {PW} {PERIOD})
V6 21 0 PULSE(-10 10 {ALPHA*PERIOD/360+5*DEL} 0 0 {PW} {PERIOD})
V5 22 0 PULSE(-10 10 {ALPHA*PERIOD/360+4*DEL} 0 0 {PW} {PERIOD})
V2 23 0 PULSE(-10 10 {ALPHA*PERIOD/360+DEL} 0 0 {PW} {PERIOD})
************ COMANDOS Y MODELOS ***************
.MODEL SMOD VSWITCH(RON=0.01)
.MODEL DMOD D
.TRAN .1MS 100MS 66.67MS .1MS UIC
.FOUR 60 I(VAN) I(R)
.PROBE
.OPTIONS NOPAGE NOMOD NOBIAS ITL5=0
.END
```

El comando .TRAN incluye un retraso de la salida hasta que se alcance una corriente de carga periódica en régimen permanente. Introduciendo V(4,5) para la tensión de salida e I(R) para la corriente de

carga en Probe y utilizando la opción de análisis de Fourier en el eje x se obtienen los siguientes resultados:

$$V_o = 489 \text{ V}, V_6 = 148 \text{ V} \quad \text{y} \quad V_{12} = 71 \text{ F}$$
$$I_o = 48{,}9 \text{ A}, I_6 = 1{,}3 \text{ A} \quad \text{y} \quad I_{12} = 0{,}31 \text{ A}.$$

Existen pequeñas diferencias entre estos resultados y los resultados teóricos debido a los SCR no ideales modelados en la simulación.

Rectificadores de doce pulsos

El rectificador en puente trifásico de seis pulsos mejora en gran medida la calidad de la salida de continua, en comparación con el rectificador monofásico. Los armónicos de la tensión de salida son pequeños y se producen a frecuencias que son múltiplo de seis veces la frecuencia del generador. Se puede llevar a cabo una reducción mayor de los armónicos de salida utilizando dos puentes de seis pulsos, como se muestra en la Figura 4.21a. Esta configuración se denomina convertidor de doce pulsos.

Uno de los puentes está conectado a un transformador Y-Y y el otro está conectado a un transformador Y-Δ (o Δ-Y) como se muestra en la figura. El propósito de la conexión del transformador Y-Δ es introducir un desfase de 30° entre el generador y el puente. Esto produce una separación de 30° entre las entradas de los dos puentes. Las salidas de los dos puentes son similares, pero también están desfasadas 30°. La tensión total de salida es la suma de las salidas de los dos puentes. Los ángulos de disparo de los puentes suelen ser iguales. La salida de continua es la suma de la salida de continua de cada puente:

$$V_o = V_{o,Y} + V_{o,\Delta} = \frac{3V_{m,L-L}}{\pi}\cos\alpha + \frac{3V_{m,L-L}}{\pi}\cos\alpha = \frac{6V_{m,L-L}}{\pi}\cos\alpha. \tag{4.48}$$

La salida de pico del convertidor de doce pulsos se produce a medio camino entre los picos alternos de los convertidores de seis pulsos. Al añadir las tensiones en ese punto para $\alpha = 0$ se obtiene

$$V_{o,\text{peak}} = 2V_{m,L-L}\cos(15°) = 1{,}932V_{m,L-L}. \tag{4.49}$$

En la Figura 4.21b se muestran las tensiones para $\alpha = 0$.

Dado que se produce una transición entre los SCR en conducción cada 30°, hay un total de 12 transiciones para cada periodo del generador de alterna. La salida presenta frecuencias armónicas que son múltiplo de 12 veces la frecuencia del generador ($12k$, $k = 1, 2, 3...$). El filtrado necesario para generar una salida de continua, relativamente pura, es menos costoso que el necesario para el rectificador de seis pulsos.

Otra ventaja que presenta el convertidor de doce pulsos con respecto al convertidor de seis pulsos es la reducción de armónicos que se produce en el sistema de alterna. La siguiente serie de Fourier representa la corriente de las líneas de alterna que alimenta al transformador Y-Y

$$i_Y = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_o(\cos\omega_0 t) - \frac{1}{5}\cos 5\omega_0 t + \frac{1}{7}\cos 7\omega_0 t - \frac{1}{11}\cos 11\omega_0 t + \frac{1}{13}\cos 13\omega_0 t - ...). \tag{4.50}$$

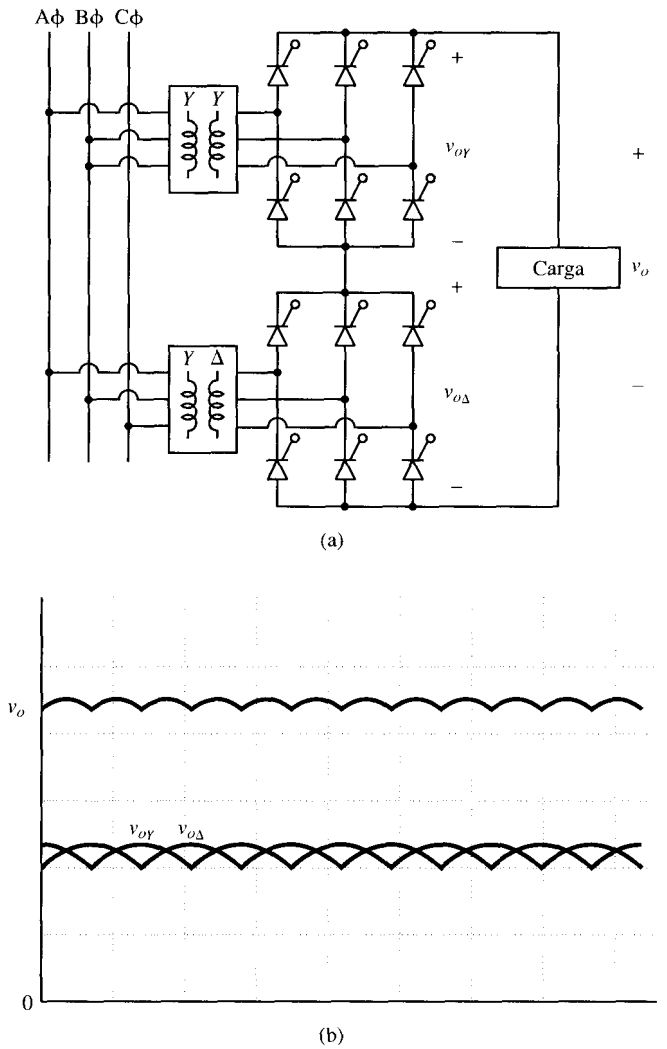


Figura 4.21. (a) Rectificador trifásico de doce pulsos. (b) Tensión de salida para $\alpha = 0$.

La siguiente serie de Fourier representa la corriente de las líneas de alterna que alimenta al transformador Y-Δ

$$i_{\Delta}(t) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_o(\cos \omega_0 t) + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t + \frac{1}{7} \cos 7\omega_0 t - \frac{1}{11} \cos 11\omega_0 t + \frac{1}{13} \cos 13\omega_0 t + ...). \quad (4.51)$$

Las series de Fourier de las dos corrientes son similares, aunque algunos términos son de signos opuestos. La siguiente es la serie de Fourier de la corriente del sistema de alterna, que es la suma de dichas corrientes de transformador

$$i_{ca}(t) = i_Y(t) + i_{\Delta}(t) = \frac{4\sqrt{3}}{\pi} I_o\left(\cos \omega_0 t - \frac{1}{11} \cos 11\omega_0 t + \frac{1}{13} \cos 13\omega_0 t...\right). \quad (4.52)$$

Por tanto, algunos de los armónicos de la parte de alterna se anularán utilizando el esquema de doce pulsos en lugar del esquema de seis pulsos. Los armónicos que permanecerán en el sistema de alterna son de orden $12k \pm 1$. Al utilizar esta configuración de transformador y convertidor se ha producido la anulación de los armónicos de orden $6(2n - 1) \pm 1$.

Podemos extender este principio a conjuntos con un mayor número de pulsos, incorporando más convertidores de seis pulsos con transformadores que exhiban el desfase adecuado. Los armónicos de alterna característicos de un convertidor de p pulsos serán $pk \pm 1$, $k = 1, 2, 3....$ Los convertidores de los sistemas de potencia tienen una limitación práctica de doce pulsos debido a los grandes costes asociados a la producción de transformadores de alta tensión que produzcan los desfases adecuados. Sin embargo, los sistemas industriales de baja tensión suelen contener convertidores de hasta 48 pulsos.

El convertidor trifásico operando como un inversor

En la sección anterior nos hemos centrado en los circuitos que operan como rectificadores, donde el flujo de potencia se produce desde el lado de alterna hacia el lado de continua del convertidor. También es posible que el puente trifásico opere como un inversor, donde el flujo de potencia se producirá desde el lado de continua hacia el lado de alterna. En la Figura 4.22a se muestra un circuito que permite que el convertidor opere como un inversor. El generador de continua suministra la potencia y ésta es absorbida por el convertidor y transferida al sistema de alterna. El análisis del inversor trifásico es similar al del monofásico.

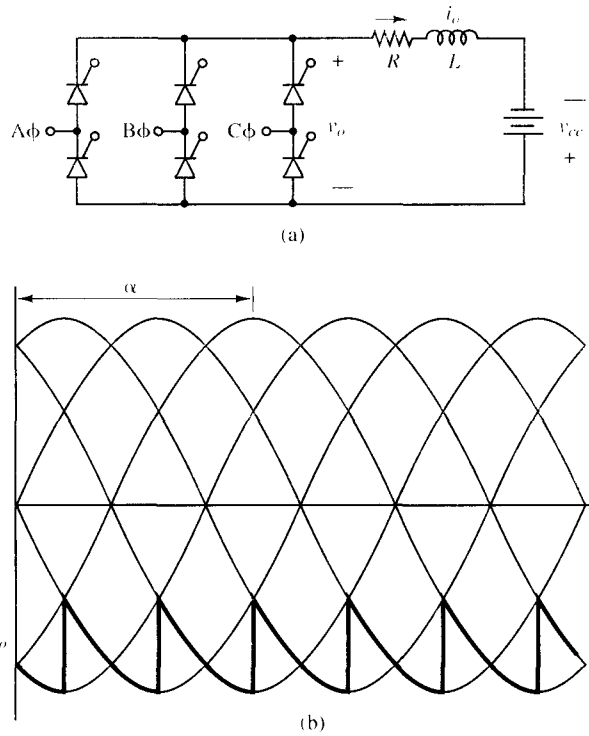


Figura 4.22. (a) Convertidor trifásico de seis pulsos operando como un inversor. (b) Tensión de salida del puente para $\alpha = 150°$.

La corriente continua debe seguir la dirección señalada debido a los SCR del puente. La tensión de salida del puente deberá ser negativa para que el puente absorba la potencia y ésta sea transferida al sistema de alterna. Podemos aplicar la Ecuación 4.47, por lo que para ángulos de disparo mayores de 90° la tensión de salida del puente será negativa:

$$\begin{aligned} 0 < \alpha < 90^\circ \quad & V_o > 0 \rightarrow \text{funcionamiento como rectificador} \\ 90^\circ < \alpha < 180^\circ \quad & V_o < 0 \rightarrow \text{funcionamiento como inversor.} \end{aligned} \tag{4.53}$$

En la Figura 4.22b se muestra la forma de onda de la tensión de salida para $\alpha = 150^\circ$ y una corriente permanente de carga.

Ejemplo 4.14. Puente trifásico operando como un inversor

El convertidor de seis pulsos de la Figura 4.22a presenta un ángulo de disparo $\alpha = 120^\circ$. El sistema trifásico de alterna presenta una tensión eficaz línea a línea de 4.160 V rms. La fuente de alimentación de corriente continua es de 3.000 V, $R = 2\ \Omega$ y el valor de L es muy grande, por lo que se puede considerar que la corriente es continua pura. (a) Determine la potencia transferida al generador de alterna por el generador de continua. (b) Determine el valor de L de manera que la variación pico a pico de la corriente de carga sea el 10 % de la corriente media de carga.

Solución. **(a)** La tensión continua de salida del puente se calculará utilizando la Ecuación 4.47 de la siguiente manera

$$V_o = \frac{3V_{m,L-L}}{\pi}\cos\alpha = \frac{3(\sqrt{2}\,4.160)}{\pi}\cos(120^\circ) = -2.809\ \text{V}.$$

La corriente media de salida es

$$I_o = \frac{V_o + V_{cc}}{R} = \frac{-2.809 + 3.000}{2} = 95{,}5\ \text{A}.$$

La potencia absorbida por el puente y transferida al sistema de alterna es

$$P_{ca} = -I_o V_o = (-95{,}5)(-2.809) = 268{,}3\ \text{kW}.$$

La potencia entregada por el generador de continua es

$$P_{cc} = I_o V_{cc} = (95{,}5)(3.000) = 286{,}5\ \text{kW}.$$

La potencia absorbida por la resistencia es

$$P_R = I_{rms}^2 R \approx I_o^2 R = (95{,}5)^2(2) = 18{,}2\ \text{kW}.$$

(b) La variación de la corriente de carga se debe a los términos de alterna de la serie de Fourier. La amplitud de la corriente de carga para cada término de alterna es

$$I_n = \frac{V_n}{Z_n}$$

donde podemos estimar V_n utilizando la gráfica de la Figura 4.20 y

$$Z_n = |R + jn\omega_0 L|.$$

La variación pico a pico de la corriente se estimará a partir del primer término de alterna, porque tanto la disminución de la amplitud de los términos de tensión como el aumento del valor de la

impedancia contribuyen a la disminución de las corrientes alternas al aumentar n. Para $n = 6$ y utilizando la Figura 4.20 se estima que V_n/V_m es 0,28, por lo que $V_6 = 0{,}28(4.160\sqrt{2}) = 1.650$ V. La variación pico a pico del 10 % corresponde a una amplitud de (0,05)(95,5) = 4,8 A. Por tanto, la impedancia de carga necesaria para $n = 6$ será

$$Z_6 = \frac{V_6}{I_6} = \frac{1.650 \text{ V}}{4{,}8 \text{ A}} = 343 \ \Omega.$$

La resistencia de 2 Ω es despreciable en comparación con la impedancia total necesaria de 343 Ω, por lo que $Z_6 \approx 6\omega_0 L$. Despejando L,

$$L \approx \frac{Z_6}{6\omega_0} = \frac{343}{6(377)} = 0{,}15 \text{ H}.$$

4.6. TRANSMISIÓN DE POTENCIA CONTINUA

El convertidor controlado de doce pulsos de la Figura 4.21 es el elemento básico para la transmisión de potencia continua. Se suelen utilizar líneas de transmisión de CC para transmitir potencia eléctrica a grandes distancias. Un ejemplo sería el Cross Channel Link bajo el Canal de la Mancha entre Inglaterra y Francia. En las líneas de CC modernas se utilizan SCR en los convertidores. En los convertidores antiguos se utilizaban rectificadores de arco de mercurio.

He aquí algunas de las ventajas de la transmisión de potencia continua:

1. La bobina de la línea de transmisión presenta una impedancia nula en continua, mientras que la impedancia inductiva de las líneas en un sistema de alterna es relativamente grande.
2. La capacidad existente entre los conductores es un circuito abierto en continua. En las líneas de transmisión de CA, la reactancia capacitiva proporciona un camino para la corriente, por lo que se producirán perdidas I^2R adicionales en la línea. La reactancia capacitiva puede ser un problema importante para las líneas de transmisión de CA en las aplicaciones donde los conductores están próximos, mientras que no tiene ningún efecto en las líneas de CC.
3. Se precisarán dos conductores para la transmisión de CC en lugar de tres, como sucede en la transmisión de potencia trifásica convencional. Tanto en los sistemas de CA como de CC, probablemente existirá un conductor de tierra adicional.
4. Las torres de transmisión son más pequeñas para CC que para CA, porque sólo se precisan dos conductores, presentándose menos problemas de derechos de paso.
5. Se puede ajustar el flujo de potencia en una línea de transmisión de CC ajustando los ángulos de disparo en los terminales. En un sistema de CA, no se puede controlar el flujo de potencia en una línea de transmisión, dependiendo dicho flujo del sistema de generación y de la carga.
6. Se puede modular el flujo de potencia cuando se producen perturbaciones en uno de los sistemas de CA, por lo que se mejora la estabilidad del sistema.
7. No es necesario que los dos sistemas de CA conectados mediante la línea de CC estén sincronizados. Además, no es necesario que los dos sistemas de CA estén a la misma frecuencia. Se puede conectar un sistema de 50 Hz a un sistema de 60 Hz mediante un enlace de CC.

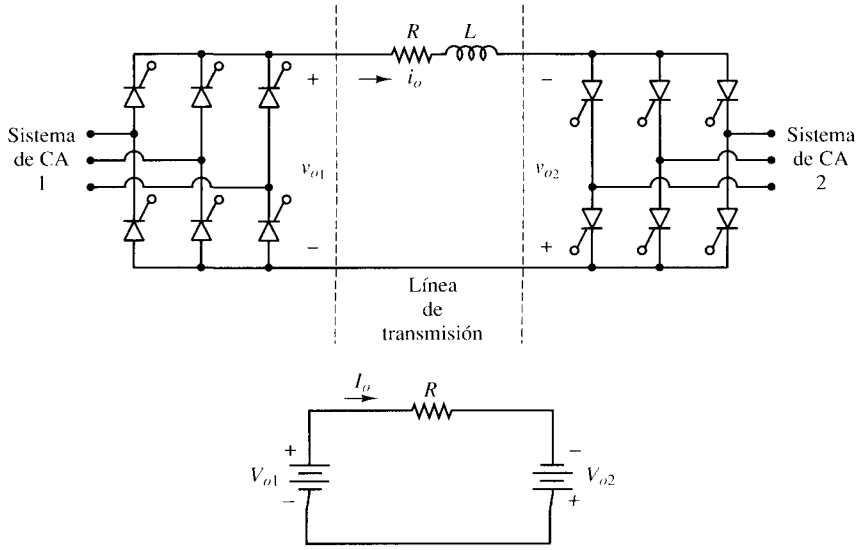


Figura 4.23. (a) Un sencillo sistema de transmisión en continua. (b) Circuito equivalente.

La desventaja de la transmisión de potencia continua es que se precisa en cada extremo de la línea un convertidor CA-CC muy costoso, diversos filtros y un sistema de control que actúen como interfaz con el sistema de CA.

En la Figura 4.23a se muestra un esquema simplificado para la transmisión de potencia continua, utilizando convertidores de seis pulsos en cada terminal. Cada uno de los dos sistemas de CA tiene sus propios generadores, y la función de la línea de CC es permitir el intercambio de potencia entre los sistemas de CA. La dirección de los SCR se configurará de manera que la corriente i_o sea positiva.

En este esquema, un convertidor opera como un rectificador (flujo de potencia de CA a CC) y el otro terminal opera como un inversor (flujo de potencia de CC a CA). Cada terminal puede operar como un rectificador o como un inversor, y el ángulo de disparo determinará el modo de operación. Se puede controlar el flujo de potencia entre los dos sistemas de CA, a través del enlace de CC, ajustando el ángulo de disparo en cada terminal.

La inductancia de la línea de CC está formada por la inductancia de la línea y una bobina adicional conectada en serie para filtrar las corrientes armónicas. La resistencia es la de los conductores de la línea de CC. Al realizar un análisis, podremos considerar que la corriente de la línea de CC es una corriente continua sin rizado.

Las tensiones en los terminales de los convertidores, V_{o1} y V_{o2}, son positivas cuando α varía entre 0 y 90° y son negativas cuando α varía entre 90° y 180°. El convertidor que entrega potencia operará con una tensión positiva, y el convertidor que absorbe potencia presentará una tensión negativa.

En la Figura 4.23b se muestra el circuito equivalente para realizar los cálculos de potencia cuando el convertidor 1 de la Figura 4.23a opera como un rectificador, y el convertidor 2 opera como un inversor. Supondremos que la corriente no tiene rizado, por lo que sólo será significativa la componente continua de la serie de Fourier. La corriente continua es

$$I_o = \frac{V_{o1} + V_{o2}}{R} \tag{4.54}$$

donde

$$V_{o1} = \frac{3V_{m1,L-L}}{\pi}\cos\alpha_1$$
$$V_{o2} = \frac{3V_{m2,L-L}}{\pi}\cos\alpha_2 \tag{4.55}$$

La potencia entregada por el convertidor en el terminal 1 es

$$P_1 = V_{o1}I_o. \tag{4.56}$$

La potencia entregada por el convertidor en el terminal 2 es

$$P_2 = V_{o2}I_o. \tag{4.57}$$

Ejemplo 4.15. Transmisión de potencia continua

En la línea de transmisión de CC elemental representada en la Figura 4.23a, la tensión alterna eficaz línea a línea de cada uno de los puentes es de 230 kV. La resistencia total de la línea es de 10 Ω y el valor de la inductancia es grande, por lo que se puede considerar que la corriente continua no tiene rizado. El objetivo es transmitir 100 MW al sistema de alterna 2 desde el sistema de alterna 1, a través de la línea de CC. Diseñe un conjunto de parámetros de operación para cumplir este objetivo. Determine la capacidad de conducción de corriente necesaria para la línea de CC y calcule la pérdida de potencia en la línea.

Solución. De las Ecuaciones 4.54 a 4.57 se obtienen las relaciones necesarias, siendo

$$P_2 = I_o(V_{o2}) = -100 \text{ MW} \quad (100 \text{ MW absorbidos}).$$

La tensión máxima continua que se puede obtener en cada convertidor para $\alpha = 0$ en la Ecuación 4.47:

$$V_{o,\max} = \frac{3V_{m,L-L}}{\pi} = \frac{3(\sqrt{2}\,230 \text{ kV})}{\pi} = 310{,}6 \text{ kV}.$$

La magnitud de las tensiones continuas de salida de los convertidores debe ser menor que 310,6 kV, por lo que seleccionaremos arbitrariamente una tensión de −200 kV para el convertidor 2. Esta tensión debe ser negativa, porque el convertidor 2 es el que debe absorber potencia. El ángulo de disparo en el convertidor 2 se calculará utilizando la Ecuación 4.47:

$$V_{o2} = \frac{3V_{m,L-L}}{\pi}\cos\alpha_2 = (310{,}6 \text{ kV})\cos\alpha_2 = -200 \text{ kV}.$$

Despejando α_2, tenemos

$$\alpha_2 = \cos^{-1}\left(\frac{-200 \text{ kV}}{310{,}6 \text{ kV}}\right) = 130°.$$

La corriente continua necesaria para entregar 100 MW al convertidor 2 será

$$I_o = \frac{100 \text{ MW}}{200 \text{ kV}} = 500 \text{ A},$$

que es la capacidad de conducción de corriente necesaria para la línea.

La tensión continua de salida necesaria en el convertidor 1 se calcula de la siguiente manera

$$V_{o1} = -V_{o2} + I_o R = 200 \text{ kV} + (500)(10) = 205 \text{ kV}.$$

El ángulo de disparo necesario en el convertidor 1 se calcula utilizando la Ecuación 4.47:

$$\alpha_1 = \cos^{-1}\left(\frac{205 \text{ kV}}{310{,}6 \text{ kV}}\right) = 48{,}7^o.$$

La pérdida de potencia en la línea es $I_{rms}^2 R$, donde $I_{rms} \approx I_o$ porque la bobina filtra las componentes de alterna de la corriente de la línea. La pérdida en la línea será

$$P_{\text{pérdidas}} = I_{rms}^2 R \approx (500)^2(10) = 2{,}5 \text{ MW}$$

Observe que la potencia entregada por el convertidor 1 es

$$P_1 = V_{cc1} I_o = (205 \text{ kV})(500 \text{ A}) = 102{,}5 \text{ MW},$$

que es la potencia total absorbida por el otro convertidor y por la resistencia de la línea.

Existen otras combinaciones de tensiones y corrientes que cumplirán los requisitos del diseño, siempre que las tensiones de continua sean menores que la tensión máxima posible de salida y la línea y el equipo convertidor sean capaces de transportar la corriente. Se podría mejorar el diseño utilizando tensiones de mayor valor y una corriente menor, para reducir la pérdida de potencia de la línea. Por ello se recomienda utilizar convertidores de doce pulsos y operación bipolar, como se estudiará a continuación.

Las líneas de transmisión de CC más comunes presentan convertidores de doce pulsos en cada terminal. Esto elimina algunos armónicos y reduce la cantidad de filtros necesarios. Además, un par de convertidores de doce pulsos en cada terminal permitirá una operación bipolar. Una de las líneas está conectada a $+V_{cc}$ y la otra a $-V_{cc}$. En situaciones de emergencia, será posible que un polo de la línea opere sin el otro polo, y la corriente retornará a través del camino de tierra. En la Figura 4.24 se muestra un esquema bipolar para la transmisión de potencia de CC.

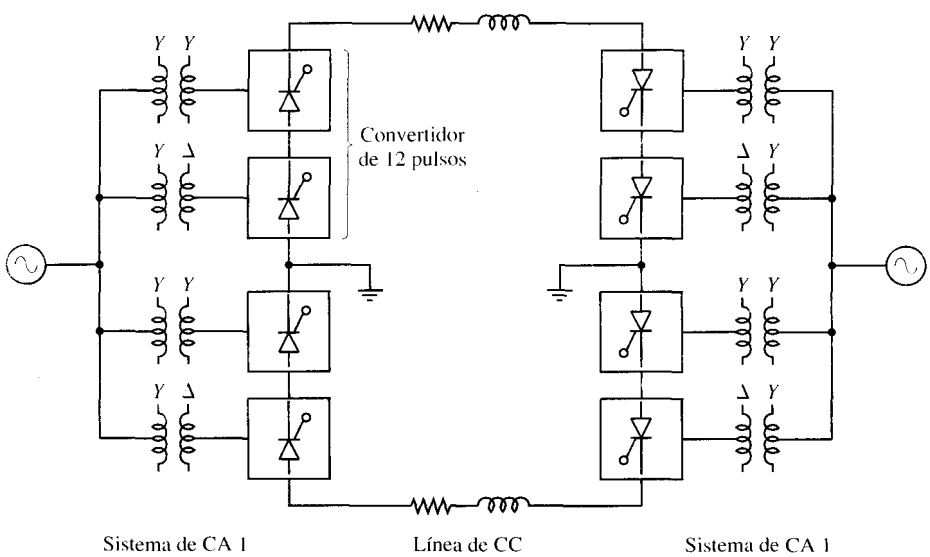
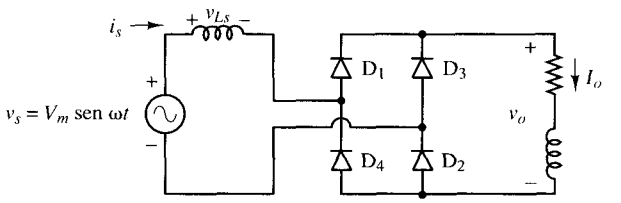


Figura 4.24. Sistema de transmisión de CC con convertidores de 12 pulsos.

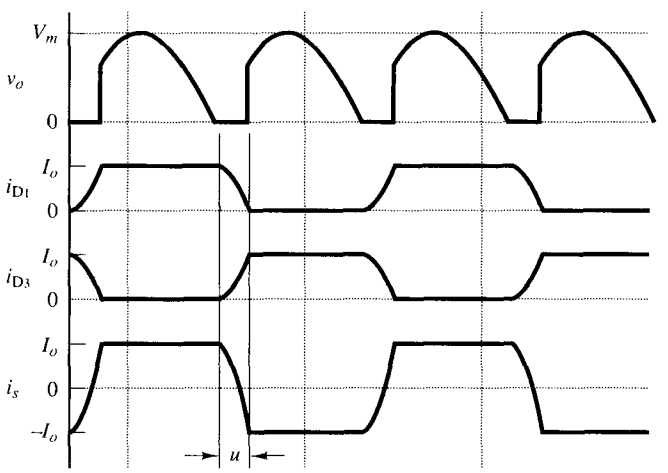
4.7. CONMUTACIÓN: EL EFECTO DE LA INDUCTANCIA DEL GENERADOR

Rectificador monofásico en puente

En la Figura 4.25a se muestra un rectificador en puente monofásico no controlado, con una inductancia de generador L_s y una carga inductiva. Cuando cambie la polaridad del generador, la corriente del mismo no podrá cambiar instantáneamente y deberá ser transferida gradualmente de un par de diodos al otro en un intervalo de conmutación u. Recuerde que en el Capítulo 3 estudiamos que la conmutación es el proceso de transferencia de la corriente de carga de un diodo al otro o, en este caso, de un par de diodos al otro. Durante la conmutación estarán activados los cuadro diodos, y la tensión en bornas de L_s será la tensión del generador $V_m \operatorname{sen} \omega t$.



(a)



(b)

Figura 4.25. Conmutación en el rectificador monofásico. (a) Circuito con inductancia de generador L_s. (b) Formas de onda de la tensión y de la corriente. La inductancia *Ls* reduce la tensión media de salida.

Suponga que la corriente de carga es una constante I_o. La corriente inicial en L_s y en el generador durante la conmutación de D_1-D_2 a D_3-D_4 es $+I_o$ y llega a $-I_o$. Este intervalo de conmutación comienza cuando cambia la polaridad del generador para $\omega t = \pi$, como refleja la siguiente expresión

$$i_s(\omega t) = \frac{1}{\omega L_s} \int_{\pi}^{\omega t} V_m \operatorname{sen}(\omega t) d(\omega t) + I_o.$$

Al evaluar la expresión se obtiene

$$i_s(\omega t) = -\frac{V_m}{\omega L_s}(1 + \cos(\omega t)) + I_o. \tag{4.58}$$

Cuando finaliza la conmutación para $\omega t = \pi + u$,

$$i(\pi + u) = -I_o = -\frac{V_m}{\omega L_s}(1 + \cos(\pi + u)) + I_o. \tag{4.59}$$

Despejando el ángulo de conmutación u,

$$u = \cos^{-1}\left(1 - \frac{2I_o\omega L_s}{V_m}\right) = \cos^{-1}\left(1 - \frac{2I_oX_s}{V_m}\right) \tag{4.60}$$

donde $X_s = \omega L_s$ es la reactancia del generador. En la Figura 4.25b se muestra el efecto de la reactancia del generador en la corriente y en la tensión de carga.

La tensión media en la carga es

$$V_o = \frac{1}{\pi}\int_y^{\pi} V_m \operatorname{sen}(\omega t)d(\omega t) = \frac{V_m}{\pi}(1 + \cos u).$$

Utilizando el valor de u calculado en la Ecuación 4.60,

$$\boxed{V_o = \frac{2V_m}{\pi}\left(1 - \frac{I_oX_s}{V_m}\right).} \tag{4.61}$$

Por tanto, la inductancia de fuente reduce la tensión media de salida de los rectificadores de onda completa.

Rectificador trifásico

Para el rectificador trifásico no controlado en puente con reactancia de generador (Figura 4.26a), vamos a suponer que los diodos D_1 y D_2 conducen y que la corriente de carga es una constante I_o. En la siguiente transición, la corriente de carga se transferirá de D_1 a D_3 en la mitad superior del puente. En la Figura 4.26b se muestra el circuito equivalente durante la conmutación de D_1 a D_3. La tensión en L_a es

$$v_{L_a} = \frac{v_{AB}}{2} = \frac{V_{m,\,L-L}}{2}\operatorname{sen}(\omega t). \tag{4.62}$$

La corriente inicial en L_a es I_o y disminuye hasta hacerse nula en el intervalo de conmutación:

$$i_{L_a}(\pi + u) = 0 = \frac{1}{\omega L_a}\int_{\pi}^{\pi+u}\frac{V_{m,\,L-L}}{2}\operatorname{sen}(\omega t)d(\omega t) + I_o. \tag{4.63}$$

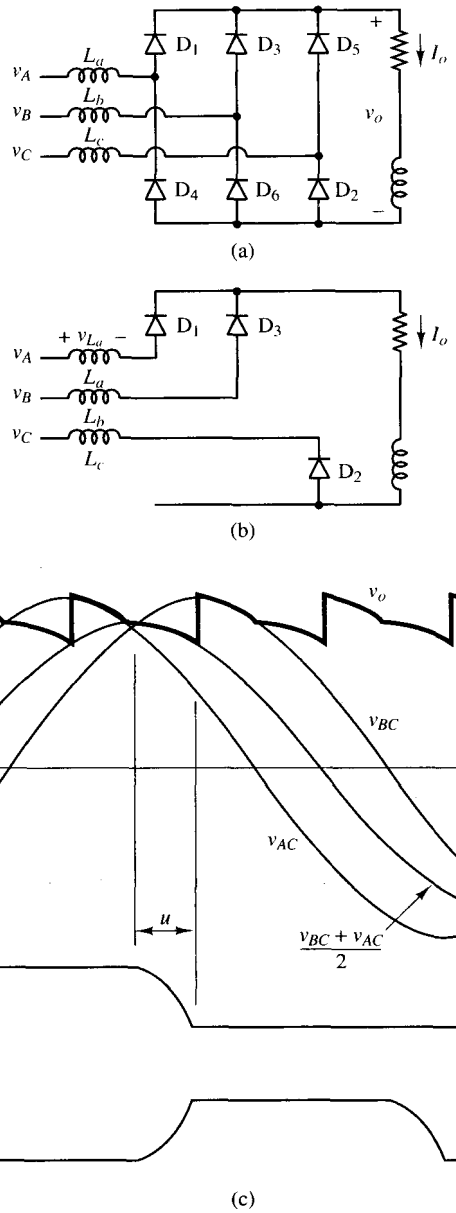


Figura 4.26. Conmutación en el rectificador trifásico: (a) Circuito. (b) Circuito durante la conmutación de D_1 a D_3. (c) Tensión de salida y corriente en los diodos.

Despejando u,

$$u = \cos^{-1}\left(1 - \frac{2\omega L_a I_o}{V_{m,\,L-L}}\right) = \cos^{-1}\left(1 - \frac{2X_s I_o}{V_{m,\,L-L}}\right). \tag{4.64}$$

La tensión de salida del convertidor en el intervalo de conmutación de D_1 a D_3 es

$$v_o = \frac{v_{bc} + v_{ac}}{2}. \tag{4.65}$$

En la Figura 4.26c se muestra la tensión de salida y las corrientes en los diodos. La tensión media de salida del convertidor trifásico con un generador no ideal es

$$V_o = \frac{3V_{m,\,L-L}}{\pi}\left(1 - \frac{X_s I_o}{V_{m,\,L-L}}\right). \tag{4.66}$$

Por tanto, la inductancia de fuente disminuye la tensión media de salida de los rectificadores trifásicos.

4.8. RESUMEN

- Los rectificadores monofásicos de onda completa pueden presentarse en puente o como transformadores con toma media.
- La corriente media de alimentación en los rectificadores monofásicos de onda completa es nula.
- Podemos utilizar el método de las series de Fourier para analizar las corrientes de carga.
- Al conectar una bobina en serie con una resistencia de carga se producirá una corriente de carga esencialmente continua.
- Al conectar un condensador de filtro a la salida de un rectificador se puede producir una tensión de salida aproximadamente continua. Los filtros de salida L-C pueden mejorar la calidad de la salida de continua y reducir la corriente de pico en los diodos.
- Podemos utilizar conmutadores como los SCR para controlar la salida de un rectificador monofásico o trifásico.
- Los convertidores controlados pueden operar como inversores en determinadas circunstancias.
- Los rectificadores trifásicos de seis pulsos contienen seis diodos o SCR y los rectificadores de doce pulsos contienen doce diodos o SCR.
- Los rectificadores trifásicos en puente producen una salida aproximadamente continua.
- En la transmisión de potencia de CC se precisará un convertidor trifásico en cada extremo de una línea de CC. Un convertidor operará como un rectificador y el otro como un convertidor.
- La inductancia del generador disminuye la salida de continua en un rectificador monofásico o trifásico.

PROBLEMAS

Rectificadores monofásicos no controlados

4.1. Un rectificador monofásico de onda completa en puente presenta una carga resistiva de 22 Ω y un generador de alterna con una tensión eficaz de 120 V. Determine la corriente media, la corriente de pico y la corriente eficaz en la carga y en cada diodo.

4.2. Un rectificador monofásico presenta una carga resistiva de 20 Ω. Determine la corriente media y la tensión inversa de pico en cada uno de los diodos en

(a) Un rectificador en puente que contiene un generador de alterna con una tensión eficaz de 120 V a 60 Hz.
(b) Un rectificador con transformador de toma media con una tensión eficaz de 120 V en cada mitad del devanado secundario.

4.3. Un rectificador en puente monofásico presenta una carga R-L con $R = 15\ \Omega$ y $L = 45$ mH. La tensión del generador de alterna es $v_s = 100\,\text{sen}\,(377t)$ V. Determine la corriente media y la corriente eficaz en la carga y en cada diodo.

4.4. Un rectificador en puente monofásico presenta una carga R-L con $R = 25\ \Omega$ y $L = 50$ mH. La tensión eficaz del generador de alterna es de 120 V a 60 Hz. Determine

(a) La corriente media de carga.
(b) La potencia absorbida por la carga.
(c) El factor de potencia.

4.5. Un rectificador monofásico con transformador de toma media presenta un generador de alterna con una tensión eficaz de 240 V a 60 Hz. La relación de vueltas total es 3:1 (80 V entre los extremos del secundario y 40 V en cada extremo). La carga es una resistencia de 4 Ω. Determine

(a) La corriente media de carga.
(b) La corriente eficaz de carga.
(c) La corriente media del generador.
(d) La corriente eficaz del generador.

Dibuje la forma de onda de la corriente en la carga y en el generador.

4.6. Diseñar un rectificador con transformador de toma media que produzca una corriente media de 10,0 A en una carga resistiva de 15 Ω. Se dispone de dos generadores con tensiones eficaces de 120 V y 240 V a 60 Hz. Especificar el generador que se utilizará y la relación de vueltas del transformador.

4.7. Diseñar un rectificador con transformador de toma media que produzca una corriente media de 5,0 A en una carga R-L con $R = 10\ \Omega$ y $L = 50$ mH. Se dispone de dos generadores con tensiones eficaces de 120 V y 240 V a 60 Hz. Especificar el generador que se utilizará y la relación de vueltas del transformador.

4.8. Se ha modelado un electroimán conectando una bobina de 100 mH en serie con una resistencia de 5 Ω. La corriente media en la bobina debe ser de 10 A para establecer el campo magnético necesario. Determine la resistencia que será necesario conectar en serie para producir la corriente media requerida en un rectificador en puente creado utilizando un generador monofásico de 120 V a 60 Hz.

4.9. La tensión del rectificador de onda completa de la Figura 4.3a es $v_s(\omega t) = 170\,\text{sen}\,\omega t$ V, $R = 4\ \Omega$, $L = 20$ mH, $V_{cc} = 60$ V y $\omega = 2\pi 60$ rad/s. Determine

(a) La potencia absorbida por el generador de continua.
(b) La potencia absorbida por la resistencia.
(c) El factor de potencia.
(d) Estime la variación pico a pico de la corriente de carga considerando únicamente el primer término de alterna de la serie de Fourier para la corriente.

4.10. En el Ejemplo 4.1 se estimó que la variación pico a pico de la corriente de carga basada en I_2 era 6,79 A. Comparar esta estimación con la obtenida en una simulación con PSpice, utilizando el modelo de diodo predeterminado.

4.11. **(a)** Se cambia la bobina del Ejemplo 4.3 y se introduce una de 8 mH. Simule el circuito en PSpice y determine si la corriente en la bobina es continua o discontinua. Determine la potencia absorbida por la tensión continua utilizando PSpice.
(b) Repita el problema utilizando $L = 4$ mH.

4.12. El rectificador de onda completa de la Figura 4.6 presenta un generador con una tensión eficaz de 120 V a 60 Hz y una resistencia de carga de 100 Ω. Determine el condensador de filtro necesario para limitar el rizado de la tensión pico a pico de salida a un 1 % de la salida de continua. Determine la corriente de pico y la corriente media en cada diodo.

4.13. El rectificador de onda completa de la Figura 4.6 presenta un generador de tensión $V_m = 100$ V a 60 Hz. Este rectificador debe alimentar a una carga que requiere una tensión continua de 100 V y que absorberá 0,4 A. Determine el condensador de filtro necesario para limitar el rizado de la tensión pico a pico de salida a un 1 % de la salida de continua. Determine la corriente de pico y la corriente media en cada diodo.

4.14. En el Ejemplo 3.9, el rectificador de media onda de la Figura 3.11a presenta un generador con una tensión eficaz de 120 V a 60 Hz y $R = 500$ Ω. Se ha determinado que la capacidad del condensador necesaria para producir un rizado del 1 % en la tensión de salida era de 3.333 μF. Determine el condensador que se necesitará para obtener un rizado del 1 % si se utiliza un rectificador de onda completa. Determine las corrientes de pico en los diodos de cada circuito. Describa las ventajas y las desventajas de cada circuito.

4.15. Determine la tensión de salida del rectificador de onda completa con filtro L-C de la Figura 4.8a si $L = 10$ mH y

(a) $R = 8$ Ω.
(b) $R = 20$ Ω. La tensión eficaz del generador es de 120 V a 60 Hz. Suponga que el condensador es lo suficientemente grande como para producir una tensión de salida sin rizado.
(c) Modifique el archivo de PSpice del Ejemplo 4.5 para determinar V_o en cada caso, utilizando el modelo de diodo predeterminado.

4.16. En el rectificador de onda completa con filtro L-C del Ejemplo 4.5, la bobina está conectada a una resistencia en serie de 0,5 Ω. Utilice PSpice para estudiar el efecto en la tensión de salida para cada resistencia de carga.

4.17. El rectificador monofásico de onda completa de la Figura 4.5a presenta una carga R-L con $R = 3$ Ω, $L = 35$ mH y $V_{cc} = 24$ V. La tensión eficaz del generador de alterna es de 120 V a 60 Hz. Determine

(a) La potencia absorbida por el generador de continua.
(b) La potencia absorbida por la resistencia.
(c) El factor de potencia.

4.18. Simule el circuito del Problema 4.17 para $L = 35$ mH y para $L = 100$ μH. Describa las diferencias observadas en el comportamiento de los circuitos para las dos bobinas. Se deberán observar las condiciones de régimen permanente. Utilice el modelo de diodo predeterminado de PSpice.

Rectificadores monofásicos controlados

4.19. Un rectificador monofásico controlado en puente presenta una carga resistiva de 40 Ω y un generador con una tensión eficaz de 120 V a 60 Hz. El ángulo de disparo es de 35°. Determine

(a) La corriente media de carga.
(b) La corriente eficaz de carga.
(c) La corriente eficaz del generador.
(d) El factor de potencia.

4.20. Demostrar que el factor de potencia del rectificador controlado de onda completa con carga resistiva es

$$fp = \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{sen\,(2\alpha)}{2\pi}}$$

4.21. Un rectificador monofásico controlado de onda completa en puente presenta una carga R-L con $R = 25\ \Omega$ y $L = 50$ mH. La tensión eficaz del generador es de 240 V a 60 Hz. Determine la corriente media de carga para

(a) $\alpha = 20°$.
(b) $\alpha = 70°$.

4.22. Un rectificador monofásico controlado de onda completa en puente presenta una carga R-L con $R = 30\ \Omega$ y $L = 75$ mH. La tensión eficaz del generador es de 120 V a 60 Hz. Determine la corriente media de carga para

(a) $\alpha = 25°$.
(b) $\alpha = 75°$.

4.23. Demostrar que el factor de potencia del rectificador de onda completa con carga R-L es $2\sqrt{2}/\pi$ si L es grande y se considera que la corriente de carga es continua.

4.24. Una carga resistiva de 20 Ω precisa una corriente media que varíe entre 4,5 y 8,0 A. Se conectará un transformador de aislamiento entre un generador de 120 V rms a 60 Hz y un rectificador monofásico controlado de onda completa. Diseñe un circuito que cumpla los requisitos para la corriente. Especifique la relación de vueltas del transformador y el rango del ángulo de disparo.

4.25. Se modela un electroimán conectando una bobina de 100 mH en serie con una resistencia de 5 Ω. La corriente media en la bobina debe ser de 10 A para establecer el campo magnético necesario. Determine el ángulo de disparo necesario para que el rectificador monofásico controlado produzca la corriente media requerida con un generador monofásico de 120 V a 60 Hz.

4.26. El convertidor de onda completa de la Figura 4.15 utilizado como inversor presenta un generador de alterna con una tensión eficaz de 240 V a 60 Hz, $R = 20\ \Omega$, $L = 0{,}5$ H y $V_{cc} = -100$ V. El ángulo de disparo del convertidor es de 105°. Determine la potencia entregada al sistema de alterna desde el generador de continua. Estime el rizado pico a pico en la corriente de carga utilizando el primer término de alterna en la serie de Fourier.

4.27. Un conjunto de células solares genera 100 V de tensión continua. Un sistema monofásico de potencia de CA presenta una tensión eficaz de 120 V a 60 Hz.

(a) Determine el ángulo de disparo del convertidor controlado para la disposición de la Figura 4.15 ($V_{cc} = -100$) de manera que se transmitan 2.000 W al sistema de alterna. Suponga que L es lo suficientemente grande como para producir una corriente que no tenga prácticamente rizado. La resistencia equivalente es de 0,8 Ω. Suponga que el convertidor no tiene pérdidas.
(b) Determine la potencia entregada por las células solares.
(c) Estime el valor de la bobina de manera que la variación pico a pico de la corriente de las células solares sea menor que 2,5 A.

4.28. Utilizar PSpice para simular el convertidor monofásico controlado del Ejemplo 4.11 operando como inversor. Utilizar el modelo del SCR con el interruptor controlado por tensión y el diodo predeterminado. Comparar los resultados con los obtenidos en el ejemplo. La respuesta transitoria deberá tener la duración suficiente para llegar a las condiciones de estado estacionario.

4.29. Se utiliza un convertidor de onda completa operando como inversor para transferir potencia desde un generador eólico a un sistema de alterna monofásico de 240 V rms a 60 Hz. El generador produce una tensión continua de salida de 150 V y su potencia es de 5.000 W. La resistencia equivalente en el circuito del generador es de 0,6 Ω.

(a) Determine el ángulo de disparo del convertidor para la potencia de salida nominal del generador.
(b) Determine la potencia absorbida por el sistema de alterna.
(c) Determine la inductancia necesaria para limitar el rizado pico a pico de la corriente a un 10 % de la corriente media.
(d) Simule el circuito en PSpice utilizando un modelo de SCR simplificado y compare los resultados de la simulación con los resultados teóricos.

Rectificadores trifásicos no controlados

4.30. Se utiliza un generador de 480 V rms línea a línea a 60 Hz para alimentar a un rectificador trifásico. La carga es una resistencia de 100 Ω. Determine

(a) La corriente media de carga.
(b) La corriente eficaz de carga.
(c) La corriente eficaz del generador.
(d) El factor de potencia.

4.31. Se utiliza un generador de 480 V rms línea a línea a 60 Hz para alimentar a un rectificador trifásico. La carga R-L es una resistencia de 100 Ω en serie con una bobina de 15 mH. Determine

(a) La corriente media y eficaz de carga.
(b) La corriente media y eficaz en los diodos.
(c) La corriente eficaz del generador.
(d) El factor de potencia.

4.32. Utilice PSpice para simular el rectificador trifásico del Problema 4.31, empleando el modelo de diodo predeterminado. Determine el valor de la corriente media y eficaz de carga, la corriente en los diodos y la corriente del generador. Compare los resultados obtenidos con la Ecuación 4.41. ¿Cuánta potencia absorben los diodos?

4.33. Determine el contenido armónico de la corriente de línea del generador de alterna utilizando el archivo de datos de PSpice del Ejemplo 4.12. Compare los resultados obtenidos con la Ecuación 4.46. Determine la distorsión armónica total de la corriente del generador.

Rectificadores trifásicos controlados

4.34. Se utiliza un generador de 4160 V rms a 60 Hz para alimentar el rectificador trifásico controlado de la Figura 4.19a. La carga es una resistencia de 120 Ω.

(a) Determine el ángulo de disparo necesario para producir una corriente media de carga de 25 A.
(b) Estime las amplitudes de los armónicos de tensión V_6, V_{12} y V_{18}.
(c) Dibuje las corrientes en la carga, S_1, S_4 y la fase A del generador de alterna.

4.35. Se utiliza un generador trifásico de 480 V rms línea a línea a 60 Hz para alimentar el convertidor trifásico controlado de seis pulsos de la Figura 4.19a. El ángulo de disparo es de 35° y la carga es una combinación serie R-L con $R = 50\ \Omega$ y $L = 50$ mH. Determine

(a) La corriente media en la carga.
(b) La amplitud de la sexta corriente armónica.
(c) La corriente eficaz en cada línea del generador alterna.

4.36. Se utiliza un generador trifásico de 480 V rms línea a línea a 60 Hz para alimentar el convertidor trifásico controlado de seis pulsos de la Figura 4.19a. La carga es una combinación serie R-L con $R = 15\ \Omega$.

(a) Determine el ángulo de disparo requerido para obtener una corriente media de 30 A en la carga.

(b) Determine el valor de L necesario para que el valor eficaz de los términos de corriente alterna sea inferior al 2 % de la corriente continua. Verifique los resultados con una simulación PSpice.

4.37. Se utiliza una bobina con devanados superconductores para almacenar energía. Se emplea el convertidor trifásico controlado de seis pulsos de la Figura 4.19a para recuperar la energía almacenada y transferirla a un sistema de alterna trifásico. Modele la bobina como una carga de fuente de corriente de 1000 A y determine el ángulo de disparo necesario para que se transfieran 1,5 MW al sistema de alterna, que presenta una tensión eficaz de 4160 V línea a línea a 60 Hz. ¿Cuál es la corriente eficaz en cada fase del sistema de alterna?

Problemas de diseño

4.38. Diseñe un circuito que genere una corriente media que varíe entre 8 y 12 A en una resistencia de 8 Ω. Se dispone de dos generadores de alterna monofásicos de 120 y 240 V eficaces a 60 Hz. La variación pico a pico de la corriente no deberá ser superior a 2,5 A. Determine la corriente media, la corriente eficaz y la tensión máxima para cada elemento del circuito. Simule el circuito en PSpice para verificar que cumple los requisitos. Proporcione circuitos alternativos que cumplan las especificaciones de diseño y explique los motivos para su elección.

4.39. Diseñe un circuito que produzca una corriente media de 15 A con una carga resistiva de 20 Ω. La variación pico a pico de la corriente de carga no deberá superar el 10 % de la corriente continua. Se dispone de un generador de tensión monofásico de 480 V rms a 60 Hz y de otro generador trifásico de 480 V rms línea a línea a 60 Hz. Determine la corriente media, la corriente eficaz y la corriente de pico en cada elemento del circuito. Simule el circuito en PSpice para verificar que cumple los requisitos. Proporcione circuitos alternativos que cumplan las especificaciones de diseño y explique los motivos de su elección.

4.40. Una compañía eléctrica ha instalado un conjunto de células solares que se utilizarán como fuente de energía. El conjunto produce una tensión continua de 1.000 V y presenta una resistencia en serie equivalente de 0,1 Ω. La variación pico a pico de la corriente de las células solares no deberá superar el 5 % del valor de la corriente media. La interfaz entre el conjunto de células solares y el sistema de alterna será el convertidor trifásico controlado de seis pulsos de la Figura 4.22a. Se conecta un transformador trifásico entre el convertidor y una línea de alterna con una tensión eficaz de 12,5 kV línea a línea a 60 Hz. Diseñe un sistema que transfiera 100 kW desde el conjunto de células solares al sistema de potencia de CA (el sistema de alterna deberá absorber 100 kW). Especifique la relación de vueltas del transformador, el ángulo de disparo del convertidor y los valores de los demás componentes del circuito. Determine la pérdida de potencia en la resistencia.

4.41. En la línea de transmisión de CC elemental que se muestra en la Figura 4.23a, el valor eficaz de la tensión alterna presentada a cada uno de los puentes es de 345 kV línea a línea. La resistencia total de la línea es de 20 Ω y la inductancia es grande, por lo que se puede considerar que la corriente continua no presenta rizado. El objetivo es transmitir 300 MW del sistema de CA 1 al sistema de CA 2 a través de la línea de CC. Diseñe un conjunto de parámetros operativos que cumplan este objetivo. Determine la capacidad necesaria de transporte de corriente de la línea de CC y calcule la pérdida de potencia en la misma.

5

CONTROLADORES DE TENSIÓN ALTERNA:
Convertidores CA-CA

5.1. INTRODUCCIÓN

Un controlador de tensión alterna es un convertidor que controla la tensión, la corriente y la potencia media que entrega una fuente de alterna a una carga de alterna. Interruptores electrónicos conectan y desconectan la fuente y la carga a intervalos regulares. La conmutación se produce en cada ciclo de red, según un esquema de conmutación denominado control de fase, lo que tiene como efecto eliminar parte de la forma de onda de la fuente antes de alcanzar la carga. Otro tipo de control es el control de ciclo integral, en el que se conecta y desconecta la fuente durante varios ciclos seguidos.

El controlador de tensión alterna controlado por fase tiene diversas aplicaciones, como los circuitos atenuadores de intensidad luminosa y el control de velocidad de los motores de inducción. La fuente de tensión de entrada es un generador de alterna y la salida también lo es (aunque no es sinusoidal), por lo que el circuito se clasifica como un convertidor CA-CA.

5.2. EL CONTROLADOR DE TENSIÓN ALTERNA MONOFÁSICO

Funcionamiento básico

En la Figura 5.1a se muestra un controlador de tensión monofásico básico. Los interruptores electrónicos, utilizados son SCR conectados en antiparalelo. Esta disposición de los SCR permi-

te que fluya corriente en cualquier sentido por la carga. Esta conexión de los SCR se denomina antiparalelo o paralelo inverso porque los SCR conducen corriente en sentidos opuestos. Un triac es equivalente a dos SCR en antiparalelo.

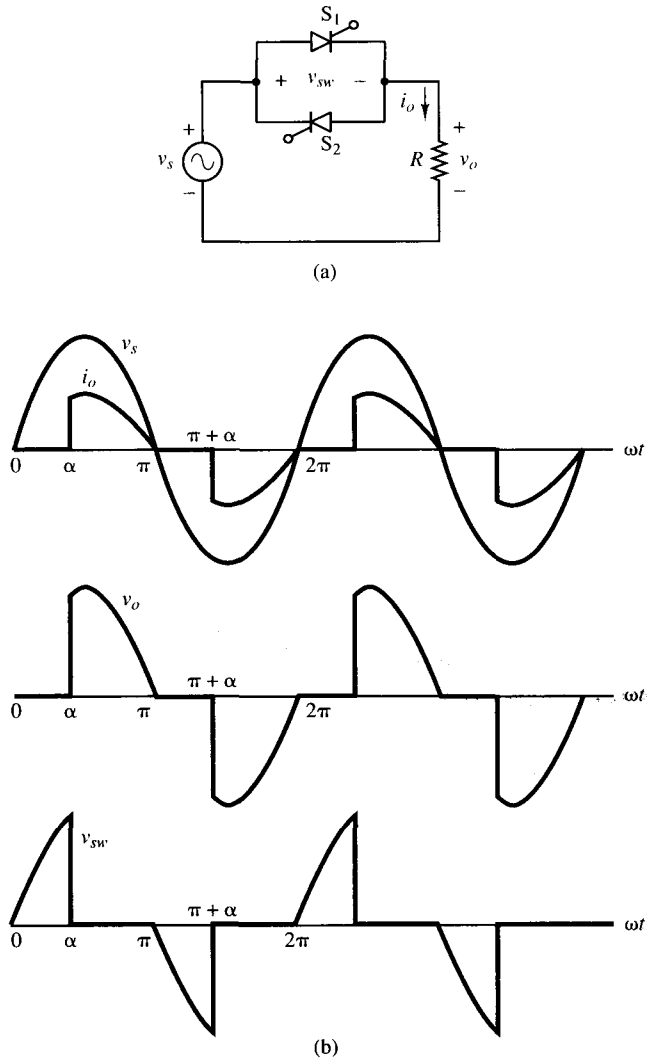


Figura 5.1. (a) Controlador de tensión alterna monofásico con carga resistiva. (b) Formas de onda.

El principio del funcionamiento del controlador de tensión alterna monofásico con control de fase es similar al del rectificador controlado de media onda de la Sección 3.9. En este caso, la corriente de carga presenta semiciclos positivos y negativos. Se puede analizar un semiciclo del controlador de tensión de manera idéntica al análisis del rectificador controlado de media onda. Luego se puede extrapolar el resultado por simetría para describir el funcionamiento para el periodo completo.

He aquí algunas observaciones básicas sobre el circuito de la Figura 5.1a:

- Los SCR no pueden conducir simultáneamente.
- La tensión de carga es la misma que la tensión de la fuente cuando está activado cualquiera de los SCR. La tensión de carga es nula cuando están desactivados los dos SCR.
- La tensión del interruptor v_{sw} es nula cuando está activado cualquiera de los SCR y es igual a la tensión del generador cuando están desactivados los dos SCR.
- La corriente media en la fuente y en la carga es nula si se activan los dos SCR durante intervalos iguales de tiempo. La corriente media en cada SCR no es nula, debido a la corriente unidireccional en los SCR.
- La corriente eficaz en cada SCR es $1/\sqrt{2}$ multiplicado por la corriente eficaz de carga si se activan los SCR durante intervalos iguales de tiempo.

En el circuito de la Figura 5.1a, S_1 conduce si se aplica una señal de puerta en el semiciclo positivo de la fuente. S_1 conduce hasta que la corriente que lo atraviesa se hace nula, como sucede en el caso del SCR en el rectificador controlado de media onda. Al aplicar una señal de puerta a S_2 en el semiciclo negativo de la fuente, se proporciona un camino para la corriente de carga negativa. Si la señal de puerta de S_2 está retrasada medio periodo respecto a la de S_1, el análisis en el semiciclo negativo será idéntico al del semiciclo positivo, pero el signo algebraico de la tensión y de la corriente será el opuesto.

Controlador monofásico con carga resistiva

En la Figura 5.1b se muestran las formas de onda de tensión del controlador de tensión monofásico controlado por fase con carga resistiva. Estas formas de onda se obtienen, típicamente, en los circuitos de atenuación de la intensidad luminosa. Supondremos que la tensión de la fuente es

$$v_s(\omega t) = V_m \operatorname{sen} \omega t \tag{5.1}$$

La tensión de salida es

$$v_o(\omega t) = \begin{cases} V_m \operatorname{sen} \omega t & \alpha < \omega t < \pi,\ \alpha + \pi < \omega t < 2\pi \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \tag{5.2}$$

Calcularemos la tensión eficaz aplicada a la carga teniendo en cuenta la simetría positiva y negativa de la forma de onda de la tensión, por lo que sólo será necesario evaluar medio periodo de la forma de onda:

$$\begin{aligned} V_{o,\text{rms}} &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} [V_m \operatorname{sen}(\omega t)]^2 \, d(\omega t)} \\ &= \frac{V_m}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\operatorname{sen}(2\alpha)}{2\pi}} \end{aligned} \tag{5.3}$$

Observe que, para $\alpha = 0$, la tensión aplicada a la carga es una sinusoide con el mismo valor eficaz que la de la fuente. En la Figura 5.2 se representa la tensión eficaz normalizada de carga en función de α.

La corriente eficaz en la carga y en la fuente es

$$I_{o,\text{rms}} = \frac{V_{o,\text{rms}}}{R} \tag{5.4}$$

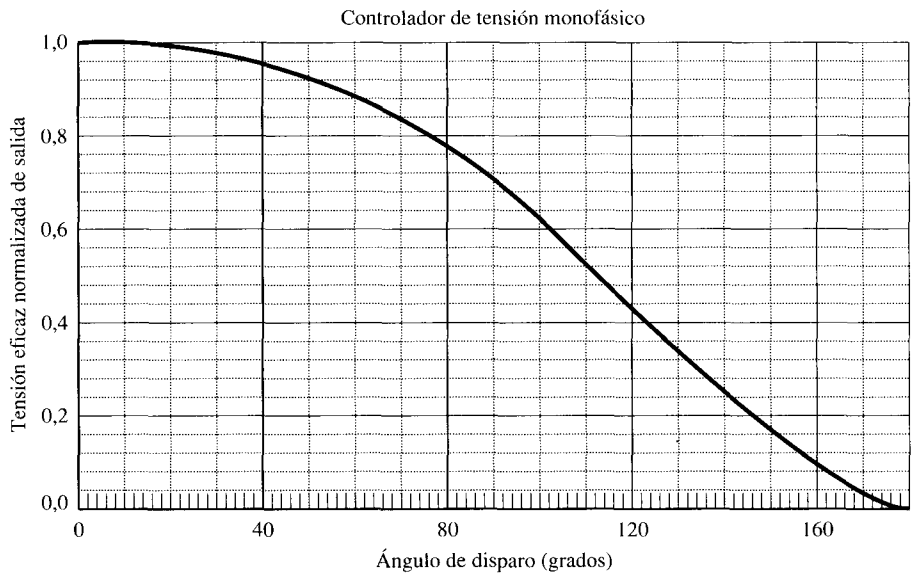


Figura 5.2. Tensión eficaz normalizada de carga en función del ángulo de disparo para un controlador de tensión alterna monofásico con carga resistiva.

y el factor de potencia de la carga es

$$\text{fp} = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{s,\text{rms}} I_{s,\text{rms}}} = \frac{V_{o,\text{rms}}^2/R}{V_{s,\text{rms}}(V_{o,\text{rms}}/R)}$$

$$= \frac{V_{o,\text{rms}}}{V_{s,\text{rms}}} = \frac{\dfrac{V_m}{\sqrt{2}}\sqrt{1 - \dfrac{\alpha}{\pi} + \dfrac{\text{sen}\,(2\alpha)}{2\pi}}}{V_m/\sqrt{2}} \tag{5.5}$$

$$\text{fp} = \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\text{sen}\,(2\alpha)}{2\pi}}$$

Observe que, al igual que para una carga resistiva no controlada, fp = 1 para $\alpha = 0$ y el factor de potencia para $\alpha > 0$ es menor que 1.

La corriente media de la fuente es nula por la simetría de media onda. La corriente media en los SCR es

$$I_{\text{SCR,med}} = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi} \frac{V_m}{R}\,\text{sen}\,\omega t\, d(\omega t)$$

$$= \frac{V_m}{2\pi R}(1 + \cos\alpha) \tag{5.6}$$

Como cada SCR conduce la mitad de la corriente de línea, la corriente eficaz en cada SCR es

$$I_{\text{SCR,rms}} = \frac{I_{o,\text{rms}}}{\sqrt{2}} \tag{5.7}$$

Como la corriente de carga y de la fuente no son senoidales, tendremos en cuenta la distorsión armónica al diseñar y utilizar los controladores de tensión alterna. Sólo existirán armónicos impares en la corriente de línea, porque la forma de onda presenta simetría de media onda. Las corrientes armónicas se obtienen a partir de las ecuaciones de Fourier del Capítulo 2. En la Figura 5.3 se muestra el contenido armónico normalizado de las corrientes de línea en función de α. La corriente de base es el cociente entre la tensión de la fuente y la resistencia, que es la corriente para $\alpha = 0$.

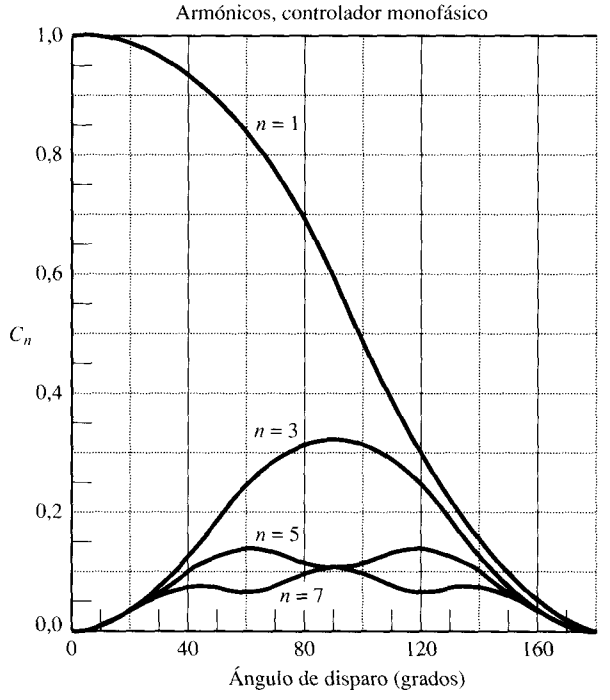


Figura 5.3. Contenido armónico normalizado en función del ángulo de disparo para un controlador de tensión alterna monofásico con carga resistiva.

Ejemplo 5.1. Controlador monofásico con carga resistiva

El controlador de tensión alterna monofásico de la Figura 5.1a presenta una fuente con una tensión eficaz de 120 V a 60 Hz. La resistencia de carga es de 15 Ω. Determine (a) el ángulo de disparo necesario para entregar 500 W a la carga, (b) la corriente eficaz de la fuente, (c) la corriente eficaz y la corriente media en los SCR, (d) el factor de potencia y (e) la DAT de la corriente de la fuente.

Solución. **(a)** La tensión eficaz necesaria para entregar 500 W a una carga de 15 Ω es

$$P = \frac{V_{o,\text{rms}}^2}{R}$$

$$V_{o,\text{rms}} = \sqrt{PR} = \sqrt{(500)(15)} = 86{,}6 \text{ V}$$

En la Ecuación 5.3 y en la Figura 5.2 se describe la relación entre la tensión de salida y el ángulo de disparo. En la Figura 5.2 se observa que el ángulo de disparo necesario para obtener una salida normalizada de 86,6/120 = 0,72 es aproximadamente 90°. Se obtendrá una solución más precisa del valor de α resolviendo numéricamente en la Ecuación 5.3, que se expresa de la siguiente manera

$$86{,}6 - 120\sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\operatorname{sen}(2\alpha)}{2\pi}} = 0$$

de donde se obtiene

$$\alpha = 1{,}54 \text{ rad} = 88{,}1^{\circ}$$

(b) La corriente eficaz de la fuente es

$$I_{o,\text{rms}} = \frac{V_{o,\text{rms}}}{R} = \frac{86{,}6}{15} = 5{,}77 \text{ A}$$

(c) Las corrientes en los SCR se obtienen utilizando las ecuaciones 5.6 y 5.7:

$$I_{\text{SCR,rms}} = \frac{I_{\text{rms}}}{\sqrt{2}} = \frac{5{,}77}{\sqrt{2}} = 4{,}08 \text{ A}$$

$$I_{\text{SCR,med}} = \frac{\sqrt{2}(120)}{2\pi(15)}[1 + \cos(88{,}1^{\circ})] = 1{,}86 \text{ A}$$

(d) El factor de potencia es

$$\text{fp}^{W} = \frac{P}{S} = \frac{500}{(120)(5{,}77)} = 0{,}72$$

que también se puede calcular utilizando la Ecuación 5.5.

(e) La corriente eficaz de base es

$$I_{\text{base}} = \frac{V_{s,\text{rms}}}{R} = \frac{120}{15} = 8{,}0 \text{ A}$$

El valor eficaz de la frecuencia fundamental de la corriente se obtiene a partir de C_1 en la gráfica de la Figura 5.3:

$$C_1 \approx 0{,}61 I_{1,\text{rms}} = C_1 I_{\text{base}} = (0{,}61)(8{,}0) = 4{,}9 \text{ A}$$

La distorsión armónica total (DAT) se calcula utilizando la Ecuación 2.68 del Capítulo 2:

$$\text{DAT} = \frac{\sqrt{I_{\text{rms}}^2 - I_{1,\text{rms}}^2}}{I_{1,\text{rms}}} = \frac{\sqrt{5{,}77^2 - 4{,}9^2}}{4{,}9} = 0{,}63 = 63\,\%$$

Controlador monofásico con carga R-L

En la Figura 5.4a se muestra un controlador de tensión alterna monofásico con una carga R-L. Cuando se aplica una señal de puerta a S_1 en $\omega t = \alpha$, la ley de Kirchhoff para las tensiones aplicada al circuito se expresa de la siguiente manera

$$V_m \operatorname{sen}(\omega t) = R i_o(t) + L \frac{di_o(t)}{dt} \tag{5.8}$$

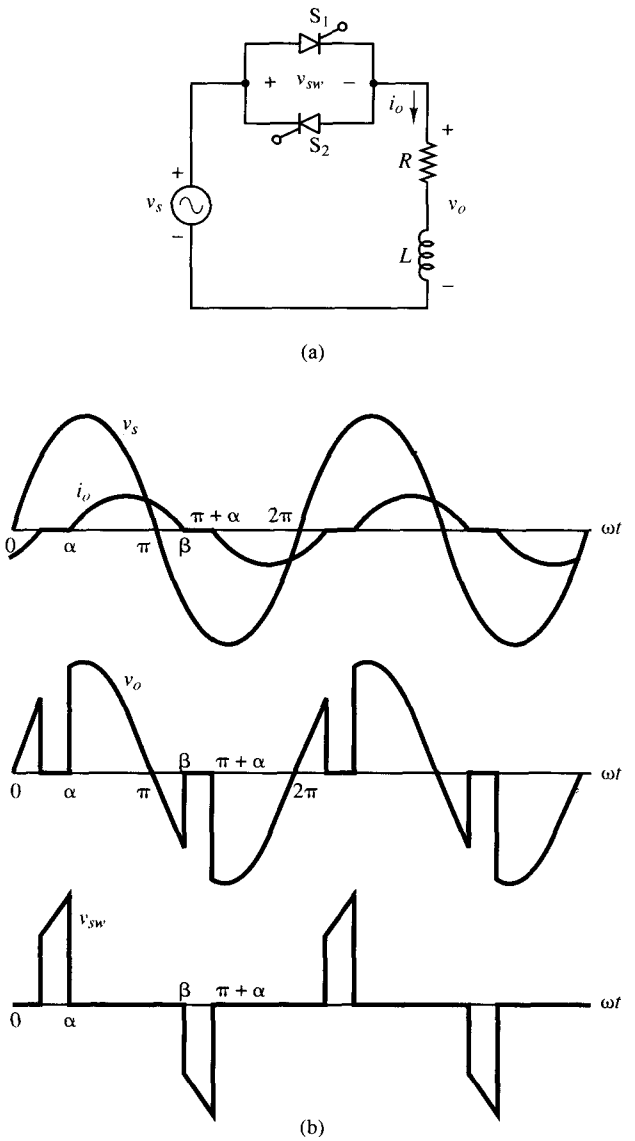


Figura 5.4. (a) Controlador de tensión alterna monofásico con carga R-L. (b) Formas de onda típicas.

La solución para la corriente en esta ecuación, descrita en la Sección 3.9, será

$$i_o(\omega t) = \left(\frac{V_m}{Z}\right)[\operatorname{sen}(\omega t - \theta) - \operatorname{sen}(\alpha - \theta)e^{(\alpha - \omega t)/\omega\tau}]$$

$$\text{para } \alpha \leqslant \omega t \leqslant \beta \qquad (5.9)$$

$$= 0 \qquad \text{en otro caso}$$

donde $$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \qquad \text{y} \qquad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

El ángulo de extinción β es el ángulo para el cual la corriente se hace nula. Cuando $\omega t = \beta$,

$$i_o(\beta) = 0 = \left(\frac{V_m}{Z}\right)[\text{sen}\,(\beta - \theta) - \text{sen}\,(\alpha - \theta)e^{(\alpha-\beta)/\omega\tau}] \tag{5.10}$$

que deberemos resolver numéricamente para hallar β.

En $\omega t = \pi + \alpha$ se aplica una señal de puerta a S_2 y la corriente de carga es negativa, pero su forma es idéntica a la del semiciclo positivo. En la Figura 5.4b se muestran las formas de onda típicas de un controlador de tensión alterna monofásico con una carga R-L.

El ángulo de conducción γ se define como

$$\gamma = \beta - \alpha \tag{5.11}$$

En el intervalo entre π y β, cuando la tensión de la fuente es negativa y la corriente de carga sigue siendo positiva, S_2 no puede ser activado, porque no está polarizado en directa. La aplicación de la señal de puerta a S_2 debe retrasarse al menos hasta que la corriente en S_1 se haga nula en $\omega t = \beta$. Por tanto, el ángulo de disparo mínimo será $\beta - \pi$:

$$\alpha \geqslant \beta - \pi \tag{5.12}$$

La condición de limitación cuando $\beta - \alpha = \pi$ se obtiene a partir de la Ecuación 5.10. Para $\alpha = \theta$, la Ecuación 5.10 será

$$\text{sen}\,(\beta - \alpha) = 0$$

que tiene una solución

$$\beta - \alpha = \pi$$

Por tanto,

$$\gamma = \pi \qquad \text{cuando} \qquad \alpha = \theta \tag{5.13}$$

Si $\alpha < \theta$, $\gamma = \pi$ si se mantiene la señal de puerta después de $\omega t = \theta$.

En el límite, cuando $\gamma = \pi$, siempre conducirá un SCR y la tensión en la carga será la misma que la tensión de la fuente. La tensión y la corriente de carga son sinusoides en este caso y el circuito se analiza utilizando el análisis de fasores de los circuitos de alterna. *La potencia entregada a la carga es controlable de forma continua entre los dos extremos correspondientes a la tensión máxima de la fuente y cero.*

Esta combinación de dispositivos SCR puede funcionar como un relé de *estado sólido*, conectando o desconectando la carga de la fuente de alterna mediante el control de puerta de los SCR. La carga se desconecta de la fuente cuando no hay aplicada una señal de puerta, y tendrá la misma tensión que la fuente cuando se aplique una señal de puerta continuamente. En la práctica, la señal de puerta puede ser una serie de pulsos de alta frecuencia en lugar de una señal permanente de continua.

La expresión de la corriente eficaz de carga se obtendrá observando que el cuadrado de la forma de onda de la corriente se repite cada π radianes. Utilizando la definición del valor eficaz se obtiene

$$I_{o,\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\beta} i_o^2(\omega t)\,d(\omega t)} \tag{5.14}$$

donde el valor de $i_o(\omega t)$ se expresa en la Ecuación 5.9.

La potencia absorbida por la carga se obtiene a partir de la expresión

$$P = I_{o,\text{rms}}^2 R \tag{5.15}$$

La corriente eficaz en cada SCR es

$$I_{\text{SCR,rms}} = \frac{I_{o,\text{rms}}}{\sqrt{2}} \tag{5.16}$$

La corriente media de carga es cero, pero cada SCR conduce la mitad de la forma de onda de la corriente, por lo que la corriente media en los SCR es

$$I_{\text{SCR,med}} = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta} i_o(\omega t)\, d(\omega t) \tag{5.17}$$

Ejemplo 5.2. Controlador de tensión monofásico con carga R-L

Para el controlador monofásico de tensión de la Figura 5.4a se utiliza una fuente de 120 V eficaces a 60 Hz, y la carga es una combinación serie R-L, siendo $R = 20\ \Omega$ y $L = 50$ mH. El ángulo de disparo α es de 90°. Determine (a) la expresión de la corriente de carga para la primera mitad del periodo, (b) la corriente eficaz de carga, (c) la corriente eficaz en los SCR, (d) la corriente media en los SCR, (e) la potencia entregada a la carga y (f) el factor de potencia.

Solución. **(a)** La Ecuación 5.9 nos da la expresión de la corriente. A partir de los parámetros dados obtenemos,

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{(20)^2 + [(377)(0{,}05)]^2} = 27{,}5\ \Omega$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{(377)(0{,}05)}{20}\right) = 0{,}756 \text{ rad}$$

$$\omega\tau = \omega\left(\frac{L}{R}\right) = (377)\left(\frac{0{,}05}{20}\right) = 0{,}943 \text{ rad}$$

$$\frac{V_m}{Z} = \frac{120\sqrt{2}}{27{,}5} = 6{,}18 \text{ A}$$

$$\alpha = 90^\circ = 1{,}57 \text{ rad}$$

$$\frac{V_m}{Z}\,\text{sen}\,(\alpha - \theta)e^{\alpha/\omega\tau} = 23{,}8 \text{ A}$$

Utilizando la Ecuación 5.9, la corriente se expresa del modo siguiente

$$i_o(\omega t) = 6{,}18\,\text{sen}\,(\omega t - 0{,}756) - 23{,}8e^{-\omega t/0{,}943} \text{ A} \quad \text{para} \quad \alpha \leqslant \omega t \leqslant \beta$$

El ángulo de extinción β se obtiene resolviendo numéricamente la ecuación anterior para $i(\beta) = 0$

$$\beta = 3{,}83 \text{ rad} = 220^\circ$$

Observe que el ángulo de conducción $\gamma = \beta - \alpha = 2{,}26$ rad $= 130^\circ$, es menor que el límite de 180°.

(b) La corriente eficaz de carga se obtiene utilizando la Ecuación 5.14:

$$I_{o,\text{rms}}) \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{1,57}^{3,83}[6{,}18\,\text{sen}\,(\omega t - 0{,}756) - 23{,}8e^{-\omega t/0{,}943}]^2\,d(\omega t)}$$
$$= 2{,}71 \text{ A}$$

(c) La corriente eficaz en cada SCR se obtiene utilizando la Ecuación 5.16:

$$I_{\text{SCR,rms}} = \frac{I_{o,\text{rms}}}{\sqrt{2}} = \frac{2{,}71}{\sqrt{2}} = 1{,}92 \text{ A}$$

(d) La corriente media en los SCR se obtiene utilizando la Ecuación 5.17:

$$I_{\text{SCR,med}} = \frac{1}{2\pi}\int_{1,57}^{3,83}[6{,}18\,\text{sen}\,(\omega t - 0{,}756) - 23{,}8e^{-\omega t/0{,}943}]\,d(\omega t)$$
$$= 1{,}04 \text{ A}$$

(e) La potencia absorbida por la carga es

$$P = I_{o,\text{rms}}^2 R = (2{,}71)^2(20) = 147 \text{ W}$$

(f) El factor de potencia se obtiene calculando P/S:

$$\text{fp} = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{s,\text{rms}} I_{s,\text{rms}}} = \frac{147}{(120)(2{,}71)} = 0{,}45$$

Simulación en PSpice de los controladores de tensión alterna monofásicos

La simulación en PSpice de los controladores de tensión monofásicos es muy similar a la del rectificador controlado de media onda. Podemos utilizar el modelo de SCR simple, empleando un diodo y un interruptor controlado por tensión en la versión de evaluación de PSpice. Los dos interruptores son complementarios, y cada uno de ellos permanece cerrado la mitad del periodo. Los diodos limitan las corrientes a valores positivos, ajustándose al comportamiento de los SCR. Podemos utilizar el comando .STEP PARAM como ayuda en el diseño.

Ejemplo 5.3. Simulación en PSpice de un controlador de tensión monofásico

Utilice PSpice para simular el circuito del Ejemplo 5.2. Determine la corriente eficaz de carga, la corriente eficaz y la corriente media en los SCR, la potencia de carga y la DAT de la corriente de la fuente. Utilice el modelo de diodo predeterminado en el SCR.

Solución. El siguiente es el archivo de datos de PSpice para el circuito:

```
CONTROLADOR DE TENSIÓN MONOFÁSICO (voltcont.cir)
*** LA TENSIÓN DE SALIDA ES V(3), LA CORRIENTE DE SALIDA ES I(R)***
********************** PARÁMETROS DE ENTRADAS *****************
.PARAM VS=120          ;tensión eficaz de la fuente
.PARAM ALPHA=90        ;ángulo de disparo en grados
```

```
.PARAM R=20          ;resistencia de carga
.PARAM L=50mH        ;inductancia de carga
.PARAM F=60          ;frecuencia

.PARAM TALPHA={ALPHA/(360*F)} PW={0.5/F}   ;convierte el ángulo
                                             en un retardo de tiempo
************************* DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO ****************
VS 1 0 SIN(0 {VS*SQRT(2)} {F})
S1 1 2 11 0 SMOD
D1 2 3 DMOD          ;SCR DIRECTO
S2 3 5 0 11 SMOD
D2 5 1 DMOD          ;SCR INVERSO
R 3 4 {R}
L 4 0 {L}
************************* MODELOS Y COMANDOS ************
.MODEL DMOD D
.MODEL SMOD VSWITCH (RON=.01)
VCONTROL 11 0 PULSE(-10 10 {TALPHA} 0 0 {PW} {1/F})
                                   ;control de los dos interruptores
.TRAN .1MS 33.33MS 16.67MS .1MS UIC   ;un periodo de salida
.FOUR 60 I(R)                      ;análisis de Fourier para obtener
.PROBE                                la DAT
.END
```

En la Figura 5.5 se muestra la salida en Probe de la corriente de carga y los valores relacionados. Utilizando Probe se obtienen los siguientes resultados:

Magnitud	Expresión	Resultado
Corriente eficaz de carga	RMS(I(R))	2,59 A
Corriente eficaz en los SCR	RMS(I(S1))	1,87 A
Corriente media en los SCR	AVG(I(S1))	1,01 A
Potencia de carga	AVG(V(3)*I(R))	134 W
Distorsión armónica total	(a partir del archivo de salida)	31,7 %

Observe que los SCR no ideales (utilizando el diodo predeterminado) dan como resultado corrientes menores y una menor potencia de carga que en el análisis del Ejemplo 5.2, donde supusimos que los SCR eran ideales. Se obtendrá una predicción más precisa de las prestaciones reales del circuito creando un modelo específico para el SCR.

5.3. CONTROLADORES TRIFÁSICOS DE TENSIÓN

Carga resistiva conectada en estrella

En la Figura 5.6a se muestra un controlador de tensión trifásico con una carga resistiva conectada en estrella. El ángulo de disparo α en cada SCR controla la potencia entregada a la carga. Los seis SCR se activarán siguiendo la secuencia 1-2-3-4-5-6, a intervalos de 60°. Las señales de puerta se mantendrán durante todo el ángulo posible de conducción.

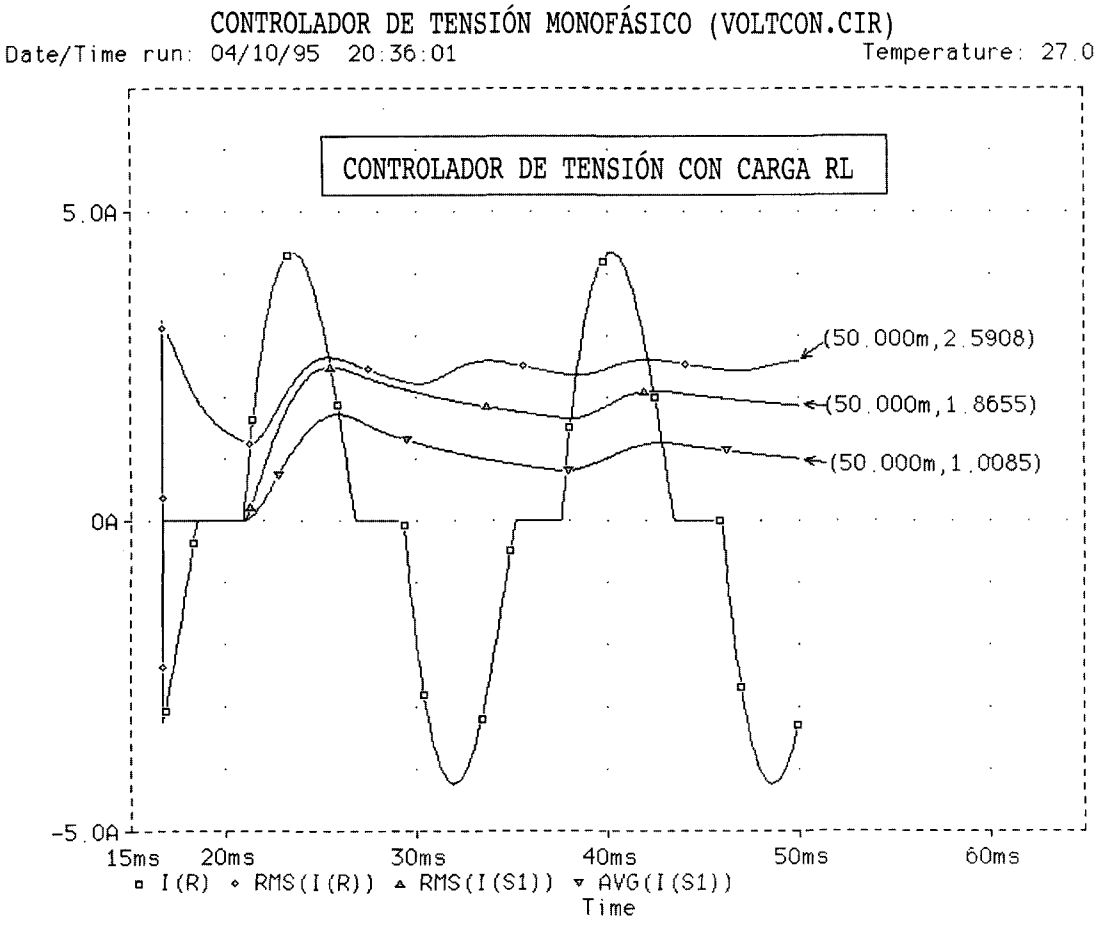


Figura 5.5. Salida de Probe para el Ejemplo 5.3.

La tensión instantánea en cada fase de la carga viene determinada por cuáles SCR estén en conducción. En cualquier instante estarán activados tres SCR, dos SCR o ningún SCR. La tensión instantánea de carga será una tensión de línea a neutro (cuando estén activados tres SCR), la mitad de una tensión línea a línea (dos SCR activados) o cero (ningún SCR activado).

Cuando estén activados tres SCR (uno en cada fase) se conectarán las tres tensiones de fase al generador, lo que corresponde a un generador trifásico equilibrado conectado a una carga trifásica equilibrada. La tensión en cada fase de la carga es la tensión línea a neutro correspondiente. Por ejemplo, si están activados S_1, S_2 y S_6, $v_{an} = v_{AN}$, $v_{bn} = v_{BN}$ y $v_{cn} = v_{CN}$. Cuando estén activados dos SCR, la tensión línea a línea de las dos fases se dividirá a partes iguales entre las dos resistencias de carga conectadas. Por ejemplo, si sólo están activados S_1 y S_2, $v_{an} = v_{AC}/2$, $v_{cn} = v_{CA}/2$ y $v_{bn} = 0$.

Los SCR conducirán en función del ángulo de disparo α y de las tensiones de alimentación en un instante determinado. Éstos son los rangos de α que producirán tipos particulares de tensiones de carga, junto con un ejemplo para cada caso:

- Para $0 < \alpha < 60°$: en este rango de α, conducirán dos o tres SCR al mismo tiempo. En la Figura 5.6b se muestra la tensión línea a neutro de carga v_{an} para $\alpha = 30°$. En $\omega t = 0$,

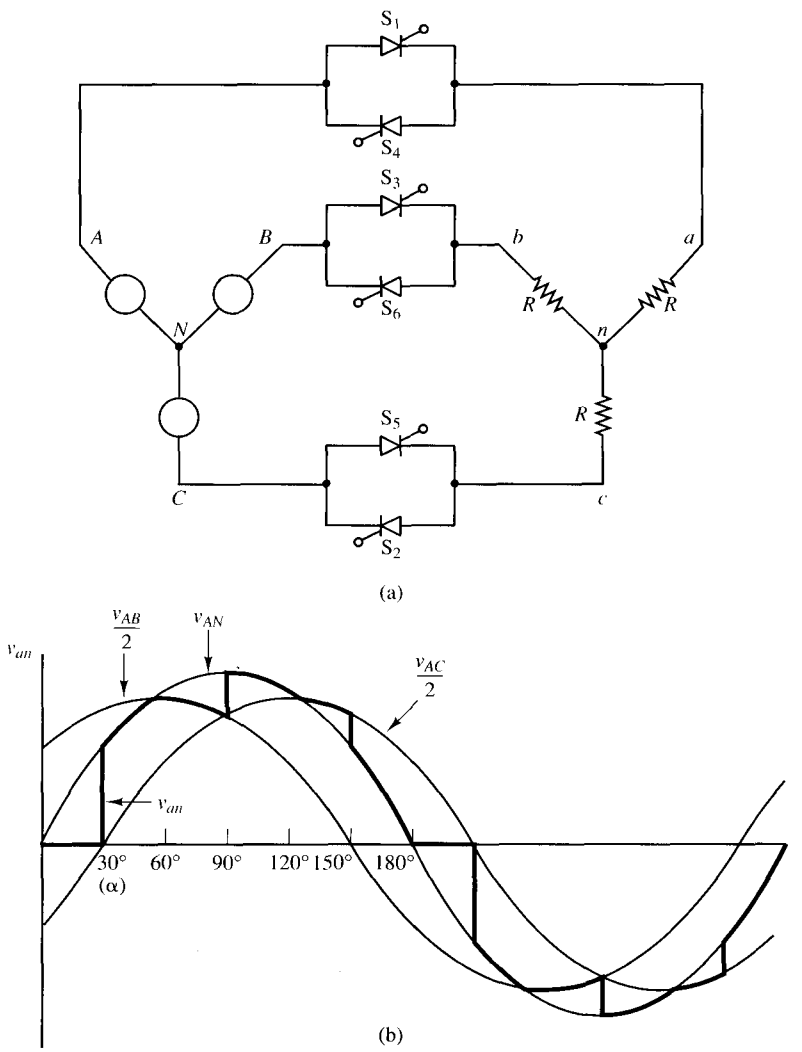


Figura 5.6. (a) Controlador de tensión alterna trifásico con una carga resistiva conectada en estrella. (b) Tensión de carga v_{an} para $\alpha = 30°$. (c) Tensiones de carga y corrientes en los interruptores para una carga resistiva trifásica, siendo $\alpha = 30°$. (d) Tensión de carga v_{an} para $\alpha = 75°$. (e) Tensión de carga v_{an} para $\alpha = 120°$.

S_5 y S_6 conducirán y no pasará corriente por R_a, siendo $v_{an} = 0$. En $\omega t = \pi/6$ (30°), S_1 recibirá una señal de puerta y comenzará a conducir; S_5 y S_6 seguirán conduciendo y $v_{an} = v_{AN}$. La corriente en S_5 se anulará para 60°, bloqueándose S_5. Si S_1 y S_6 permanecen en conducción, $v_{an} = v_{AB}/2$. Para 90°, S_2 conduce y los tres SCR, S_1, S_2 y S_6 también, y $v_{an} = v_{AN}$. Para 120°, S_6 se bloquea y S_1 y S_2 siguen conduciendo, por lo que $v_{an} = v_{AC}/2$. A medida que continua la secuencia de activación de los SCR, el número de SCR en conducción en un instante determinado variará entre dos y tres. En la Figura 5.6c se muestran las tres tensiones de carga fase a neutro y las corrientes por los interruptores. Para que existan intervalos en los que los tres SCR conduzcan, será preciso que el ángulo de disparo sea menor de 60°.

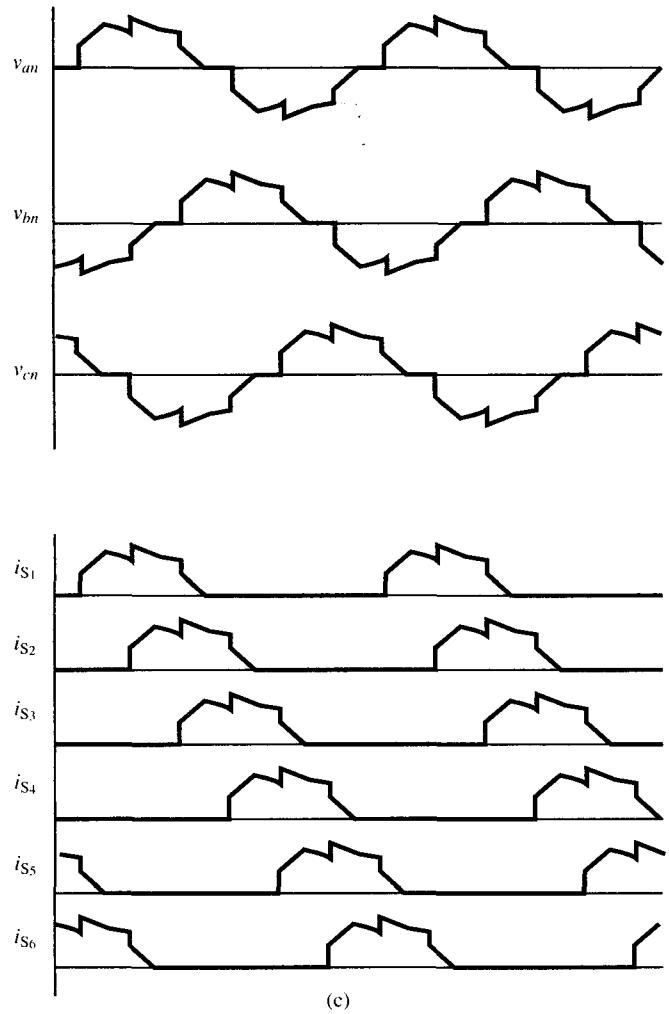
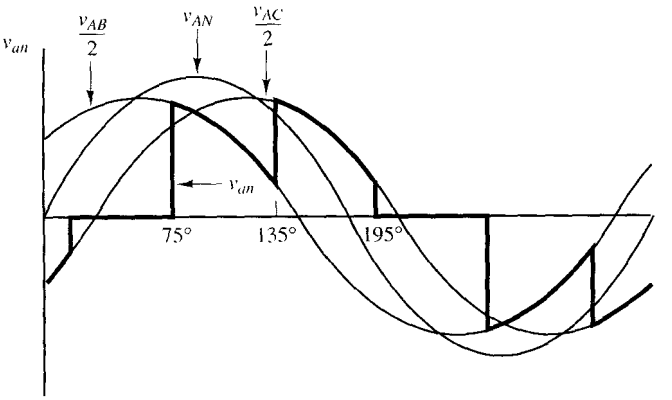
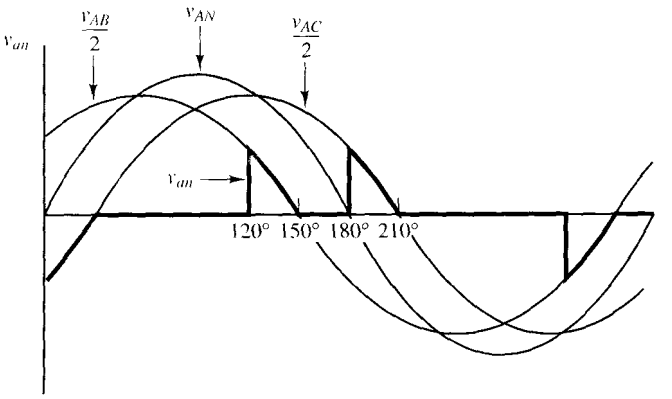


Figura 5.6. Continuación.

- Para $60° < \alpha < 90°$: cuando el ángulo de disparo varíe entre 60° y 90°, sólo conducirán dos SCR al mismo tiempo. En la Figura 5.6d se muestra la tensión de carga v_{an} para $\alpha = 75°$. Para ángulos menores que 75°, S_5 y S_6 conducirán y $v_{an} = 0$. Cuando se activa S_1 a 75°, S_6 sigue conduciendo, pero S_5 se bloqueará porque v_{CN} es negativa. La tensión v_{an} será entonces $v_{AB}/2$. Cuando se activa S_2 a 135°, se fuerza la desactivación de S_6, y $v_{an} = v_{AC}/2$. El siguiente SCR que entrará en conducción será S_3, que fuerza el bloqueo de S_1, y $v_{an} = 0$. Siempre se fuerza la desactivación de un SCR cuando se activa otro SCR para este rango de α. Las tensiones de carga serán igual a la mitad de las tensiones línea a línea, o cero.
- Para $90° < \alpha < 150°$: en este modo sólo pueden conducir dos SCR a la vez. Además, en algunos intervalos no conducirá ningún SCR. En la Figura 5.6e se muestra la tensión de carga v_{an} para $\alpha = 120°$. En el intervalo anterior a 120°, los SCR no están activados y $v_{an} = 0$. Cuando $\alpha = 120°$, S_1 recibe una señal de puerta y se sigue aplicando una señal de



(d)



(e)

Figura 5.6. Continuación.

puerta a S_6. Como v_{AB} es positiva, tanto S_1 como S_6 estarán polarizados en directa y comenzarán a conducir, y $v_{an} = v_{AB}/2$. Cuando v_{AB} se haga negativa, S_1 y S_6 se bloquearán. Al aplicar una señal de puerta a S_2, éste conducirá y S_1 entrará de nuevo en conducción.

- Para $\alpha > 150°$ no existirá ningún intervalo en el que los SCR estén polarizados en directa al aplicar una señal de puerta, por lo que la tensión de salida será cero.

En la Figura 5.7 se muestra la tensión normalizada de salida en función del ángulo de disparo. Observe que un ángulo de disparo nulo corresponde a conectar directamente la carga con el generador trifásico. El rango de la tensión de salida para el controlador de tensión trifásico varía entre la tensión máxima del generador y cero.

Las corrientes armónicas en la carga y en la línea para el controlador de tensión alterna trifásico son los armónicos impares de orden $6n \pm 1$, $n = 1,2,3, \ldots$ (es decir, el 5°, el 7°, el 11°, el 13°, ...). En algunas aplicaciones puede ser necesario utilizar filtros para impedir que las corrientes armónicas se propaguen al sistema de alterna.

Como el análisis del controlador de tensión alterna trifásico es engorroso, la simulación será una manera práctica de obtener las tensiones eficaces de salida y la potencia entregada a una carga. En el Ejemplo 5.4 se presenta la simulación en PSpice.

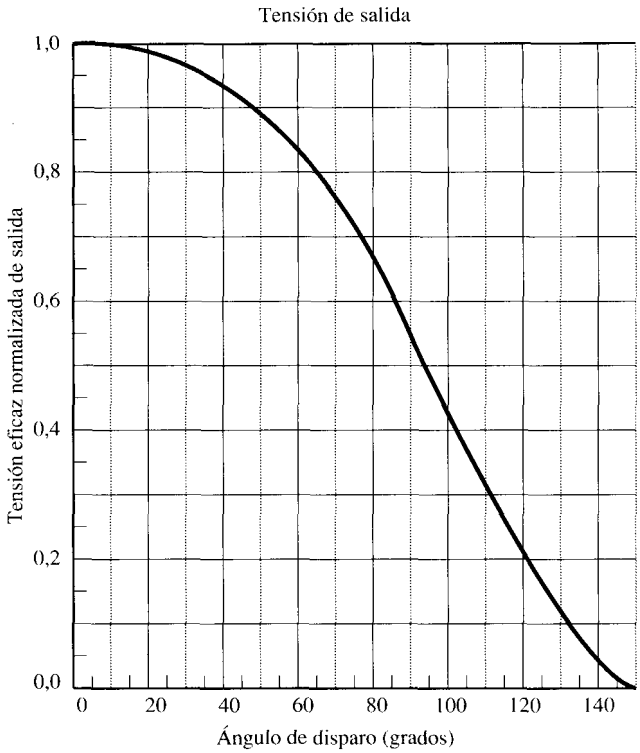


Figura 5.7. Tensión eficaz normalizada de salida para un controlador de tensión alterna trifásico con una carga resistiva.

Carga R-L conectada en estrella

Las tensiones de carga del controlador de tensión trifásico con una carga R-L pueden ser una tensión línea a neutro, la mitad de una tensión línea a línea o cero. Es más difícil llevar a cabo el análisis cuando se utiliza una carga R-L que cuando se utiliza una carga resistiva, y una simulación proporciona resultados que serían muy complicados de obtener analíticamente. En el siguiente ejemplo se muestra el uso de PSpice para un controlador de tensión alterna trifásico.

Ejemplo 5.4. Simulación en PSpice de un controlador de tensión trifásico

Utilice PSpice para calcular la potencia entregada a una carga trifásica conectada en estrella. Cada fase de la carga es una combinación serie R-L, con $R = 10\ \Omega$ y $L = 30$ mH. El generador trifásico es un generador de 480 V eficaces línea a línea a 60 Hz y el ángulo de disparo α es igual a 75°. Determine la DAT de la corriente del generador.

Solución. El siguiente es un archivo de datos de PSpice para el controlador de tensión trifásico conectado en estrella con una carga R-L:

```
CONTROLADOR DE TENSIÓN TRIFÁSICO - CARGA R-L (3phvc.cir)
*EL GENERADOR Y LA CARGA ESTÁN CONECTADOS EN ESTRELLA
 (NO ESTÁN CONECTADOS A TIERRA)
************************* PARÁMETROS DE ENTRADA ******************
```

```
.PARAM Vs=480       ;tensión eficaz línea a línea
.PARAM ALPHA=75     ;ángulo de disparo en grados
.PARAM R=10         ;resistencia de carga (conectada en estrella)
.PARAM L=30mH       ;inductancia de carga
.PARAM F=60         ;frecuencia del generador
********************** PARÁMETROS CALCULADOS **************
.PARAM Vm={Vs*SQRT(2) /SQRT(3)};convertir a voltios de pico línea
                                a neutro
.PARAM DLAY={1/(6*F)} ;el intervalo de conmutación es 1/6 de un periodo
.PARAM PW={.5/F} TALPHA={ALPHA/(F*360)}
.PARAM TRF=10US     ;tiempo de subida y bajada para los pulsos de control
                     de interruptores
********************** GENERADOR TRIFÁSICO ******************
VAN 1 0 SIN(0 {VM} 60)
VBN 2 0 SIN(0 {VM} 60 0 0-120)
VCN 3 0 SIN(0 {VM} 60 0 0-240)
********************** INTERRUPTORES ****************************
S1 1 8 18 0 SMOD        ;fase A
D1 8 4 DMOD
S4 4 9 19 0 SMOD
D4 9 1 DMOD
S3 2 10 20 0 SMOD       ;fase B
D3 10 5 DMOD
S6 5 11 21 0 SMOD
D6 11 2 DMOD
S5 3 12 22 0 SMOD       ;fase C
D5 12 6 DMOD
S2 6 13 23 0 SMOD
D2 13 3 DMOD
************************** CARGA ********************************
RA 4 4A {R}      ;van = v(4,7)
LA 4A 7 {L}
RB 5 5A {R}      ;vbn = v(5,7)
LB 5A 7 {L}
RC 6 6A {R}      ;vcn = v(6,7)
LC 6A 7 {L}
********************** CONTROL DE INTERRUPTORES *****************
V1 18 0 PULSE(-10 10 {TALPHA} {TRF} {TRF} {PW} {1/F})
V4 19 0 PULSE(-10 10 {TALPHA+3*DLAY} {TRF} {TRF} {PW} {1/F})
V3 20 0 PULSE(-10 10 {TALPHA+2*DLAY} {TRF} {TRF} {PW} {1/F})
V6 21 0 PULSE(-10 10 {TALPHA+5*DLAY} {TRF} {TRF} {PW} {1/F})
V5 22 0 PULSE(-10 10 {TALPHA+4*DLAY} {TRF} {TRF} {PW} {1/F})
V2 23 0 PULSE(-10 10 {TALPHA+DLAY} {TRF} {TRF} {PW} {1/F})
********************** MODELOS Y COMANDOS ***************
.MODEL SMOD VSWITCH(RON=0.01)
.MODEL DMOD D
.TRAN .1MS 50MS 16.67ms .05MS UIC
.FOUR 60 I(RA)          ;análisis de Fourier de la corriente de línea
.PROBE
.OPTIONS NOPAGE ITL5=0
.END
```

En la Figura 5.8 se muestra la salida de Probe de la corriente en régimen permanente en una de las fases. La corriente eficaz de línea, la potencia de carga y la potencia absorbida por los SCR se obtienen introduciendo la expresión adecuada en Probe. La DAT de la corriente del generador se obtendrá a partir del análisis de Fourier contenido en el archivo de salida. En la siguiente tabla se resumen los resultados obtenidos:

Magnitud	Expresión	Resultado
Corriente eficaz de línea	RMS(I(RA))	12,86 A
Potencia de carga	3*AVG(V(4,7)*I(RA))	4.960 W
Potencia absorbida por los SCR	6*AVG(V(1,4)*I(S1))	35,1 W
DAT de la corriente del generador	(a partir del archivo de salida)	13,1 %

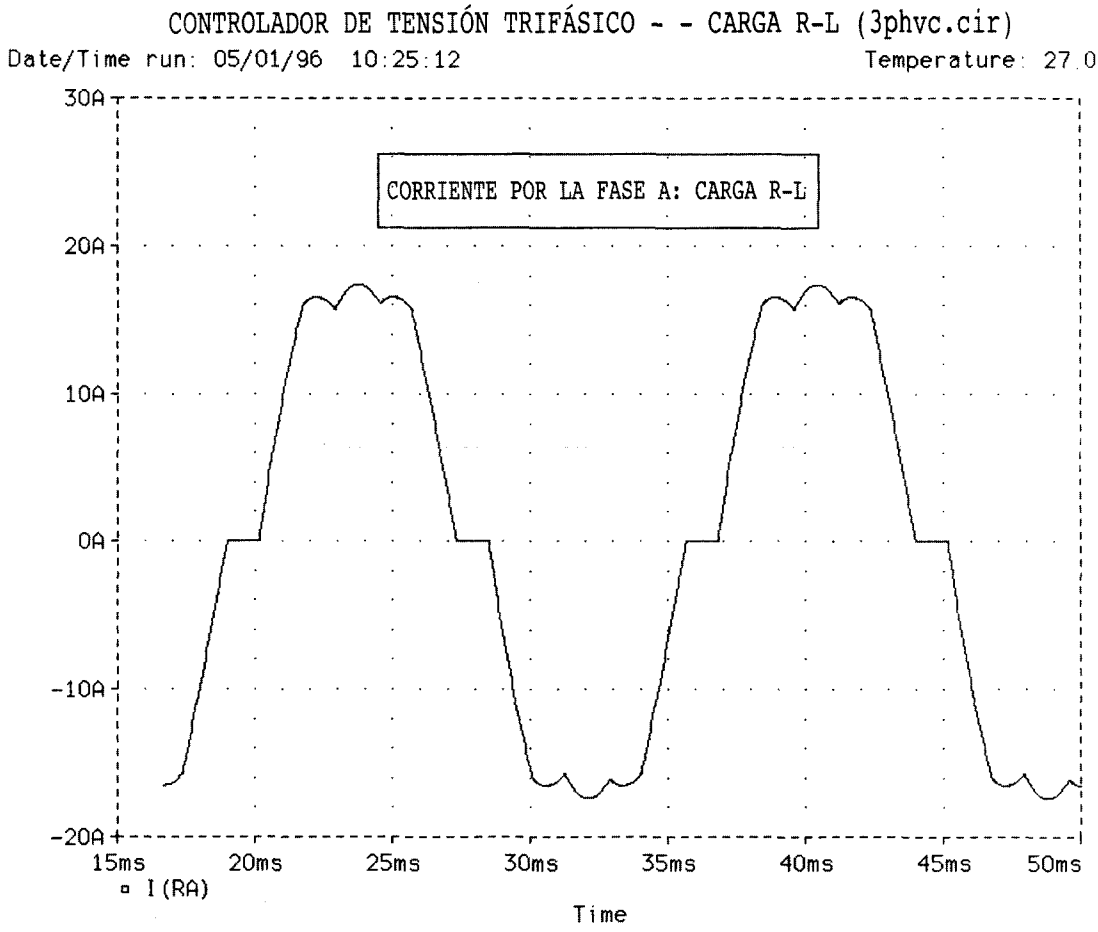


Figura 5.8. Salida de Probe para el Ejemplo 5.4.

Carga resistiva conectada en triángulo

En la Figura 5.9a se muestra un controlador de tensión alterna trifásico con una carga resistiva conectada en triángulo. La tensión en una resistencia de carga es la correspondiente tensión lí-

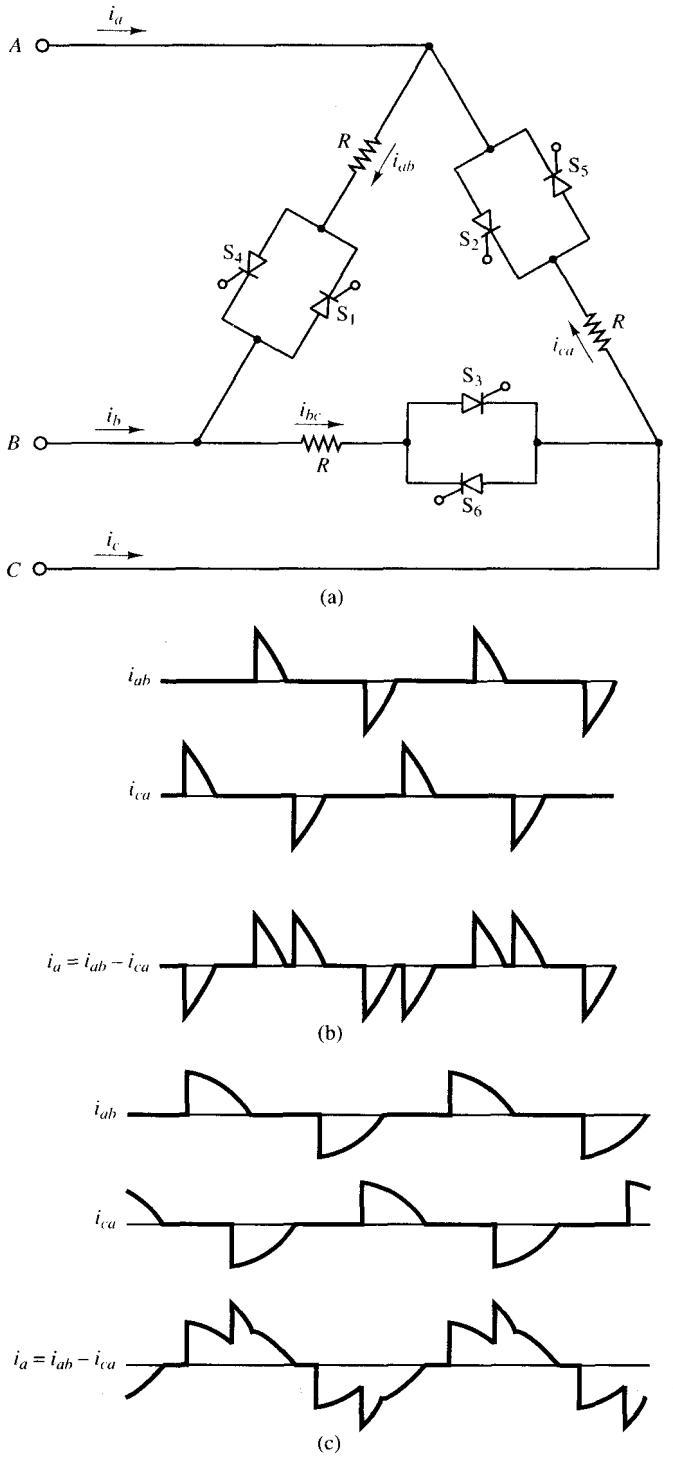


Figura 5.9. (a) Controlador de tensión alterna trifásico con una carga resistiva conectada en triángulo. (b) $\alpha = 130°$. (c) $\alpha = 90°$.

nea a línea cuando esté activado un SCR en la fase. El ángulo de disparo está referenciado al *paso* por cero de la tensión línea a línea. Los SCR se activarán siguiendo la secuencia 1-2-3-4-5-6.

La corriente de línea en cada fase es la suma de dos de las corrientes del triángulo:

$$\begin{aligned} i_a &= i_{ab} - i_{ca} \\ i_b &= i_{bc} - i_{ab} \\ i_c &= i_{ca} - i_{bc} \end{aligned} \tag{5.18}$$

La relación entre la corriente eficaz de línea y la corriente eficaz del triángulo depende del ángulo de conducción de los SCR. Cuando los ángulos de conducción son pequeños (α grandes), las corrientes del triángulo no se solaparán (Figura 5.9b) y las corrientes eficaces de línea serán

$$I_{L,\text{rms}} = \sqrt{2} I_{\Delta,\text{rms}} \tag{5.19}$$

Cuando los ángulos de conducción son grandes (α pequeños), las corrientes del triángulo se solaparán (Figura 5.9c) y la corriente eficaz de línea será mayor que $\sqrt{2} I_{\Delta}$. En el límite cuando $\gamma = \pi$ ($\alpha = 0$), las corrientes del triángulo y las corrientes de línea son sinusoides. La corriente eficaz de línea se obtiene realizando un análisis trifásico ordinario:

$$I_{L,\text{rms}} = \sqrt{3} I_{\Delta,\text{rms}} \tag{5.20}$$

El rango de la corriente eficaz de línea será por tanto

$$\sqrt{2} I_{\Delta,\text{rms}} \leq I_{L,\text{rms}} \leq \sqrt{3} I_{\Delta,\text{rms}} \tag{5.21}$$

en función de α.

Para utilizar el controlador de tensión trifásico conectado en triángulo es necesario romper la carga para permitir la inserción de tiristores en cada fase, lo que muchas veces no puede llevarse a cabo.

5.4. CONTROL DE LA VELOCIDAD DE LOS MOTORES DE INDUCCIÓN

Se puede controlar la velocidad de los motores de inducción de jaula de ardilla variando la tensión y/o la frecuencia. El controlador de tensión alterna es adecuado para algunas aplicaciones de control de velocidad. El par producido por un motor de inducción es proporcional al cuadrado de la tensión aplicada. En la Figura 5.10 se muestran las curvas típicas par-velocidad de un motor de inducción. Si una carga presenta una característica par-velocidad como la mostrada en la Figura 5.10, será posible controlar la velocidad ajustando la tensión del motor. La intersección de la curva par-velocidad del motor con la de la carga representa la velocidad de operación. Los ventiladores y las bombas son cargas adecuadas para este tipo de control de velocidad, en el que el par necesario es aproximadamente proporcional al cuadrado de la velocidad.

El circuito de la Figura 5.4a permite controlar los motores de inducción monofásicos, y el circuito de la Figura 5.6a permite controlar los motores trifásicos. La eficiencia energética de este tipo de control es mala, especialmente a bajas velocidades. El gran deslizamiento que se produce a bajas velocidades provoca grandes pérdidas en el rotor. Las aplicaciones típicas son aquéllas en las que la carga es pequeña, como en los motores monofásicos con potencia igual a una fracción de caballo de vapor, o donde el periodo de operación a baja velocidad es corto.

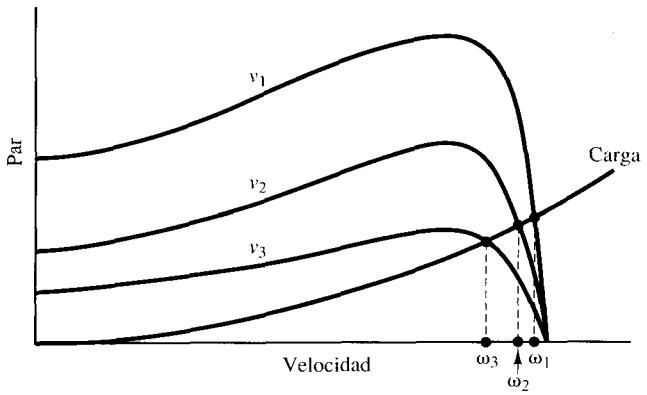


Figura 5.10. Curvas par-velocidad de un motor de inducción.

5.5. CONTROL DE VAR ESTÁTICO (COMPENSADOR ESTÁTICO DE REACTIVA)

Se suelen conectar condensadores en paralelo con las cargas inductivas para mejorar el factor de potencia. Si el valor de VAR (voltio-amperios reactivos) necesario para una carga es constante, podremos seleccionar un condensador fijo para corregir el factor de potencia e igualarlo a uno. Sin embargo, si el valor de VAR necesario es variable, al seleccionar un condensador fijo se obtendrá un factor de potencia variable.

El circuito de la Figura 5.11 representa una aplicación del controlador de tensión alterna, que mantiene un factor de potencia unidad para valores de VAR variables en la carga. El condensador de corrección del factor de potencia entrega una cantidad fija de potencia reactiva, normalmente superior a la que necesita la carga. La bobina en paralelo absorbe una cantidad variable de potencia reactiva en función del ángulo de disparo de los SCR. La potencia reactiva neta entregada por la combinación del condensador y la bobina se controla para igualarla a la absorbida por la carga. Al cambiar el valor de VAR necesario para la carga, se ajustará el ángulo de disparo para mantener un factor de potencia unidad. Este tipo de corrección del factor de potencia se denomina *control de VAR estático*. (Los SCR se colocarán en la rama de la bobina en lugar de en la rama del condensador, porque se podrían producir corrientes muy altas al conmutar un condensador con un SCR).

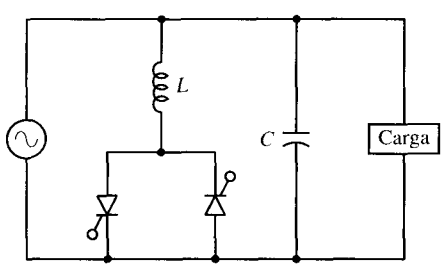


Figura 5.11. Control de VAR estático.

La ventaja del control de VAR estático es que permite una adaptación rápida a la variación de la carga. Con el control de VAR estático es posible ajustar de forma continua la potencia reactiva, al contrario de lo que sucede con los bancos de condensadores que se activan y desac-

tivan mediante disyuntores, los cuales proporcionan un control en niveles discretos. El control de VAR estático prevalece en instalaciones que requieren una potencia reactiva que varíe rápidamente, como los hornos de arco voltaico. Suele ser necesario utilizar filtros para eliminar las corrientes armónicas producidas por la inductancia conmutada.

5.6. RESUMEN

- En los controladores de tensión se utilizan interruptores electrónicos para conectar y desconectar una carga a un generador de alterna a intervalos regulares. Este tipo de circuito se clasifica como convertidor CA-CA.
- Los controladores de tensión se utilizan en aplicaciones como circuitos monofásicos de atenuación de la intensidad luminosa, el control de motores de inducción monofásicos o trifásicos y control de VAR estático.
- El ángulo de disparo de los tiristores controla el intervalo de activación del interruptor y, por tanto, el valor efectivo de la tensión en la carga. El rango de control de la tensión de carga varía entre la tensión máxima del generador y cero.
- Se puede diseñar un controlador de tensión alterna para que funcione en el modo de activación o desactivación totales. Esta aplicación se utiliza como un relé de estado sólido.
- La corriente y la tensión en la carga y en el generador en los circuitos controladores de tensión alterna pueden contener armónicos significativos. Para ángulos de disparo iguales en los semiciclos positivo y negativo, la corriente media del generador es nula y sólo existirán armónicos impares.
- Los controladores de tensión trifásicos pueden presentar cargas conectadas en estrella o en triángulo.
- La simulación de los controladores monofásicos o trifásicos proporciona un método de análisis eficiente.

PROBLEMAS

Controladores de tensión monofásicos

5.1. El controlador de tensión alterna monofásico de la Figura 5.1a utiliza una fuente de 480 V eficaces a 60 Hz y una resistencia de carga de 50 Ω. El ángulo de disparo α es de 80°. Determine

(a) La tensión eficaz en la carga.
(b) La potencia absorbida por la carga.
(c) El factor de potencia.
(d) La corriente media y la corriente eficaz en los SCR.
(e) La DAT de la corriente de la fuente.

5.2. El controlador de tensión alterna monofásico de la Figura 5.1a utiliza una fuente de 240 V eficaces y una resistencia de carga de 45 Ω. Determine el ángulo de disparo necesario para entregar 800 W a la carga.

5.3. Una carga resistiva absorbe 200 W cuando está conectada a una fuente de tensión de 120 V eficaces a 60 Hz. Diseñar un circuito en el que la misma resistencia absorba 200 W cuando la tensión eficaz de la fuente sea de 240 V a 60 Hz. ¿Cuál es la tensión de pico en la carga en cada caso?

5.4. El controlador de tensión alterna monofásico de la Figura 5.1a emplea una fuente de 120 V eficaces a 60 Hz y una resistencia de carga de 32 Ω. Determine el rango de α que permita controlar la potencia de salida entre 200 y 400 W. Determine el rango del factor de potencia resultante.

5.5. Diseñe un circuito que entregue potencia en el rango de 750 a 1.500 W a una resistencia de 30 Ω, utilizando una fuente de 240 V eficaces a 60 Hz. Determine la corriente eficaz y la corriente media máximas en los dispositivos de conmutación y la tensión máxima en los dispositivos.

5.6. Diseñe un circuito que entregue una potencia constante de 1.000 W a una carga cuya resistencia varía entre 20 y 40 Ω. La tensión eficaz de la fuente de alterna es de 240 V a 60 Hz. Determine las corrientes media y eficaz máxima en los dispositivos de conmutación y la tensión máxima en dichos dispositivos.

5.7. Diseñe un circuito de control de la intensidad de la luz para una bombilla de 120 V y 100 W. La tensión eficaz de la fuente es de 120 V a 60 Hz. Especifique el ángulo de disparo para que el triac produzca una potencia de salida de

(a) 60 W.
(b) 30 W. Suponga que la bombilla es una carga de resistencia constante.

5.8. Un controlador de tensión alterna monofásico es similar a la Figura 5.1a, pero se ha sustituido S_2 por un diodo. S_1 opera con un ángulo de disparo igual a α. Determine para este circuito

(a) La expresión de la tensión eficaz en la carga en función de α y V_m.
(b) El rango de la tensión eficaz en una carga resistiva.

5.9. El controlador monofásico de tensión alterna de la Figura 5.1a opera con diferentes ángulos de disparo en los dos SCR ($\alpha_1 \neq \alpha_2$). Deduzca las expresiones para la tensión eficaz y media de carga en función de V_m, α_1 y α_2.

5.10. El controlador de tensión alterna monofásico de la Figura 5.4a utiliza una fuente de 120 V eficaces a 60 Hz. Los valores de la carga R-L serie son $R = 18\ \Omega$ y $L = 30$ mH. El ángulo de disparo es $\alpha = 80°$. Determine

(a) La expresión de la corriente.
(b) La corriente eficaz en la carga.
(c) La corriente eficaz en los SCR.
(d) La potencia absorbida por la carga.
(e) Dibuje las formas de onda de la tensión de salida y la tensión en los SCR.

5.11. El controlador de tensión alterna monofásico de la Figura 5.4a utiliza una fuente de 120 V eficaces a 60 Hz. Los valores de la carga R-L son $R = 22\ \Omega$ y $L = 20$ mH. El ángulo de disparo es $\alpha = 45°$. Determine

(a) La expresión de la corriente.
(b) La corriente eficaz en la carga.
(c) La corriente eficaz en los SCR.
(d) La potencia absorbida por la carga.
(e) Dibuje las formas de onda de la tensión de salida y la tensión en los SCR.

5.12. El controlador de tensión alterna monofásico de la Figura 5.4a utiliza una fuente de 120 V eficaces a 60 Hz. Los valores de la carga R-L son $R = 12\ \Omega$ y $L = 20$ mH. El ángulo de disparo α es de 115°. Determine la corriente eficaz en la carga.

5.13. El controlador de tensión alterna monofásico de la Figura 5.4a presenta una fuente de 120 V eficaces a 60 Hz. Los valores de la carga R-L son $R = 12\ \Omega$ y $L = 20$ mH. El ángulo de disparo α es de 60°.

(a) Determine la potencia absorbida por la carga si los SCR son ideales.
(b) Determine la potencia en la carga realizando una simulación en PSpice. Utilice el diodo predeterminado y $R_{on} = 0{,}1\ \Omega$ en el modelo del SCR. Determine el factor de distorsión armónica total DAT de la corriente de la fuente utilizando la salida de PSpice.

5.14. Utilice PSpice para determinar el ángulo de disparo necesario en el controlador de tensión de la Figura 5.4a para entregar

(a) 400 W.
(b) 700 W
a una carga R-L con $R = 15\ \Omega$ y $L = 15$ mH, utilizando una fuente de 120 V eficaces a 60 Hz. Es recomendable utilizar el comando de definición de parámetros con variación incremental.

5.15. Utilice PSpice para determinar el ángulo de disparo necesario para que el controlador de tensión de la Figura 5.4a entregue

(a) 600 W.
(b) 1.000 W
a una carga R-L con $R = 15\ \Omega$ y $L = 60$ mH, utilizando una fuente de 240 V eficaces a 60 Hz. Es recomendable utilizar el comando de definición de parámetros con variación incremental.

5.16. Diseñe un circuito que entregue 250 W a una carga R-L en serie, donde $R = 24\ \Omega$ y $L = 35$ mH. La tensión eficaz de la fuente es de 120 V a 60 Hz. Especifique la corriente eficaz y la corriente media en los dispositivos. Especifique la tensión máxima en los dispositivos.

Controladores de tensión trifásicos

5.17. El controlador de tensión trifásico de la Figura 5.6a utiliza una fuente de 480 V eficaces de línea a línea y una carga resistiva de 35 Ω en cada fase. Simule el circuito utilizando PSpice para determinar la potencia absorbida por la carga si el ángulo de disparo α es

(a) 20°.
(b) 80°.
(c) 115°.

5.18. El controlador de tensión trifásico conectado en estrella utiliza una fuente de 240 V eficaces línea a línea a 60 Hz. La carga en cada fase es una combinación serie R-L con $R = 16\ \Omega$ y $L = 50$ mH. El ángulo de disparo α es de 90°. Simule el circuito utilizando PSpice para determinar la potencia absorbida por la carga. Indique los intervalos de conducción de cada SCR en la gráfica de un periodo de la corriente en la fase A. Realice el análisis para la corriente en régimen permanente.

5.19. Determine el ángulo de disparo mínimo para que la corriente eficaz de línea sea $I_{\text{línea rms}} = \sqrt{2} I_{\Delta\text{rms}}$ para la carga resistiva conectada en triángulo del controlador de tensión trifásico de la Figura 5.9.

5.20. Modifique el archivo de PSpice del controlador trifásico para analizar una carga conectada en triángulo. Determine los valores eficaces de las corrientes del triángulo y las corrientes de línea para un generador de 480 V eficaces, una carga resistiva $R = 25\ \Omega$ en cada fase y un ángulo de disparo de 45°. Obtenga una salida de Probe con las expresiones de i_{ab} e i_a.

6

CONVERTIDORES CC-CC

Los convertidores CC-CC son circuitos electrónicos de potencia que convierten una tensión continua en otro nivel de tensión continua y, normalmente, proporcionan una salida regulada. Los circuitos descritos en este capítulo se clasifican como convertidores CC-CC en modo conmutado o convertidores CC-CC conmutados, que también se denominan fuentes de alimentación conmutadas. En este capítulo se describirán algunos de los circuitos convertidores CC-CC básicos. En el Capítulo 7 se detallarán algunas variaciones comunes de estos circuitos utilizadas en muchos diseños de fuentes de alimentación de continua.

6.1. REGULADORES LINEALES DE TENSIÓN

Antes de describir los convertidores conmutados, debemos comprender la necesidad de disponer de una alternativa a los convertidores CC-CC lineales. Un método para convertir una tensión continua a otra de valor más bajo es utilizar el sencillo circuito de la Figura 6.1. La tensión de salida es

$$V_o = I_L R_L$$

donde la corriente de carga está controlada por el transistor. Ajustando la corriente de base del transistor se puede controlar la tensión de salida en el rango comprendido entre 0 y V_s. Se puede ajustar la corriente de base para compensar las variaciones de la tensión de alimentación o las

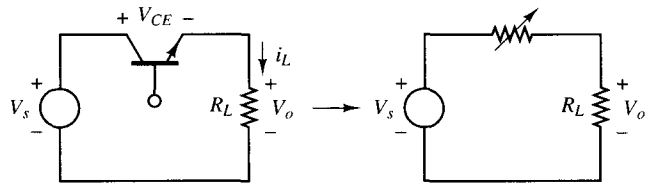


Figura 6.1. Regulador lineal básico.

variaciones de la carga y, de esta manera, regular la salida. Este tipo de circuito se denomina convertidor CC-CC lineal o regulador lineal, porque el transistor opera en la región lineal, en lugar de en la zona de saturación o de corte. De hecho, el transistor se comporta como una resistencia variable.

Aunque ésta es una manera sencilla de reducir una tensión de alimentación continua y regular la salida, la baja eficiencia de este circuito es una desventaja importante en las aplicaciones de potencia. La potencia absorbida por la carga es $V_o I_L$ y la potencia absorbida por el transistor es $V_{CE} I_L$, suponiendo una corriente de base pequeña. La pérdida de potencia en el transistor es la causante de la ineficiencia de este circuito. Por ejemplo, si la tensión de salida es una cuarta parte de la tensión de entrada, la resistencia de carga absorberá una cuarta parte de la potencia del generador, lo que representa una eficiencia del 25 %. El transistor absorbe el 75 % de la potencia restante entregada por el generador. Las tensiones de salida menores producen eficiencias todavía más pequeñas.

6.2. UN CONVERTIDOR CONMUTADO BÁSICO

Una alternativa más eficiente al regulador lineal es el convertidor conmutado. En un convertidor conmutado, el transistor funciona como un interruptor electrónico, al estar completamente activado o completamente desactivado (saturación o corte para un transistor bipolar BJT). Este circuito también se denomina troceador de continua (dc chopper).

Si suponemos que el interruptor de la Figura 6.2 es ideal, la salida es igual a la entrada cuando el interruptor está cerrado y es cero cuando está abierto. La apertura y cierre periódicos del interruptor producen la salida de pulsos mostrada en la Figura 6.2c. La media o componente continua de la salida es

$$V_o = \frac{1}{T}\int_0^T v_o(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^{DT} V_s\,dt = V_s D \tag{6.1}$$

La componente continua de la salida se controla ajustando el ciclo de trabajo D, que es la fracción del periodo en la que el interruptor está cerrado:

$$D \equiv \frac{t_{\text{conducción}}}{t_{\text{conducción}} + t_{\text{corte}}} = \frac{t_{\text{conducción}}}{T} = t_{\text{conducción}} f \tag{6.2}$$

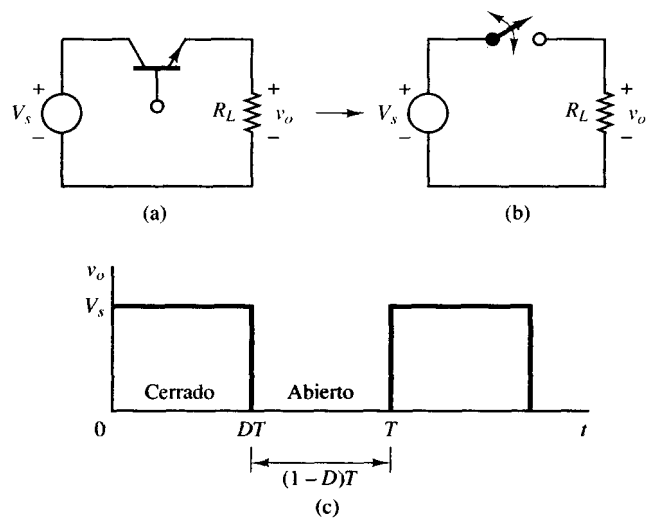


Figura 6.2. (a) Convertidor CC-CC básico conmutado. (b) Equivalente para conmutación. (c) Tensión de salida.

siendo f la frecuencia de conmutación en hercios. En este circuito, la componente continua de la salida será menor o igual a la entrada.

La potencia absorbida por el interruptor ideal es cero. Cuando el interruptor está abierto, no pasa corriente por él; cuando el interruptor está cerrado, no cae tensión en el mismo. Por tanto, la carga absorbe toda la potencia y la eficiencia de energía es del 100 %. En un interruptor real se producirán pérdidas, porque la tensión del interruptor no será cero cuando conduzca y el interruptor deberá pasar por la región lineal al pasar de un estado a otro.

6.3. EL CONVERTIDOR REDUCTOR

En algunas aplicaciones puede ser suficiente controlar la componente continua de una salida de pulsos como la mostrada en la Figura 6.2c, pero muchas veces el objetivo es producir una salida que sea continua pura. Una manera de obtener una salida continua en el circuito de la Figura 6.2a es insertar un filtro paso bajo después del interruptor. En la Figura 6.3a se muestra un filtro paso bajo con una bobina y un condensador (L-C) añadido al convertidor básico. El diodo proporciona un camino a la corriente de la bobina cuando el interruptor está abierto y se polariza en inversa cuando el interruptor está cerrado. Este circuito se denomina convertidor o convertidor reductor, porque la tensión de salida es menor que la de entrada.

Relaciones entre la tensión y la corriente

Si el filtro paso bajo es ideal, la tensión de salida es la media de la tensión de entrada del filtro. La entrada del filtro, v_x en la Figura 6.3a, es V_s cuando el interruptor está cerrado y cero cuando está abierto, siempre que la corriente en la bobina sea positiva y el diodo conduzca. Si el interruptor se cierra de forma periódica con un ciclo de trabajo D, la tensión media en la entrada del filtro es V_sD, como se indica en la Ecuación 6.1.

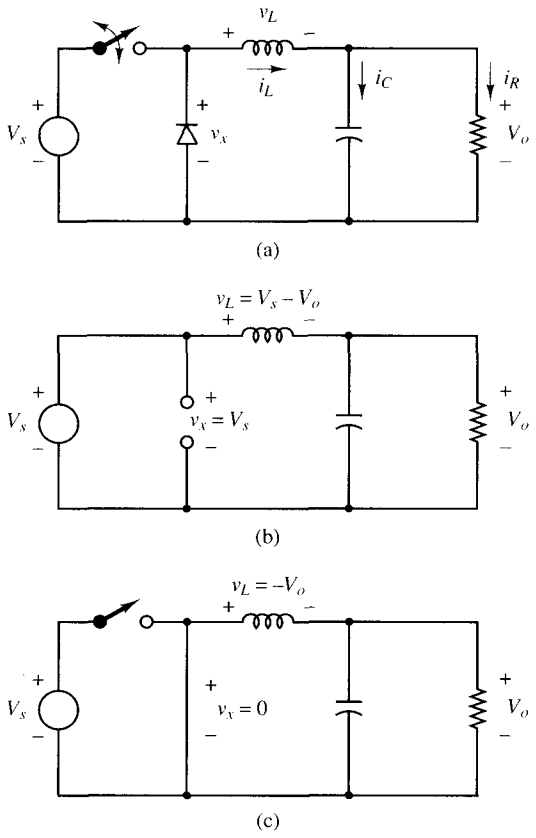


Figura 6.3. (a) Convertidor CC-CC reductor. (b) Circuito equivalente cuando el interruptor está cerrado. (c) Circuito equivalente cuando el interruptor está abierto.

Para este análisis suponemos que el diodo está polarizado en directa siempre que el interruptor esté abierto, y que la corriente en la bobina es positiva. Una corriente en la bobina que sea positiva en todo el intervalo de conmutación se denomina *corriente permanente*. Por el contrario, la corriente discontinua se caracteriza porque la corriente de la bobina pasa por cero en cada periodo.

Otra forma de analizar el funcionamiento del convertidor reductor de la Figura 6.3a es examinar la tensión y la corriente de la bobina. Este método de análisis será útil para diseñar el filtro y para analizar los circuitos que se presentarán más adelante en este capítulo.

A continuación se enumeran las propiedades del convertidor reductor (y de los convertidores CC-CC en general) cuando funciona en régimen permanente:

1. La corriente en la bobina es periódica:

$$i_L(t + T) = i_L(t) \tag{6.3}$$

2. La tensión media en la bobina es cero (consulte la Sección 2.3 del Capítulo 2):

$$V_L = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} v_L(\lambda)\, d\lambda = 0 \tag{6.4}$$

3. La corriente media en el condensador es cero (consulte la Sección 2.3 del Capítulo 2):

$$I_C = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} i_C(\lambda)\, d\lambda = 0 \tag{6.5}$$

4. La potencia entregada por la fuente es igual a la suministrada a la carga. Cuando los componentes no son ideales, la fuente también suministra las pérdidas:

$$\begin{aligned} P_s &= P_o \quad \text{(ideal)} \\ P_s &= P_o + \text{pérdidas} \quad \text{(no ideal)} \end{aligned} \tag{6.6}$$

Para analizar el convertidor reductor de la Figura 6.3a, comenzaremos suponiendo lo siguiente:

1. El circuito opera en régimen permanente.
2. La corriente en la bobina es permanente (siempre positiva).
3. El valor del condensador es muy grande y la tensión de salida se mantiene constante a una tensión V_o. Más adelante obviaremos esta restricción para mostrar los efectos de una capacitancia finita.
4. El periodo de conmutación es T; el interruptor estará cerrado un tiempo DT y estará abierto el resto del tiempo, $(1 - D)T$.
5. Los componentes son ideales.

La clave del análisis para determinar la salida V_o es examinar, en primer lugar, la corriente y la tensión en la bobina cuando el interruptor está cerrado y luego con el interruptor abierto. La variación neta de corriente en la bobina en un periodo debe ser cero en régimen permanente. La tensión media en la bobina es cero.

Análisis con el interruptor cerrado. Cuando el interruptor está cerrado en el convertidor reductor de la Figura 6.3a, el diodo se polariza en inversa y el circuito equivalente es el mostrado en la Figura 6.3b. La tensión en la bobina es

$$v_L = V_s - V_o = L\frac{di_L}{dt}$$

Reorganizando los términos obtenemos

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_s - V_o}{L} \quad \text{(conmutador cerrado)}$$

Como la derivada de la corriente es una constante positiva, la corriente aumenta linealmente como se muestra en la Figura 6.4b. La variación de corriente cuando el interruptor está cerrado se calcula modificando la ecuación anterior:

$$\begin{aligned} \frac{di_L}{dt} &= \frac{\Delta i_L}{\Delta t} = \frac{\Delta i_L}{DT} = \frac{V_s - V_o}{L} \\ (\Delta i_L)_{\text{cerrado}} &= \left(\frac{V_s - V_o}{L}\right)DT \end{aligned} \tag{6.7}$$

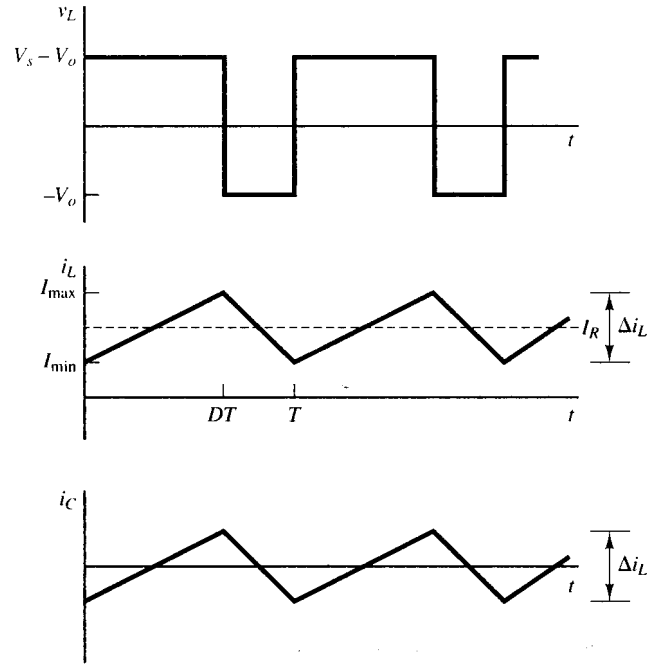


Figura 6.4. Formas de onda del convertidor reductor. (a) Tensión en la bobina. (b) Corriente de la bobina. (c) Corriente del condensador.

Análisis con el interruptor abierto. Cuando el interruptor está abierto, el diodo se polariza en directa para dejar pasar la corriente de la bobina y se aplica el circuito equivalente de la Figura 6.3c. Cuando el interruptor está abierto, la tensión en la bobina es

$$v_L = -V_o = L\frac{di_L}{dt}$$

Reorganizando los términos obtenemos

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{-V_o}{L} \quad \text{(interruptor abierto)}$$

La derivada de la corriente en la bobina es una constante negativa, y la corriente disminuye linealmente como se muestra en la Figura 6.4b. La variación de corriente en la bobina cuando el interruptor está abierto es

$$\frac{\Delta i_L}{\Delta t} = \frac{\Delta i_L}{(1-D)T} = -\frac{V_o}{L}$$

$$(\Delta i_L)_{\text{abierto}} = -\left(\frac{V_o}{L}\right)(1-D)T \tag{6.8}$$

En la operación en régimen permanente es necesario que la corriente de la bobina sea la misma al final y al principio de cada ciclo de conmutación, por lo que la variación neta de la corriente de la bobina en un periodo será cero. Para ello se debe cumplir

$$(\Delta i_L)_{\text{cerrado}} + (\Delta i_L)_{\text{abierto}} = 0$$

Utilizando las Ecuaciones 6.7 y 6.8,

$$\left(\frac{V_s - V_o}{L}\right)DT - \left(\frac{V_o}{L}\right)(1 - D)T = 0$$

Despejando *Vo*,

$$\boxed{V_o = V_s D} \tag{6.9}$$

que es el mismo resultado que el proporcionado por la Ecuación 6.1. *El convertidor reductor produce una salida menor o igual a la entrada.*

Una forma alternativa de calcular la tensión de salida se basa en la tensión de la bobina, como se muestra en la Figura 6.4a. Dado que la tensión media en la bobina es cero en régimen permanente,

$$V_L = (V_s - V_o)DT + (-V_o)(1 - D)T = 0$$

Al despejar V_o en la ecuación anterior se obtiene el mismo resultado que utilizando la Ecuación 6.9, $V_o = V_s D$.

Observe que la tensión de salida sólo depende de la entrada y del ciclo de trabajo *D*. Si la tensión de entrada fluctúa, la tensión de salida puede regularse ajustando el ciclo de trabajo adecuadamente. Se precisa un bucle de realimentación para muestrear la tensión de salida, compararla con una referencia y configurar correctamente el ciclo de trabajo del conmutador.

La corriente media en la bobina debe ser igual a la corriente media en la resistencia de carga, porque la corriente media en el condensador debe ser nula cuando opera en régimen permanente:

$$I_L = I_R = \frac{V_o}{R} \tag{6.10}$$

Como la variación de corriente en la bobina se puede calcular utilizando las Ecuaciones 6.7 y 6.8, los valores mínimo y máximo de la corriente en la bobina se calcularán de la siguiente manera

$$\begin{aligned} I_{\text{máx}} &= I_L + \frac{\Delta i_L}{2} \\ &= \frac{V_o}{R} + \frac{1}{2}\left[\frac{V_o}{L}(1 - D)T\right] = V_o\left[\frac{1}{R} + \frac{(1 - D)}{2Lf}\right] \end{aligned} \tag{6.11}$$

$$\begin{aligned} I_{\text{mín}} &= I_L - \frac{\Delta i_L}{2} \\ &= \frac{V_o}{R} - \frac{1}{2}\left[\frac{V_o}{L}(1 - D)T\right] = V_o\left[\frac{1}{R} - \frac{(1 - D)}{2Lf}\right] \end{aligned} \tag{6.12}$$

siendo $f = 1/T$ la frecuencia de conmutación en hercios.

Para que el análisis anterior sea válido, es necesario verificar que existe corriente permanente en la bobina. Una forma sencilla de hacer esta comprobación es calcular la corriente mínima en la bobina utilizando la Ecuación 6.12. Como el valor mínimo de la corriente en la bobina debe ser positivo para tener una corriente permanente, no está permitido que el mínimo calculado utilizando la Ecuación 6.12 sea negativo, debido al diodo y dicha situación indicaría que la corriente es discontinua. El circuito funcionará con corriente discontinua en la bobina, pero el análisis anterior no será válido. El funcionamiento con corriente discontinua se describirá más adelante en este capítulo.

Podemos utilizar la Ecuación 6.12 para determinar la combinación de L y f que producirá corriente permanente. Como $I_{mín} = 0$ es el límite entre la corriente permanente y la corriente discontinua,

$$I_{mín} = 0 = V_o\left[\frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2Lf}\right]$$

$$(Lf)_{mín} = \frac{(1-D)R}{2} \tag{6.13}$$

Si fijamos la frecuencia de conmutación deseada,

$$\boxed{L_{mín} = \frac{(1-D)R}{2f}} \tag{6.14}$$

siendo $L_{mín}$ la inductancia mínima necesaria para que exista corriente permanente.

Rizado de la tensión de salida

En el análisis anterior hemos supuesto que el condensador era muy grande para que la tensión de salida fuese constante. En la práctica no será posible mantener perfectamente constante la tensión de salida con una capacidad finita. La variación periódica de la tensión de salida, o rizado, se calcula a partir de la relación entre la tensión y la corriente del condensador. La corriente en el condensador es

$$i_C = i_L - i_R$$

Dicha corriente se muestra en la Figura 6.5a.

El condensador se cargará mientras sea positiva la corriente en el mismo. Aplicando la definición de capacidad,

$$Q = CV_o$$

$$\Delta Q = C\Delta V_o$$

$$\Delta V_o = \frac{\Delta Q}{C}$$

La variación de la carga, ΔQ, es el área del triángulo situado por encima del eje de tiempos:

$$\Delta Q = \frac{1}{2}\left(\frac{T}{2}\right)\left(\frac{\Delta i_L}{2}\right) = \frac{T\Delta i_L}{8}$$

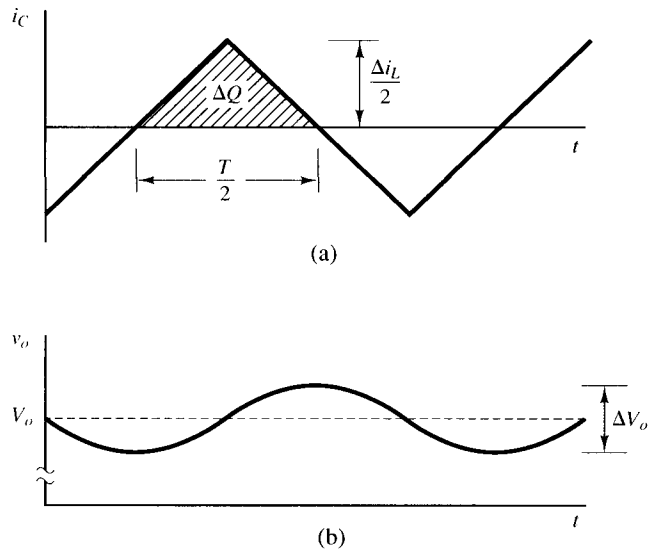


Figura 6.5. Formas de onda del convertidor reductor. (a) Corriente en el condensador. (b) Tensión de rizado en el condensador.

con lo que obtenemos

$$\Delta V_o = \frac{T\Delta i_L}{8C}$$

Sustituyendo el valor de Δi_L dado por la Ecuación 6.8,

$$\Delta V_o = \frac{T}{8C}\frac{V_o}{L}(1 - D)T = \frac{V_o(1 - D)}{8LCf^2} \tag{6.15}$$

En esta ecuación, ΔV_o es la tensión de rizado pico a pico en la salida, mostrada en la Figura 6.5b. También es útil expresar el rizado como una fracción de la tensión de salida:

$$\boxed{\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{1 - D}{8LCf^2}} \tag{6.16}$$

Si el rizado no es muy grande, la suposición de que la salida es constante es razonable, y el análisis anterior será válido.

Dado que suponemos que los componentes del convertidor son ideales, la potencia entregada por el generador debe ser igual a la potencia absorbida por la resistencia de carga:

$$P_s = P_o$$
$$V_s I_s = V_o I_o \tag{6.17}$$

o

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{I_s}{I_o}$$

Observe que la relación anterior es similar a la relación tensión-corriente de un transformador en las aplicaciones de alterna. Por tanto, el circuito convertidor reductor es equivalente a un transformador de continua.

Ejemplo 6.1. Convertidor en oposición

Sean los parámetros siguientes del convertidor CC-CC reductor de la Figura 6.3a:

$$V_s = 50 \text{ V}$$
$$D = 0{,}4$$
$$L = 400\ \mu$$
$$C = 100\ \mu\text{F}$$
$$f = 20 \text{ kHz}$$
$$R = 20\ \Omega$$

Suponiendo que los componentes son ideales, calcule (a) la tensión de salida V_o, (b) la corriente máxima y mínima en la bobina y (c) el rizado de la tensión de salida.

Solución. **(a)** Suponemos que la corriente en la bobina es permanente, y la tensión de salida se calcula utilizando la Ecuación 6.9:

$$V_o = V_s D = (50)(0{,}4) = 20 \text{ V}$$

(b) Las corrientes mínima y máxima en la bobina se calculan a partir de las Ecuaciones 6.11 y 6.12:

$$I_{\text{máx}} = V_o\left[\frac{1}{R} + \frac{1 - D}{2Lf}\right]$$

$$= 20\left[\frac{1}{20} + \frac{1 - 0{,}4}{2(400)(10)^{-6}20(10)^3}\right]$$

$$= 1 + \frac{1{,}5}{2} = 1{,}75 \text{ A}$$

$$I_{\text{mín}} = V_o\left[\frac{1}{R} - \frac{1 - D}{2Lf}\right]$$

$$= 1 - \frac{1{,}5}{2} = 0{,}25 \text{ A}$$

La corriente media en la bobina es 1 A, y $\Delta i_L = 1{,}5$ A. Observe que la corriente mínima en la bobina es positiva, lo que verifica que la suposición de corriente permanente era válida.

(c) El rizado de la tensión de salida se calcula utilizando la Ecuación 6.16:

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{1 - D}{8LCf^2} = \frac{1 - 0{,}4}{8(400)(10)^{-6}(100)(10)^{-6}(20.000)^2}$$
$$= 0{,}00469 = 0{,}469\,\%$$

Como el rizado de salida es suficientemente pequeño, la suposición de una tensión de salida constante era razonable.

6.4. CONSIDERACIONES DE DISEÑO

La mayoría de los convertidores reductores están diseñados para funcionamiento con corriente permanente. La Ecuación 6.13 proporciona la relación que debe existir entre la frecuencia de conmutación y la bobina para operar en modo de corriente permanente, y el rizado de salida viene descrito por la Ecuación 6.16. Observe que, al aumentar la frecuencia de conmutación, se reduce el tamaño mínimo necesario de la bobina para producir corriente permanente y el tamaño mínimo del condensador para limitar el rizado de salida. Por tanto, las frecuencias de conmutación altas permiten reducir el tamaño de la bobina y del condensador.

La desventaja que presentan las altas frecuencias de conmutación es un aumento de la pérdida de potencia en los interruptores, como se analizará más adelante en este capítulo y en el Capítulo 10. Al aumentar la pérdida de potencia en los conmutadores disminuye la eficiencia del convertidor, y será necesario utilizar un disipador de calor de mayor tamaño para el transistor que funciona como interruptor, lo que compensa la ventaja de reducir el tamaño de la bobina y el condensador. Las frecuencias típicas de conmutación varían en el rango comprendido entre 20 kHz y 50 kHz, aunque también se utilizan frecuencias de cientos de kilohercios. A medida que mejoren los dispositivos interruptores aumentarán las frecuencias de conmutación.

Los valores nominales del hilo de la bobina deben poder tolerar la corriente eficaz, y el núcleo no deberá saturarse para la corriente de pico de la bobina. Debe seleccionarse un condensador para limitar el rizado de la salida en función de las especificaciones de diseño, de manera que soporte la tensión de pico de salida y conduzca la corriente eficaz necesaria.

El interruptor y el diodo deben soportar la tensión máxima cuando estén desactivados y la corriente máxima cuando estén activados. No deben superarse los valores nominales de temperatura, por lo que posiblemente será necesario utilizar un disipador de calor.

Ejemplo 6.2. Diseño de un convertidor reductor

Diseñe un convertidor reductor que genere una tensión de salida de 18 V sobre una resistencia de carga de 10 Ω. El rizado de la tensión de salida no debe superar el 0,5 %. Se usa una fuente de continua de 48 V. Realice el diseño para que la bobina opere con corriente permanente, y especifique el ciclo de trabajo, el tamaño de la bobina y del condensador, el valor máximo de la tensión de pico de cada dispositivo y la corriente eficaz en la bobina y en el condensador.

Solución. El ciclo de trabajo para operación en corriente permanente se obtiene a partir de la Ecuación 6.9:

$$D = \frac{V_o}{V_s} = \frac{18}{48} = 0{,}375$$

Hay que seleccionar la frecuencia de conmutación y el tamaño de la bobina para operar en corriente permanente. Seleccionaremos arbitrariamente una frecuencia de conmutación de 40 kHz, que es superior al rango de audio y es lo suficientemente pequeña como para que las pérdidas en los interruptores sean pequeñas. El tamaño mínimo de la bobina se obtiene a partir de la Ecuación 6.14:

$$L_{\text{mín}} = \frac{(1 - D)R}{2f} = \frac{(1 - 0{,}375)10}{2(40.000)} = 78\ \mu\text{H}$$

Determinamos que el valor de la bobina sea un 25 % mayor que el valor mínimo, con el fin de asegurar que la corriente en la bobina sea permanente:

$$L = 1{,}25L_{\text{mín}} = (1{,}25)(78\ \mu\text{H}) = 97{,}5\ \mu\text{H}$$

La corriente media en la bobina y la variación de corriente se determinan utilizando las Ecuaciones 6.10 y 6.7:

$$I_L = \frac{V_o}{R} = \frac{18}{10} = 1{,}8 \text{ A}$$

$$\Delta i_L = \left(\frac{V_s - V_o}{L}\right)DT = \left(\frac{48 - 18}{97{,}5(10)^{-6}}\right)(0{,}375)\left(\frac{1}{40.000}\right) = 2{,}88 \text{ A}$$

Las corrientes máxima y mínima en la bobina se obtendrán utilizando las Ecuaciones 6.11 y 6.12:

$$I_{máx} = I_L + \frac{\Delta i_L}{2} = 1{,}8 + 1{,}44 = 3{,}24 \text{ A}$$

$$I_{min} = I_L - \frac{\Delta i_L}{2} = 1{,}8 - 1{,}44 = 0{,}36 \text{ A}$$

Las especificaciones nominales de la bobina deben admitir la corriente eficaz, que se calcula como se describió en el Capítulo 2 (consulte el Ejemplo 2.8). Para la onda triangular con desplazamiento,

$$I_{L,\,rms} = \sqrt{I_L^2 + \left(\frac{\Delta i_L/2}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{(1{,}8)^2 + \left(\frac{1{,}44}{\sqrt{3}}\right)^2} = 1{,}98 \text{ A}$$

El condensador se selecciona utilizando la Ecuación 6.16:

$$C = \frac{1 - D}{8L\left(\frac{\Delta V_o}{V_o}\right)f^2} = \frac{1 - 0{,}375}{8(97{,}5)(10)^{-6}(0{,}005)(40.000)^2} = 100 \ \mu\text{F}$$

La corriente de pico en el condensador es $\Delta i_L/2 = 1{,}44$ A y la corriente eficaz en el condensador para la forma de onda triangular es $1{,}44/\sqrt{3} = 0{,}83$ A.

La tensión máxima en el interruptor y el diodo es V_s o 48 V. La tensión en la bobina cuando el conmutador está cerrado es $V_s - V_o = 48 - 18 = 30$ V. La tensión en la bobina cuando el interruptor está abierto es $V_o = 18$ V. Por tanto, la bobina debe soportar 30 V. Las características nominales del condensador deben tolerar una salida de 18 V.

6.5. EL CONVERTIDOR ELEVADOR

En la Figura 6.6 se muestra el convertidor elevador. Éste es otro convertidor conmutado que funciona abriendo y cerrando periódicamente un interruptor electrónico. Se denomina convertidor elevador porque la tensión de salida es mayor que la de entrada.

Relaciones entre la tensión y la corriente

En el análisis del circuito se hacen las siguientes suposiciones:

1. El circuito opera en régimen permanente.
2. El periodo de conmutación es T y el interruptor está cerrado un tiempo DT y está abierto el resto del tiempo, $(1 - D)T$.
3. La corriente en la bobina es permanente (siempre positiva).

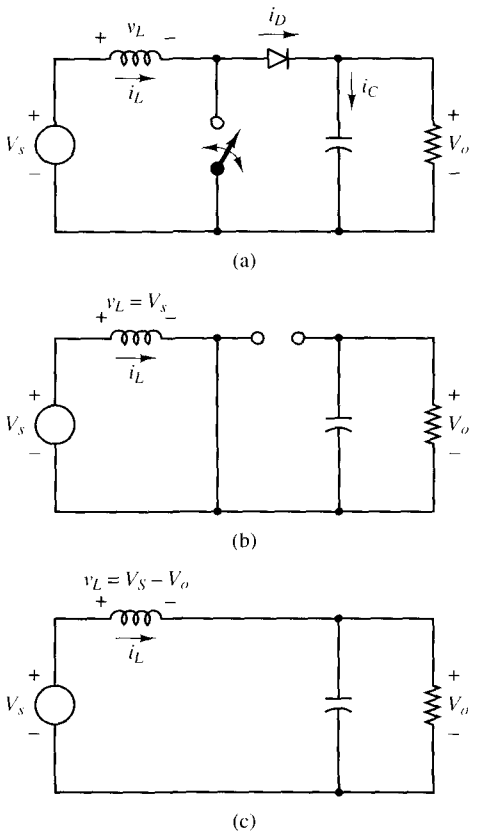


Figura 6.6. El convertidor elevador. (a) Esquema del circuito. (b) Circuito equivalente cuando el interruptor está cerrado. (c) Circuito equivalente cuando el interruptor está abierto.

4. El condensador es muy grande y la tensión de salida se mantiene constante y su valor es V_o.
5. Los componentes son ideales.

Para comenzar el análisis examinaremos la tensión y la corriente en la bobina con el interruptor cerrado y con el interruptor abierto.

Análisis con el interruptor cerrado. Cuando el interruptor está cerrado, el diodo está polarizado en inversa. La ley de Kirchhoff para las tensiones en la malla que incluye la fuente, la bobina y el interruptor cerrado es

$$v_L = V_s = L\frac{di_L}{dt} \qquad \text{o} \qquad \frac{di_L}{dt} = \frac{V_s}{L} \tag{6.18}$$

El ritmo de variación de la corriente es una constante, por lo que la corriente aumenta linealmente cuando el interruptor está cerrado, como se muestra en la Figura 6.7b. La variación de corriente en la bobina se calcula utilizando

$$\frac{\Delta i_L}{\Delta t} = \frac{\Delta i_L}{DT} = \frac{V_s}{L}$$

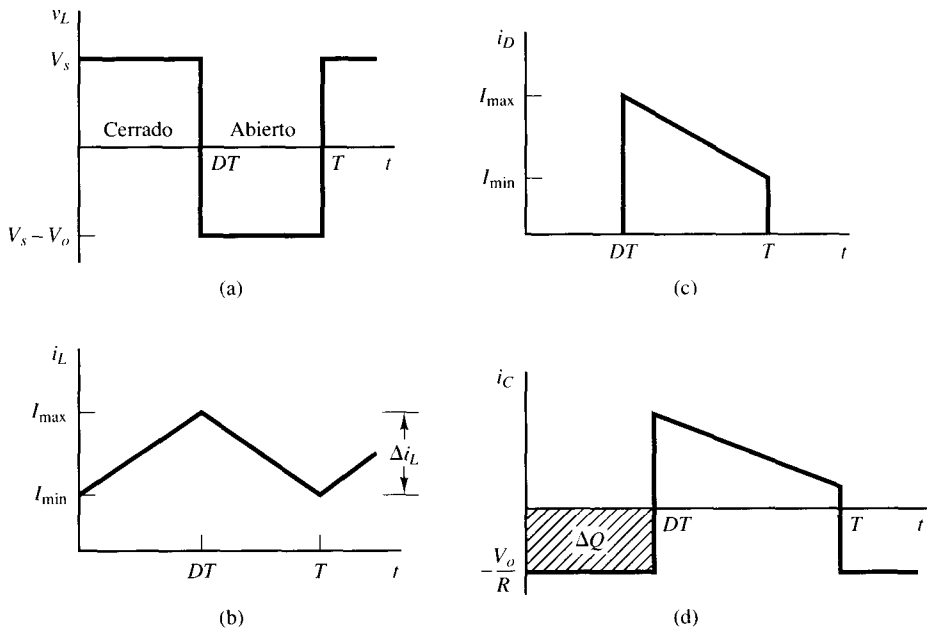


Figura 6.7. Formas de onda del convertidor elevador. (a) Tensión en la bobina. (b) Corriente en la bobina. (c) Corriente en el diodo. (d) Corriente en el condensador.

Despejando Δi_L cuando el interruptor está cerrado,

$$(\Delta i_L)_{\text{cerrado}} = \frac{V_s DT}{L} \tag{6.19}$$

Análisis con el interruptor abierto. Cuando el interruptor está abierto, la corriente en la bobina no puede variar de forma instantánea, por lo que el diodo se polariza en directa para proporcionar un camino a la corriente de la bobina. Suponiendo que la tensión de salida V_o es constante, la tensión en la bobina es

$$v_L = V_s - V_o = L\frac{di_L}{dt}$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_s - V_o}{L}$$

El ritmo de variación de corriente en la bobina es una constante, por lo que la corriente debe variar linealmente cuando el interruptor esté abierto. La variación en la corriente de la bobina con el interruptor abierto es

$$\frac{\Delta i_L}{\Delta t} = \frac{\Delta i_L}{(1 - D)T} = \frac{V_s - V_o}{L}$$

Despejando Δi_L,

$$(\Delta i_L)_{\text{abierto}} = \frac{(V_s - V_o)(1 - D)T}{L} \tag{6.20}$$

En régimen permanente, la variación neta de la corriente de la bobina debe ser igual a cero. Utilizando las Ecuaciones 6.19 y 6.20 obtenemos

$$(\Delta i_L)_{\text{cerrado}} + (\Delta i_L)_{\text{abierto}} = 0$$

$$\frac{V_s DT}{L} + \frac{(V_s - V_o)(1 - D)T}{L} = 0$$

Despejando V_o,

$$V_s(D + 1 - D) - V_o(1 - D) = 0$$

$$\boxed{V_o = \frac{V_s}{1 - D}} \tag{6.21}$$

Además, la tensión media en la bobina debe ser cero cuando el convertidor opere en régimen permanente. La expresión de la tensión media en la bobina en un periodo de conmutación es

$$V_L = V_s D + (V_s - V_o)(1 - D) = 0$$

Al calcular V_o obtenemos el mismo resultado que el obtenido utilizando la Ecuación 6.21.

La Ecuación 6.21 muestra que, si el interruptor siempre está abierto y D es cero, la salida es igual a la entrada. Al aumentar el ciclo de trabajo, el denominador de la Ecuación 6.21 disminuirá y la salida será mayor que la entrada. *El convertidor elevador produce una tensión de salida mayor o igual a la tensión de entrada.* Sin embargo, la salida no puede ser menor que la entrada, como sucedía con el convertidor reductor.

Cuando el ciclo de trabajo del interruptor se aproxime a la unidad, la salida se hará infinita, de acuerdo con la Ecuación 6.21. Sin embargo, la Ecuación 6.21 se basa en componentes ideales. Los componentes reales, que producen pérdidas, impedirán que la salida se haga infinita, como se demuestra más adelante en este capítulo. En la Figura 6.7 se muestran las formas de onda de la tensión y la corriente del convertidor elevador.

La corriente media en la bobina se calculará teniendo en cuenta que la potencia entregada por la fuente debe ser igual a la potencia absorbida por la resistencia de carga. La potencia de salida es

$$P_o = \frac{V_o^2}{R}$$

y la potencia de entrada es $V_s I_s = V_s I_L$. Igualando la potencia de entrada y la potencia de salida y usando la Ecuación 6.21,

$$V_s I_L = \frac{V_o^2}{R} = \frac{\left(\dfrac{V_s}{1 - D}\right)^2}{R} = \frac{V_s^2}{(1 - D)^2 R}$$

o

$$\boxed{I_L = \frac{V_s}{(1 - D)^2 R}} \tag{6.22}$$

Las corrientes máxima y mínima en la bobina se determinan utilizando el valor medio y la variación de corriente dada por la Ecuación 6.19:

$$I_{máx} = I_L + \frac{\Delta i_L}{2} = \frac{V_s}{(1 - D)^2 R} + \frac{V_s DT}{2L} \tag{6.23}$$

$$I_{mín} = I_L - \frac{\Delta i_L}{2} = \frac{V_s}{(1 - D)^2 R} - \frac{V_s DT}{2L} \tag{6.24}$$

La Ecuación 6.21 se ha desarrollado suponiendo que la corriente en la bobina era permanente y siempre positiva. Para que la corriente en la bobina sea permanente es necesario que $I_{mín}$ sea positiva. Por tanto, el límite entre las corrientes permanente y discontinua en la bobina se calcula utilizando

$$I_{mín} = 0 = \frac{V_s}{(1 - D)^2 R} - \frac{V_s DT}{2L}$$

o

$$\frac{V_s}{(1 - D)^2 R} = \frac{V_s DT}{2L} = \frac{V_s D}{2Lf}$$

Por tanto, la combinación mínima de inductancia y frecuencia de conmutación para obtener corriente permanente en el convertidor elevador será

$$(Lf)_{mín} = \frac{D(1 - D)^2 R}{2} \tag{6.25}$$

o

$$\boxed{L_{mín} = \frac{D(1 - D)^2 R}{2f}} \tag{6.26}$$

Rizado de la tensión de salida

Las ecuaciones anteriores se han desarrollado suponiendo que la tensión de salida era constante y, por tanto, que la capacidad era infinita. En la práctica, una capacidad finita producirá una pequeña fluctuación o rizado en la tensión de salida.

El rizado pico a pico de la tensión de salida puede calcularse a partir de la forma de onda de la corriente en el condensador, mostrada en la Figura 6.7d. La variación de la carga del condensador puede calcularse utilizando

$$|\Delta Q| = \left(\frac{V_o}{R}\right) DT = C\Delta V_o$$

Por tanto, la expresión del rizado es

$$\Delta V_o = \frac{V_o DT}{RC} = \frac{V_o D}{RCf}$$

o

$$\boxed{\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{D}{RCf}} \tag{6.27}$$

siendo f la frecuencia de conmutación en hercios.

Ejemplo 6.3. Diseño de un convertidor elevador

Diseñe un convertidor elevador que presente una salida de 30 V a partir de una fuente de 12 V. La corriente en la bobina será permanente y el rizado de la tensión de salida debe ser menor que el 1 %. La carga es una resistencia de 50 Ω y se supone que los componentes son ideales.

Solución. En primer lugar, determinamos el ciclo de trabajo utilizando la Ecuación 6.21:

$$D = 1 - \frac{V_s}{V_o} = 1 - \frac{12}{30} = 0{,}6$$

Si seleccionamos una frecuencia de conmutación de 25 kHz, superior al rango auditivo, podemos obtener la inductancia mínima para corriente permanente utilizando la Ecuación 6.26:

$$L_{\text{mín}} = \frac{D(1-D)^2R}{2f} = \frac{0{,}6(1-0{,}60)^2 50}{2(25.000)} = 96\ \mu\text{H}$$

Con el fin de tener un margen para asegurar corriente permanente, definimos $L = 120\ \mu$H. Observe que L y f se han seleccionado arbitrariamente, y que existen otras combinaciones que producirán corriente permanente.

Utilizando las Ecuaciones 6.22 y 6.24,

$$I_L = \frac{V_s}{(1-D)^2R} = \frac{12}{(1-0{,}6)^2 \cdot 50} = 1{,}5\ \text{A}$$

$$\frac{\Delta i_L}{2} = \frac{V_s DT}{2L} = \frac{(12)(0{,}6)}{(2)(120)(10)^{-6}(25.000)} = 1{,}2\ \text{A}$$

$$I_{\text{máx}} = 1{,}5 + 1{,}2 = 2{,}7\ \text{A}$$

$$I_{\text{mín}} = 1{,}5 - 1{,}2 = 0{,}3\ \text{A}$$

Calculamos el rizado de la tensión de salida utilizando la Ecuación 6.27:

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{D}{RCf} < 1\ \%$$

$$C > \frac{D}{Rf(\Delta V_o/V_o)} = \frac{0{,}6}{(50)(25)(10)^3(0{,}01)} = 48\ \mu\text{F}$$

6.6. EL CONVERTIDOR REDUCTOR-ELEVADOR

Otro convertidor básico en modo conmutado es el convertidor reductor-elevador, que se muestra en la Figura 6.8. La salida del convertidor reductor-elevador puede ser mayor o menor que la tensión de entrada.

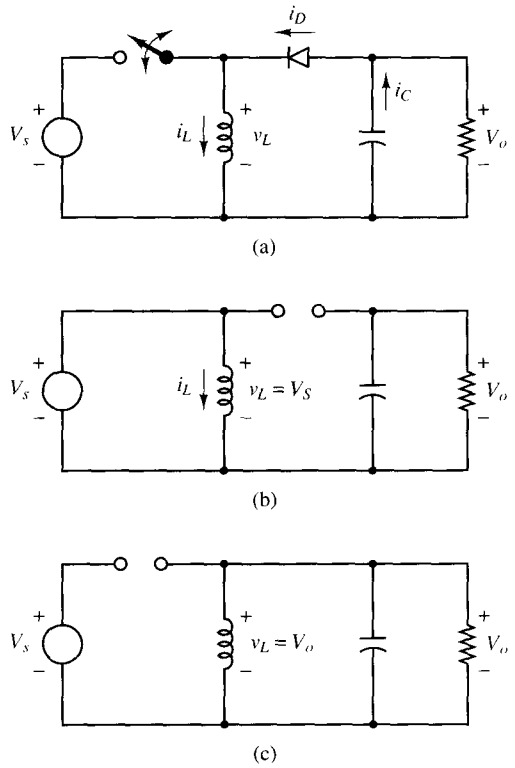


Figura 6.8. Convertidor reductor-elevador. (a) Esquema del circuito. (b) Equivalente del circuito cuando el interruptor está cerrado. (c) Equivalente del circuito cuando el interruptor está abierto.

Relaciones entre la tensión y la corriente

Se realizan las siguientes suposiciones acerca del modo de operación del convertidor:

1. El circuito opera en régimen permanente.
2. La corriente en la bobina es permanente.
3. El condensador es lo suficientemente grande como para suponer una tensión de salida constante.
4. El interruptor está cerrado un tiempo DT y está abierto el resto del tiempo, $(1 - D)T$.
5. Los componentes son ideales.

Análisis con el interruptor cerrado. Cuando el interruptor está cerrado, la tensión en la bobina es

$$v_L = V_s = L\frac{di_L}{dt}$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_s}{L}$$

El ritmo de variación de la corriente en la bobina es una constante, por lo que la corriente en la misma aumenta linealmente. Podemos expresar la ecuación anterior de la siguiente manera

$$\frac{\Delta i_L}{\Delta t} = \frac{\Delta i_L}{DT} = \frac{V_s}{L}$$

Calculamos Δi_L con el interruptor cerrado,

$$(\Delta i_L)_{\text{cerrado}} = \frac{V_s DT}{L} \tag{6.28}$$

Análisis con el interruptor abierto. Cuando el interruptor está abierto, la corriente en la bobina no puede variar instantáneamente, por lo que el diodo estará polarizado en directa y pasará corriente por la resistencia y el condensador. Cuando se da esta condición, la tensión en la bobina es

$$v_L = V_o = L\frac{di_L}{dt}$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_o}{L}$$

El ritmo de variación de la corriente en la bobina es de nuevo constante, y la variación de la corriente es

$$\frac{\Delta i_L}{\Delta t} = \frac{\Delta i_L}{(1 - D)T} = \frac{V_o}{L}$$

Resolviendo para obtener Δi_L,

$$(\Delta i_L)_{\text{abierto}} = \frac{V_o(1 - D)T}{L} \tag{6.29}$$

Cuando el circuito funciona en régimen permanente, la variación neta de la corriente en la bobina debe ser nula en un periodo. Utilizando las Ecuaciones 6.28 y 6.29 obtenemos

$$(\Delta i_L)_{\text{cerrado}} + (\Delta i_L)_{\text{abierto}} = 0$$

$$\frac{V_s DT}{L} + \frac{V_o(1 - D)T}{L} = 0$$

Resolviendo para obtener V_o,

$$\boxed{V_o = -V_s\left[\frac{D}{1 - D}\right]} \tag{6.30}$$

La tensión media en la bobina es cero cuando el convertidor opera en régimen permanente, por lo que

$$V_L = V_s D + V_o(1 - D) = 0$$

Al calcular V_o obtenemos el mismo resultado que el obtenido utilizando la Ecuación 6.30.

La Ecuación 6.30 muestra que la polaridad de la tensión de salida es opuesta a la de la tensión de la fuente. *La magnitud de salida del convertidor reductor-elevador puede ser menor o mayor que la de la fuente, en función del ciclo de trabajo del interruptor.* Si $D > 0{,}5$ la salida será mayor que la entrada, y si $D < 0{,}5$ la salida será menor que la entrada. Por tanto, este circuito combina las características de los convertidores reductor y elevador. Sin embargo, la inversión de la polaridad en la salida puede ser una desventaja para algunas aplicaciones. En la Figura 6.9 se muestran las formas de onda de tensión y corriente.

Observe que, en el convertidor reductor-elevador, la fuente nunca se conecta directamente a la carga. La energía se almacena en la bobina cuando el interruptor está cerrado y se

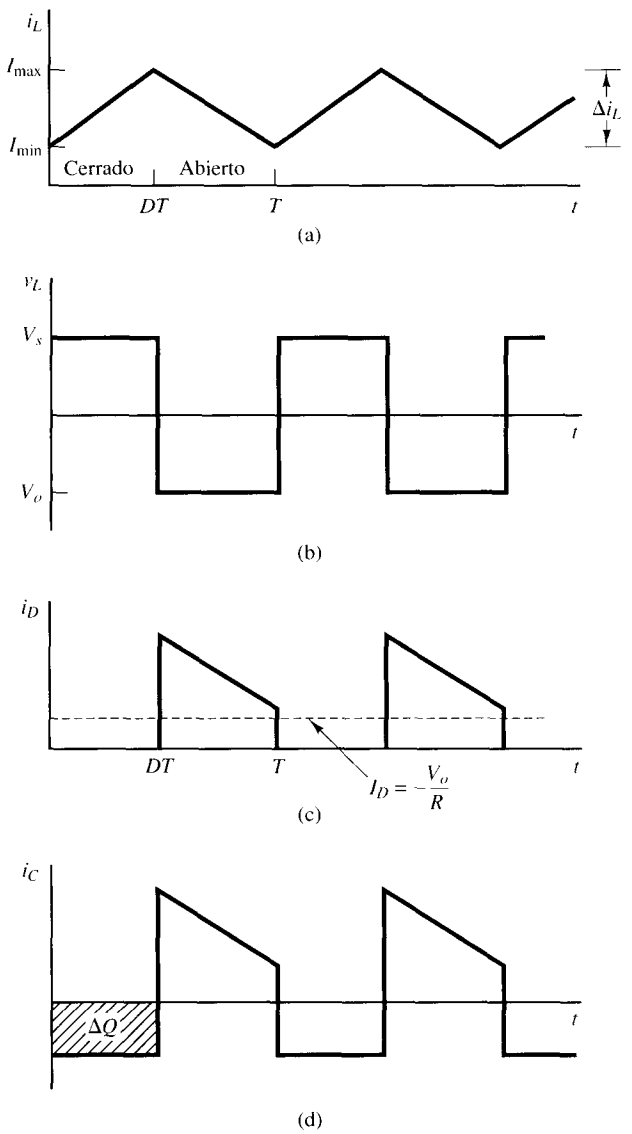


Figura 6.9. Formas de onda del convertidor reductor-elevador. (a) Corriente en la bobina. (b) Tensión en la bobina. (c) Corriente en el diodo. (d) Corriente en el condensador.

entrega a la carga cuando está abierto. Por tanto, el convertidor reductor-elevador también se denomina convertidor *indirecto*.

La potencia absorbida por la carga debe ser igual a la entregada por la fuente, siendo

$$P_o = \frac{V_o^2}{R}$$

$$P_s = V_s I_s$$

$$\frac{V_o^2}{R} = V_s I_s$$

La corriente media de la fuente se relaciona con la corriente media en la bobina del siguiente modo

$$I_s = I_L D$$

con lo que se obtiene

$$\frac{V_o^2}{R} = V_s I_L D$$

Sustituyendo V_o en la Ecuación 6.30 y despejando I_L,

$$I_L = \frac{V_o^2}{V_s R D} = \frac{P_o}{V_s D} = \frac{V_s D}{R(1 - D)^2} \tag{6.31}$$

Hallaremos las corrientes máxima y mínima utilizando las Ecuaciones 6.28 y 6.31:

$$I_{máx} = I_L + \frac{\Delta i_L}{2} = \frac{V_s D}{R(1 - D)^2} + \frac{V_s DT}{2L} \tag{6.32}$$

$$I_{mín} = I_L - \frac{\Delta i_L}{2} = \frac{V_s D}{R(1 - D)^2} - \frac{V_s DT}{2L} \tag{6.33}$$

La corriente en la bobina debe ser positiva para tener corriente permanente. Igualaremos $I_{mín}$ a cero en la Ecuación 6.33 para determinar el límite entre la corriente permanente y la corriente discontinua,

$$(Lf)_{mín} = \frac{(1 - D)^2 R}{2} \tag{6.34}$$

o

$$\boxed{L_{mín} = \frac{(1 - D)^2 R}{2f}} \tag{6.35}$$

siendo f la frecuencia de conmutación en hercios.

Rizado de la tensión de salida

El rizado de la tensión de salida del convertidor reductor-elevador se calcula a partir de la forma de onda de la corriente en el condensador, que se muestra en la Figura 6.9d:

$$|\Delta Q| = \left(\frac{V_o}{R}\right)DT = C\Delta V_o$$

Despejando ΔV_o,

$$\Delta V_o = \frac{V_o DT}{RC} = \frac{V_o D}{RCf}$$

o

$$\boxed{\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{D}{RCf}} \tag{6.36}$$

Ejemplo 6.4. Convertidor reductor-elevador

El circuito reductor-elevador de la Figura 6.8 presenta los siguientes parámetros:

$$V_s = 24 \text{ V}$$
$$D = 0{,}4$$
$$R = 5\ \Omega$$
$$L = 100\ \mu$$
$$C = 400\ \mu\text{F}$$
$$f = 20 \text{ kHz}$$

Determine la tensión de salida, la corriente en la bobina y el rizado de salida.

Solución. La tensión de salida se calcula utilizando la Ecuación 6.30:

$$V_o = -V_s\left(\frac{D}{1-D}\right) = -24\left(\frac{0{,}4}{1-0{,}4}\right) = -16 \text{ V}$$

La corriente en la bobina viene descrita por las Ecuaciones 6.31 a 6.33:

$$I_L = 5{,}33 \text{ A}$$
$$I_{\text{máx}} = 7{,}73 \text{ A}$$
$$I_{\text{mín}} = 2{,}93 \text{ A}$$

La condición $I_{\text{mín}} > 0$ verifica que la corriente es permanente. Calculamos el rizado de salida utilizando la Ecuación 6.36:

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{D}{RCf} = \frac{0{,}4}{(5)(400)(10)^{-6}20(10)^3} = 0{,}01 = 1\ \%$$

6.7. EL CONVERTIDOR ĆUK

En la Figura 6.10a se muestra la topología conmutada de Ćuk. La magnitud de la tensión de salida puede ser mayor o menor que la entrada, y se produce una inversión de la polaridad a la salida.

La bobina de la entrada actúa como un filtro para la fuente de continua e impide la existencia de un gran contenido en armónicos. Al contrario de lo que sucedía en las anteriores topologías de convertidores, donde la transferencia de energía estaba asociada a la bobina, la transferencia de energía para el convertidor Ćuk dependerá del condensador C_1.

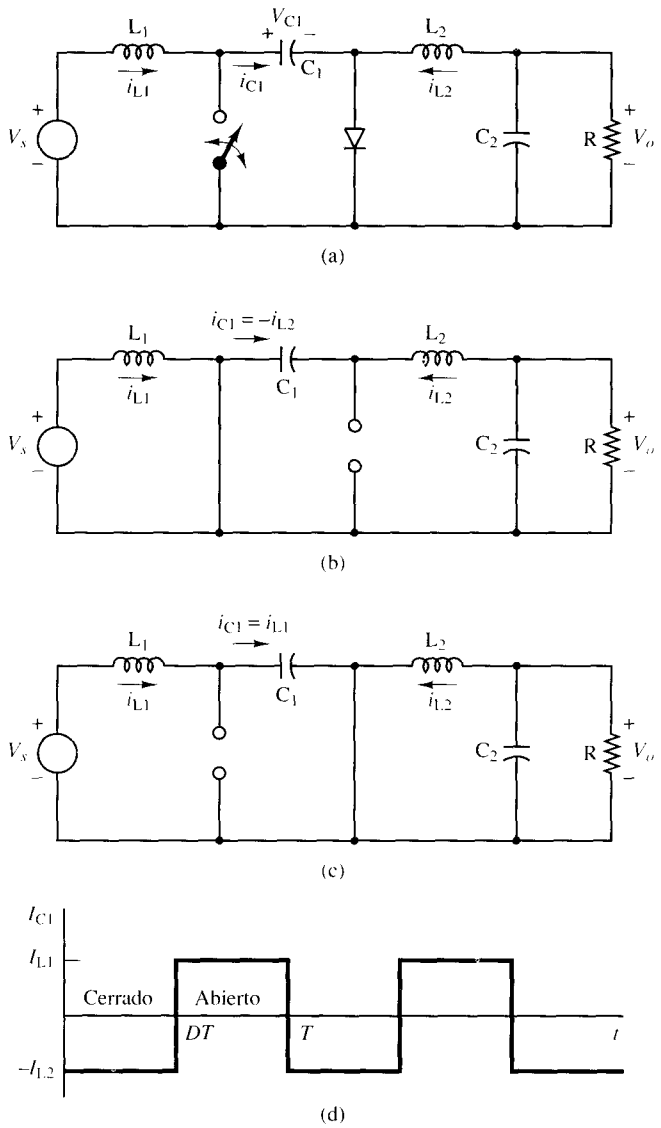


Figura 6.10. El convertidor Ćuk. (a) Esquema del circuito. (b) Circuito equivalente con el interruptor cerrado. (c) Circuito equivalente con el interruptor abierto. (d) Corriente en L_1 cuando la inductancia es grande.

En el análisis del circuito supondremos que:

1. El valor de las dos bobinas es muy grande y las corrientes que las atraviesan son constantes.
2. El valor de los condensadores es muy grande y las tensiones en ellos son constantes.
3. El circuito opera en régimen permanente, por lo que las formas de onda de la tensión y de la corriente son periódicas.
4. Si el ciclo de trabajo es D, el interruptor estará cerrado un tiempo DT y estará abierto el resto del tiempo, $(1 - D)T$.
5. El conmutador y el diodo son ideales.

La tensión media en C_1 se calcula aplicando la ley de Kirchhoff para las tensiones en el bucle exterior. La tensión media en las bobinas es nula cuando el circuito funciona en régimen permanente, por lo que

$$V_{C_1} = V_s - V_o$$

Cuando el interruptor está cerrado, el diodo está cortado y la corriente en el condensador C_1 es

$$(i_{C_1})_{\text{cerrado}} = -I_{L_2} \tag{6.37}$$

Cuando el interruptor está abierto, las corrientes en L_1 y L_2 fuerzan al diodo a entrar en conducción. La corriente en el condensador C_1 es

$$(i_{C_1})_{\text{abierto}} = I_{L_1} \tag{6.38}$$

La potencia absorbida por la carga es igual a la potencia entregada por la fuente:

$$-V_o I_{L_2} = V_s I_{L_1} \tag{6.39}$$

En régimen permanente, la corriente media en los condensadores es cero. Teniendo en cuenta que el interruptor estará activado un tiempo DT y desactivado un tiempo $(1 - D)T$, obtenemos

$$[(i_{C_1})_{\text{cerrado}}]DT + [(i_{C_1})_{\text{abierto}}](1 - D)T = 0$$

Utilizando las Ecuaciones 6.37 y 6.38 y sustituyendo obtenemos

$$\begin{aligned} -I_{L_2}DT + I_{L_1}(1 - D) &= 0 \\ \frac{I_{L_1}}{I_{L_2}} &= \frac{D}{1 - D} \end{aligned} \tag{6.40}$$

La potencia entregada por la fuente debe ser igual a la potencia media absorbida por la carga:

$$\begin{aligned} P_s &= P_o \\ V_s I_{L_1} &= -V_o I_{L_2} \\ \frac{I_{L_1}}{I_{L_2}} &= \frac{-V_o}{V_s} \end{aligned} \tag{6.41}$$

Combinando las Ecuaciones 6.40 y 6.41 se obtiene la relación entre la tensión de salida y la tensión de entrada

$$\boxed{\frac{V_o}{V_s} = -\left(\frac{D}{1-D}\right)} \tag{6.42}$$

El signo negativo indica una inversión de polaridad entre la salida y la entrada.

Observe que los componentes a la salida (L_2, C_2 y R) están configurados de la misma manera que el convertidor reductor y que la corriente en la bobina presenta la misma forma que en el convertidor reductor. Por tanto, el rizado o variación de la tensión de salida es el mismo que para el convertidor reductor:

$$\boxed{\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{1-D}{8L_2C_2f^2}} \tag{6.43}$$

Podemos estimar el rizado en C_1 calculando la variación de v_{C_1} en el intervalo en el que está abierto el reductor y las corrientes i_{L_1} e i_{C_1} son iguales. Suponiendo que la corriente en L_1 es constante y su valor es I_{L_1},

$$\Delta v_{C_1} \approx \frac{1}{C_1}\int_{DT}^{T} I_{L_1}\, d(t) = \frac{I_{L_1}}{C_1}(1-D)T = \frac{V_s}{RC_1f}\left(\frac{D^2}{1-D}\right)$$

o

$$\boxed{\Delta v_{C_1} \approx \frac{V_oD}{RC_1f}} \tag{6.44}$$

Podemos calcular las fluctuaciones de las corrientes en las bobinas examinando las tensiones en las mismas con el interruptor cerrado. Cuando el interruptor está cerrado, la tensión en L_1 es

$$v_{L_1} = V_s = L_1\frac{di_{L_1}}{dt} \tag{6.45}$$

En el intervalo de tiempo DT, cuando está cerrado el interruptor, la variación de la corriente en la bobina es

$$\frac{\Delta i_{L_1}}{DT} = \frac{V_s}{L_1}$$

o

$$\boxed{\Delta i_{L_1} = \frac{V_sDT}{L_1} = \frac{V_sD}{L_1f}} \tag{6.46}$$

La tensión en L_2 cuando el interruptor está cerrado es

$$v_{L_2} = V_o + (V_s - V_o) = V_s = L_2\frac{di_{L_2}}{dt} \tag{6.47}$$

La variación de i_{L_2} será, por tanto,

$$\boxed{\Delta i_{L_2} = \frac{V_s DT}{L_2} = \frac{V_s D}{L_2 f}} \tag{6.48}$$

que es igual a Δi_{L_2}.

Para que la corriente en las bobinas sea permanente, la corriente media deberá ser mayor que la mitad de la variación de la corriente. Los tamaños mínimos de las bobinas para que exista corriente permanente son

$$\boxed{\begin{aligned} L_{1,\,\min} &= \frac{(1-D)^2 R}{2Df} \\ L_{2,\,\min} &= \frac{(1-D)R}{2f} \end{aligned}} \tag{6.49}$$

En la Tabla 6.1 se resumen las características de los convertidores reductor, elevador, reductor-elevador y Ćuk cuando operan con corriente permanente.

Ejemplo 6.5. Diseño de un convertidor Ćuk

Un convertidor Ćuk presenta una entrada de 12 V y debe tener una salida de −18 V, alimentando a una carga de 40 W. Calcule el ciclo de trabajo, la frecuencia de conmutación y los tamaños de las bobinas de manera que la variación de las corrientes en las bobinas no sea superior al 10 % de la corriente media en las mismas, que el rizado de la tensión de salida no sea superior al 1 % y que el rizado en C_1 no sea superior al 5 %.

Solución. Calculamos el ciclo de trabajo utilizando la Ecuación 6.42:

$$\frac{V_o}{V_s} = -\frac{D}{1-D} = \frac{-18}{12} = -1{,}5$$

o

$$D = 0{,}6$$

A continuación debemos estimar la frecuencia de conmutación. Las frecuencias de conmutación altas producen variaciones menores de corriente en las bobinas. Seleccionaremos el valor $f = 50$ kHz. Calculamos las corrientes medias en las bobinas a partir de las especificaciones de potencia y tensión:

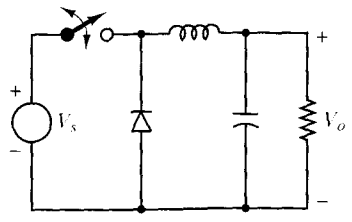
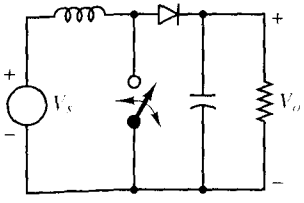
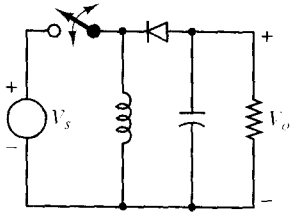
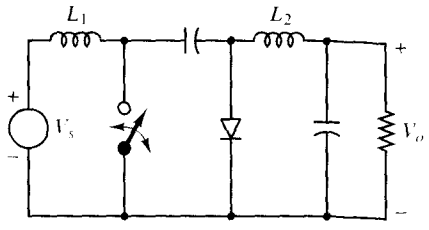
$$I_{L_2} = \frac{P_o}{-V_o} = \frac{40\text{ W}}{18\text{ V}} = 2{,}22\text{ A}$$

$$I_{L_1} = \frac{P_s}{V_s} = \frac{40\text{ W}}{12\text{ V}} = 3{,}33\text{ A}$$

Las Ecuaciones 6.46 y 6.47 permiten calcular la variación de la corriente en las bobinas:

$$\Delta i_L = \frac{V_s D}{Lf}$$

Tabla 6.1. Resumen de características de los convertidores en el modo de operación de corriente permanente.

Tipo de convertidor	Reductor	Elevador	Reductor-elevador	Ćuk
Esquema del circuito				
V_o/V_s	D	$\frac{1}{1-D}$	$-\frac{D}{1-D}$	$-\frac{D}{1-D}$
$\Delta V_o/V_s$	$\frac{1-D}{8LCf^2}$	$\frac{D}{RCf}$	$\frac{D}{RCf}$	$\frac{1-D}{8LCf^2}$
$L_{\min}$	$\frac{(1-D)R}{2f}$	$\frac{D(1-D)^2R}{2f}$	$\frac{(1-D)^2R}{2f}$	L_1: $\frac{(1-D)^2R}{2Df}$ L_2: $\frac{(1-D)R}{2f}$

Para que el límite de la variación de la corriente en las bobinas sea del 10 %

$$L_2 \geq \frac{V_s D}{f \Delta i_{L_2}} = \frac{(12)(0{,}6)}{(50.000)(0{,}222)} = 649\ \mu\text{H}$$

$$L_1 \geq \frac{V_s D}{f \Delta i_{L_1}} = \frac{(12)(0{,}6)}{(50.000)(0{,}333)} = 432\ \mu\text{H}$$

Utilizando la Ecuación 6.43 obtenemos el valor que cumple la especificación del rizado de salida

$$C_2 \geq \frac{1 - D}{(\Delta V_o / V_o) 8 L_2 f^2} = \frac{1 - 0{,}6}{(0{,}01)(8)(649)(10)^{-6}(50.000)^2} = 3{,}08\ \mu\text{F}$$

La tensión media en C_1 es $V_s - V_o = 12 - (-18) = 30$ V, por lo que la variación máxima de v_{C_1} es (30)(0,05) = 1,5 V.

La resistencia equivalente de carga es

$$R = \frac{V_o^2}{P} = \frac{(18)^2}{40} = 8{,}1\ \Omega$$

Calculamos C_1 a partir de las especificaciones de rizado y utilizando la Ecuación 6.44:

$$C_1 \geq \frac{V_o D}{R f \Delta v_{C_1}} = \frac{(18)(0{,}6)}{(8{,}1)(50.000)(1{,}5)} = 17{,}8\ \mu\text{F}$$

6.8. EFECTOS NO IDEALES EN EL FUNCIONAMIENTO DE UN CONVERTIDOR

Caídas de tensión en los interruptores

Todos los cálculos anteriores se han realizado suponiendo que los interruptores eran ideales. Las caídas de tensión en los transistores y diodos cuando están conduciendo pueden afectar significativamente al funcionamiento del convertidor, en especial cuando las tensiones de entrada y de salida son bajas. En el diseño de convertidores CC-CC hay que tener en cuenta los componentes no ideales. Utilizaremos el convertidor reductor para mostrar los efectos de las caídas de tensión en los conmutadores.

Basándonos de nuevo en el análisis del convertidor en oposición de la Figura 6.3a, las relaciones entrada-salida se han determinado utilizando la tensión y la corriente en la bobina. Cuando se producen caídas de tensión distintas de cero en los interruptores en conducción, la tensión en la bobina con el interruptor cerrado es

$$v_L = V_s - V_o - V_Q \tag{6.50}$$

siendo V_Q la tensión en bornas del interruptor en conducción. Con el interruptor abierto, la tensión en el diodo es V_D y la tensión en la bobina es

$$v_L = -V_o - V_D \tag{6.51}$$

La tensión media en la bobina es nula en el periodo de conmutación:

$$V_L = (V_s - V_o - V_Q)D + (-V_o - V_D)(1 - D) = 0$$

Despejando V_o,

$$\boxed{V_o = V_sD - V_QD - V_D(1 - D)} \tag{6.52}$$

que es menor que $V_o = V_sD$, el valor para el caso ideal.

Resistencia del condensador: efecto en el rizado

Los rizados de la tensión de salida de las Ecuaciones 6.15 y 6.16 se basaban en un condensador ideal. Podemos modelar un condensador real como una capacidad con una resistencia equivalente serie (ESR) y una inductancia en serie equivalente (ESL). La resistencia equivalente serie puede afectar al rizado de la tensión de salida, produciendo muchas veces un rizado mayor que el debido a la capacidad. La inductancia no influye para frecuencias de conmutación bajas, pero puede ser significativa para frecuencias superiores a unos 300 kHz.

El rizado debido a la resistencia equivalente serie puede aproximarse determinando en primer lugar la corriente en el condensador, suponiendo que éste es ideal. En el convertidor reductor en modo de corriente permanente, la corriente en el condensador es la forma de onda de corriente triangular de la Figura 6.4c. La variación de tensión en la resistencia del condensador es

$$\Delta V_{o,\,\mathrm{ESR}} = \Delta i_C r_C \tag{6.53}$$

Para hacer una estimación de las condiciones de peor caso, supondremos que la tensión de rizado pico a pico debida a la resistencia equivalente serie (ESR) se suma algebraicamente al rizado debido a la capacitancia. Sin embargo, los picos de las tensiones de rizado del condensador y de la ESR no coincidirán, por lo que

$$\Delta V_o < \Delta V_{o,\,C} + \Delta V_{o,\,\mathrm{ESR}} \tag{6.54}$$

donde $\Delta V_{o,\,C}$ viene dada por la Ecuación 6.15. A menudo, el condensador de salida debe seleccionarse en función de la resistencia equivalente serie, en lugar de basarse únicamente en la capacidad.

Ejemplo 6.6. Rizado de salida debido a la resistencia equivalente en serie del condensador

(a) Con los datos del Ejemplo 6.1, calcule de nuevo el rizado de la tensión de salida cuando la resistencia equivalente serie del condensador de filtro es de 0,5 Ω y compare los resultados con los obtenidos en dicho ejemplo. (b) Si la relación entre la resistencia equivalente serie del condensador y su capacitancia es $r_C = 50(10)^{-6}/C$, calcule la capacidad necesaria para limitar el rizado de salida a un 1 %.

Solución. **(a)** Suponemos que la corriente en el condensador es la misma que la calculada sin la resistencia equivalente serie. La corriente pico a pico del condensador es la misma que la corriente pico a pico de la bobina. En el Ejemplo 6.1, $\Delta i_L = 1{,}5$ A $= \Delta i_C$. Utilizando la Ecuación 6.53, la tensión de rizado pico a pico en la resistencia del condensador es

$$\Delta V_{o,\,\mathrm{ESR}} = \Delta i_C r_C = (1{,}5\ \mathrm{A})(0{,}5\ \Omega) = 0{,}75\ \mathrm{V}$$

Por tanto, el rizado en la salida de 20 V del convertidor debido a la resistencia equivalente serie del condensador es

$$\frac{\Delta V_{o,\,\mathrm{ESR}}}{V_o} = \frac{0{,}75}{20} = 0{,}0375 = 3{,}75\,\%$$

La resistencia equivalente serie del condensador produce un rizado mucho mayor que el 0,469 % del condensador ideal calculado en el Ejemplo 6.1. El rizado total será, aproximadamente, de 3,75 % debido a la resistencia equivalente serie del condensador.

(b) Podemos suponer que el rizado total del 1 % (0,2 V) se debe principalmente a la resistencia equivalente serie del condensador. Utilizando la Ecuación 6.53 y en función de las suposiciones hechas en el problema obtenemos,

$$r_C = \frac{\Delta_{o,\,\mathrm{ESR}}}{\Delta i_L} = \frac{0{,}2\ \mathrm{V}}{1{,}5\ \mathrm{A}} = 0{,}133\ \Omega = \frac{50(10)^{-6}}{C}$$

Despejando C,

$$C = \frac{50(10)^{-6}}{0{,}133} = 375\ \mu\mathrm{F}$$

Resistencia de la bobina

Las bobinas deben diseñarse de manera que su resistencia sea pequeña, que la pérdida de potencia sea mínima y que el rendimiento sea máxima. A continuación utilizaremos el convertidor elevador para mostrar el efecto de la resistencia de las bobinas en el funcionamiento del circuito.

En el caso ideal, la tensión de salida del convertidor elevador es

$$V_o = \frac{V_s}{1 - D} \tag{6.55}$$

Para investigar el efecto de la resistencia de una bobina en la tensión de salida supondremos que la corriente en la bobina es aproximadamente constante. La corriente de la fuente es igual a la corriente en la bobina y la corriente media en el diodo es igual a la corriente media de carga. La potencia entregada por la fuente debe ser igual a la potencia absorbida por la carga y la resistencia de la bobina, si se desprecian las demás pérdidas:

$$\begin{aligned} P_s &= P_o + P_{r_L} \\ V_s I_L &= V_o I_D + I_L^2 r_L \end{aligned} \tag{6.56}$$

siendo r_L la resistencia en serie de la bobina. La corriente en el diodo es igual a la corriente en la bobina cuando el interruptor está cerrado, y es nula cuando el interruptor está abierto. Por tanto, la corriente media en el diodo es

$$I_D = I_L(1 - D) \tag{6.57}$$

Sustituyendo I_D en la Ecuación 6.56,

$$V_s I_L = V_o I_L(1 - D) + I_L^2 r_L$$

obtenemos

$$V_s = V_o(1 - D) + I_L r_L \tag{6.58}$$

Utilizando la Ecuación 6.57 podemos expresar I_L en función de V_o

$$I_L = \frac{I_D}{1 - D} = \frac{V_o/R}{1 - D} \tag{6.59}$$

Sustituyendo I_L en la Ecuación 6.58,

$$V_s = \frac{V_o r_L}{R(1 - D)} + V_o(1 - D)$$

y despejando V_o,

$$\boxed{V_o = \left(\frac{V_s}{1 - D}\right)\left(\frac{1}{1 + \dfrac{r_L}{R(1 - D)^2}}\right)} \tag{6.60}$$

La ecuación anterior es similar a la que se obtiene para el convertidor ideal, pero incluye un factor de corrección debido a la resistencia de la bobina. En la Figura 6.11a se muestra la tensión de salida del convertidor elevador con la resistencia de la bobina y sin ella.

La resistencia de la bobina también afecta al rendimiendo energético de los convertidores. El rendimiento es la relación entre la potencia de salida y la potencia de salida más las pérdidas. Para el convertidor elevador tenemos

$$\eta = \frac{P_o}{P_o + P_{\text{pérdidas}}} = \frac{V_o^2/R}{V_o^2/R + I_L^2 r_L} \tag{6.61}$$

Sustituyendo el valor de I_L dado por la Ecuación 6.59,

$$\eta = \frac{V_o^2/R}{V_o^2/R + \left(\dfrac{V_o/R}{1 - D}\right)^2 r_L} = \frac{1}{1 + \dfrac{r_L}{R(1 - D)^2}} \tag{6.62}$$

Cuando aumenta el ciclo de trabajo, disminuye el rendimiento del convertidor elevador, como se indica en la Figura 6.11b.

Pérdidas de conmutación

Además de las caídas de tensión y las pérdidas de potencia en conducción, se producen pérdidas adicionales en los interruptores cuando conmutan entre los estados de conducción y corte. En la Figura 6.12a se ilustran las transiciones entre conducción y corte de los interruptores. En este caso, suponemos que las variaciones de tensión y de corriente son lineales y que la secuencia en el tiempo es la mostrada en la figura. En la Figura 6.12a se muestra la potencia instantánea

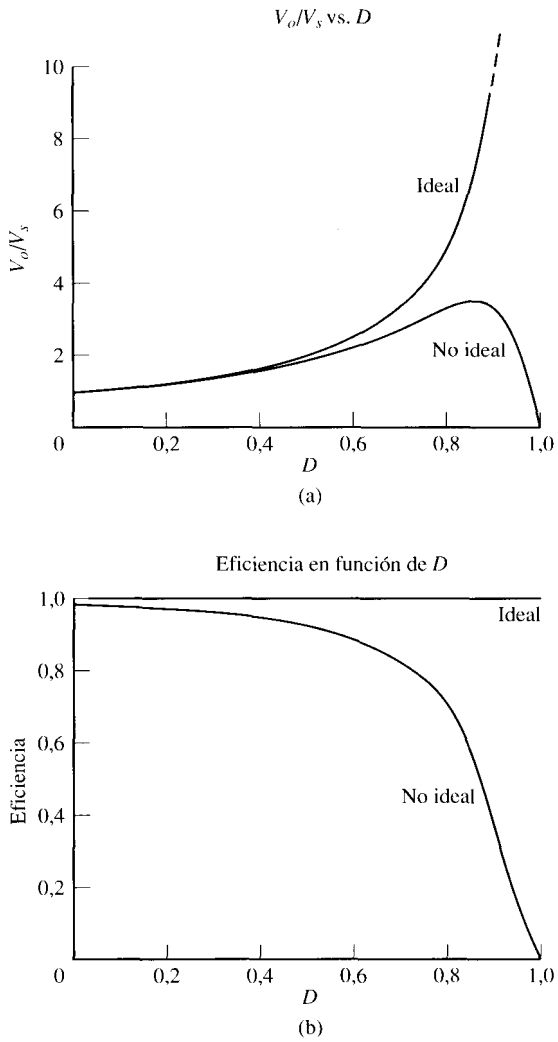
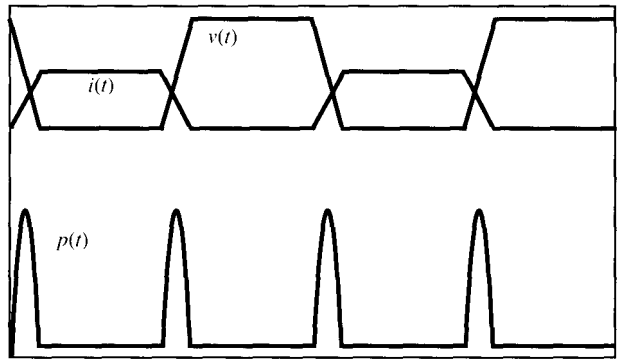


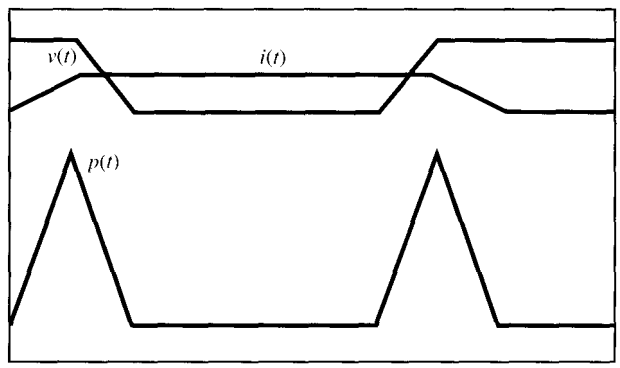
Figura 6.11. Convertidor elevador con una bobina no ideal. (a) Tensión de salida. (b) Eficiencia del convertidor elevador.

disipada en el interruptor. En la Figura 6.12b se muestra otra posible transición entre conducción y corte de un interruptor. En este caso, las transiciones de tensión y corriente no se producen simultáneamente. Esto se aproxima a los procesos de conmutación reales, y la pérdida de potencia provocada por la conmutación es mayor en este caso (consulte el Capítulo 10 para obtener más información).

La pérdida de energía en una transición del interruptor es el área situada bajo la curva de potencia. Dado que la potencia media es la energía dividida por el periodo, cuanto más altas son las frecuencias de conmutación, mayores son las pérdidas de conmutación. Una manera de reducir las pérdidas de conmutación es modificar el circuito para que la conmutación se produzca a tensión cero y/o corriente cero. Éste es el funcionamiento del convertidor resonante, que se describe en el Capítulo 9.



(a)



(b)

Figura 6.12. Tensión, corriente y potencia instantánea del interruptor. (a) Transición simultánea de V e I. (b) Transición en peor caso.

6.9. FUNCIONAMIENTO CON CORRIENTE DISCONTINUA

En los análisis anteriores de los convertidores CC-CC se ha supuesto que la corriente en la bobina era permanente. Cuando la corriente es permanente, la corriente en la bobina será positiva durante todo el periodo de conmutación. No es necesario que la corriente sea permanente para que funcione un convertidor, pero cuando la corriente es discontinua es necesario realizar un análisis diferente.

Convertidor reductor con corriente discontinua

En la Figura 6.13 se muestran la corriente en la bobina y la corriente de la fuente cuando el convertidor de la Figura 6.3a funciona con corriente discontinua. Determinaremos las relaciones entre las tensiones de salida y de entrada teniendo en cuenta que la tensión media en la bobina es nula en régimen permanente. A partir de la tensión en la bobina que se muestra en la Figura 6.13c,

$$\begin{aligned}(V_s - V_o)DT - V_oD_1T &= 0\\ (V_s - V_o)D &= V_oD_1\end{aligned} \tag{6.63}$$

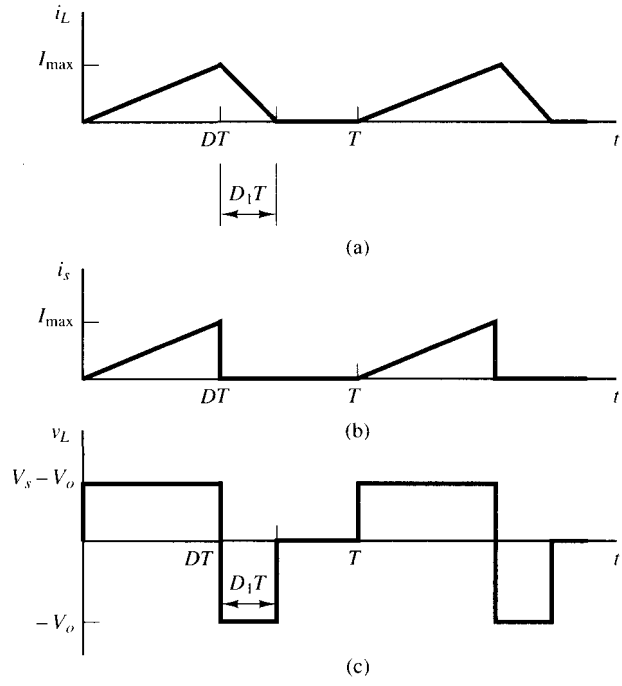


Figura 6.13. Corriente discontinua en el convertidor reductor. (a) Corriente en la bobina. (b) Corriente del generador. (c) Tensión en la bobina.

Reordenando los términos, obtenemos la relación

$$\frac{V_o}{V_s} = \left(\frac{D}{D + D_1}\right) \tag{6.64}$$

La corriente media en la bobina es igual a la corriente media en la resistencia, ya que la corriente media en el condensador es cero. Suponiendo que la tensión de salida es constante,

$$I_L = I_R = \frac{V_o}{R}$$

Calculamos la corriente media en la bobina usando la Figura 6.13a,

$$I_L = \frac{1}{T}\left(\frac{1}{2} I_{máx} DT + \frac{1}{2} I_{máx} D_1 T\right) = \frac{1}{2} I_{máx}(D + D_1)$$

con lo que obtenemos

$$\frac{1}{2} I_{máx}(D + D_1) = \frac{V_o}{R} \tag{6.65}$$

Como la corriente es inicialmente cero, la corriente máxima es igual a la variación de corriente producida cuando el interruptor está cerrado. Cuando el conmutador está cerrado, la tensión en la bobina es

$$v_L = V_s - V_o$$

con lo que obtenemos

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_s - V_o}{L} = \frac{\Delta i_L}{\Delta t} = \frac{\Delta i_L}{DT} = \frac{I_{máx}}{DT} \tag{6.66}$$

Despejando $I_{máx}$ y utilizando el valor de $(V_s - V_o)D$ obtenido mediante la Ecuación 6.63,

$$I_{máx} = \Delta i_L = \left(\frac{V_s - V_o}{L}\right)DT = \frac{V_o D_1 T}{L} \tag{6.67}$$

Sustituimos $I_{máx}$ en la Ecuación 6.65,

$$\frac{1}{2} I_{máx}(D + D_1) = \frac{1}{2}\left(\frac{V_o D_1 T}{L}\right)(D + D_1) = \frac{V_o}{R} \tag{6.68}$$

con lo que obtenemos

$$D_1^2 + DD_1 - \frac{2L}{RT} = 0$$

Despejando D_1,

$$D_1 = \frac{-D + \sqrt{D^2 + \dfrac{8L}{RT}}}{2} \tag{6.69}$$

Sustituyendo D_1 en la Ecuación 6.64,

$$V_o = V_s\left(\frac{D}{D + D_1}\right) = V_s\left(\frac{2D}{D + \sqrt{D^2 + \dfrac{8L}{RT}}}\right) \tag{6.70}$$

El límite entre la corriente permanente y la corriente discontinua se produce cuando $D_1 = 1 - D$. Recuerde que también se cumple otra condición en este límite, $I_{min} = 0$, de acuerdo con la Ecuación 6.12.

Ejemplo 6.7. Convertidor reductor con corriente discontinua

Sean los siguientes los parámetros del convertidor en oposición de la Figura 6.3a,

$V_s = 24$ V
$L = 200$ μH
$R = 20$ Ω
$C = 1.000$ μF
$f = 10$ kHz (frecuencia de conmutación)
$D = 0{,}4$

(a) Demuestre que la corriente en la bobina es discontinua. (b) Determine la tensión de salida V_o.

Solución. **(a)** Cuando la corriente es discontinua, $D_1 < 1 - D$. D_1 se calcula a partir de la Ecuación 6.69:

$$D_1 = \frac{-D + \sqrt{D^2 + \dfrac{8L}{RT}}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\left(-0{,}4 + \sqrt{0{,}4^2 + \frac{8(200)(10)^{-6}(10.000)}{20}}\right) = 0{,}29$$

Comparando D_1 con $1 - D$, $0{,}29 < (1 - 0{,}4)$, se demuestra que la corriente en la bobina es discontinua. Por otro lado, la corriente mínima en la bobina calculada utilizando la Ecuación 6.12 es $I_{min} = -0{,}96$ A. Como la corriente en la bobina no puede ser negativa, deberá ser discontinua.

(b) Una vez calculado D_1 y verificado que la corriente es discontinua, podemos calcular la tensión de salida utilizando la Ecuación 6.70:

$$V_o = V_s\left(\frac{D}{D + D_1}\right) = 20\left(\frac{0{,}4}{0{,}4 + 0{,}29}\right) = 13{,}9 \text{ V}$$

En la Figura 6.14 se muestra la relación entre la tensión de salida y el ciclo de trabajo para el convertidor en oposición del Ejemplo 6.7. Todos los parámetros, a excepción de D, son los del Ejemplo 6.7. Observe la relación lineal entre la salida y la entrada cuando la corriente es permanente y la relación no lineal cuando es discontinua. Para un ciclo de trabajo determinado, la tensión de salida es mayor cuando la corriente es discontinua que cuando es permanente.

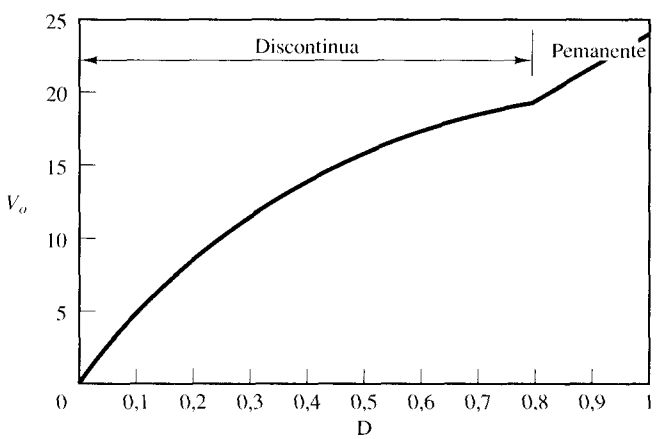


Figura 6.14. V_o en función del ciclo de trabajo para el convertidor en oposición del Ejemplo 6.7.

Convertidor elevador con corriente discontinua

El convertidor elevador también funcionará cuando la corriente en la bobina sea discontinua. En algunos casos, es preferible el modo de corriente discontinua por motivos de control.

Las relaciones entre las tensiones de salida y de entrada se determinan a partir de las siguientes afirmaciones:

1. La tensión media en la bobina es nula.
2. La corriente media en el diodo es igual a la corriente de carga.

En las Figuras 6.15a y 6.15c se muestran las formas de onda básicas de la corriente en la bobina y en el diodo, cuando la corriente es discontinua. Cuando el interruptor está abierto, la tensión en la bobina es V_s. Cuando el interruptor está cerrado y la corriente en la bobina es positiva, la tensión en la misma es $V_s - V_o$. La corriente disminuye hasta hacerse nula y el diodo impide que se haga negativa. Cuando el interruptor está abierto y el diodo no conduce, la corriente en la bobina es cero. La tensión media en la bobina es

$$V_s DT + (V_s - V_o)D_1 T = 0$$

Despejando obtenemos

$$V_o = V_s\left(\frac{D + D_1}{D_1}\right) \tag{6.71}$$

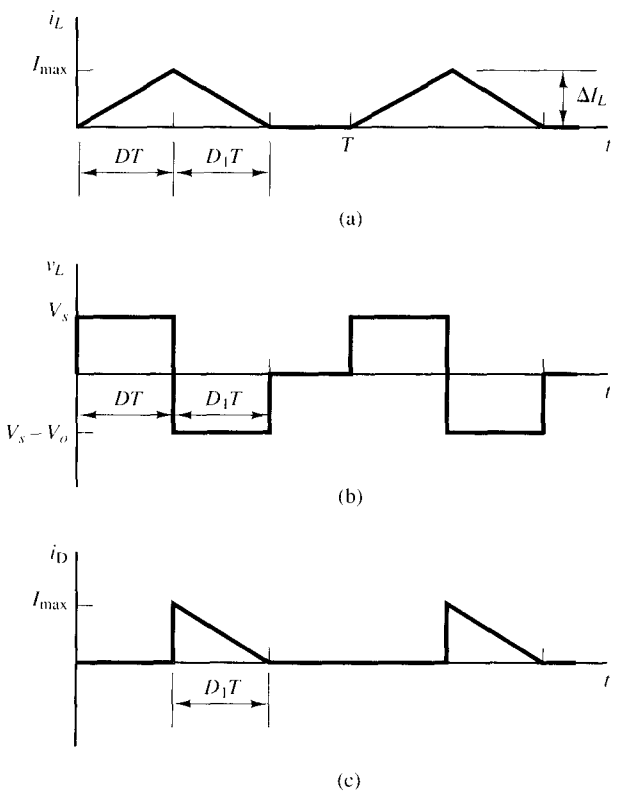


Figura 6.15. Corriente discontinua en el convertidor elevador. (a) Corriente en la bobina. (b) Tensión en la bobina. (c) Corriente en el diodo.

La corriente media en el diodo (Figura 6.15c) es

$$I_D = \frac{1}{T}\left(\frac{1}{2} I_{máx} D_1 T\right) = \frac{1}{2} I_{máx} D_1 \tag{6.72}$$

$I_{máx}$ es igual a la variación de corriente en la bobina con el interruptor cerrado:

$$I_{máx} = \Delta i_L = \frac{V_s DT}{L} \tag{6.73}$$

Sustituyendo $I_{máx}$ en la Ecuación 6.72 e igualando el resultado a la corriente de carga,

$$I_D = \frac{1}{2}\left(\frac{V_s DT}{L}\right) D_1 = \frac{V_o}{R} \tag{6.74}$$

Despejando D_1,

$$\boxed{D_1 = \left(\frac{V_o}{V_s}\right)\left(\frac{2L}{RDT}\right)} \tag{6.75}$$

Sustituyendo la expresión de D_1 anterior en la Ecuación 6.71 obtenemos la ecuación cuadrática

$$\left(\frac{V_o}{V_s}\right)^2 - \left(\frac{V_o}{V_s}\right) - \frac{D^2 RT}{2L} = 0$$

Despejando la relación (V_o/V_s),

$$\boxed{\frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2D^2 RT}{L}}\right)} \tag{6.76}$$

El límite entre la corriente permanente y la corriente discontinua se produce cuando $D_1 = 1 - D$, y en este límite también se cumple que I_{min}, calculado de acuerdo con la Ecuación 6.24, es igual a cero.

El funcionamiento del convertidor elevador en el modo de corriente permanente o discontinua depende de la combinación de parámetros del circuito, incluido el ciclo de trabajo. Al variar el ciclo de trabajo de un convertidor elevador determinado, el convertidor puede entrar o salir del modo de corriente discontinua. En la Figura 6.16 se muestra la salida de un convertidor elevador al variar el ciclo de trabajo.

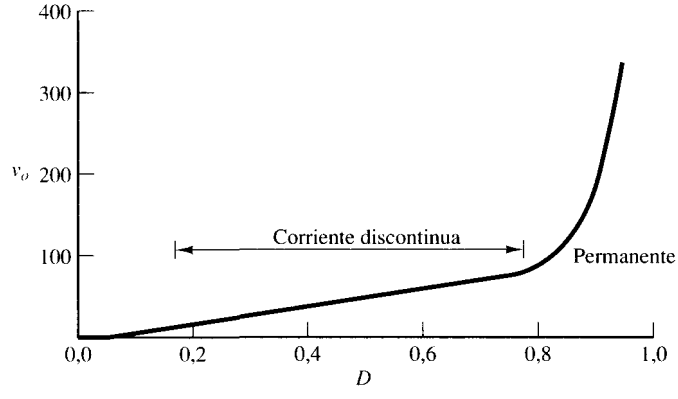


Figura 6.16. Salida del convertidor elevador.

Ejemplo 6.8. Convertidor elevador con corriente discontinua

Sean los siguientes los parámetros del convertidor elevador de la Figura 6.6a:

$$V_s = 20 \text{ V}$$
$$D = 0{,}6$$
$$L = 100\ \mu\text{H}$$
$$R = 50\ \Omega$$
$$C = 100\ \mu\text{F}$$
$$f = 15 \text{ kHz}$$

(a) Verifique que la corriente en la bobina es discontinua, (b) calcule la tensión de salida y (c) calcule la corriente máxima en la bobina.

Solución. **(a)** Suponemos en primer lugar que la corriente en la bobina es permanente y calculamos el valor mínimo de corriente en la bobina utilizando la Ecuación 6.24, obteniendo como resultado $I_{\text{min}} = -1{,}5$ A. La corriente en la bobina no puede ser negativa, por lo que la corriente es discontinua.
(b) Utilizando la Ecuación 6.76, obtenemos la tensión de salida:

$$V_o = \frac{V_s}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2D^2R}{Lf}}\right) = \frac{20}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2(0{,}6)^2 50}{100(10)^{-6}15.000}}\right) = 60 \text{ V}$$

Observe que un convertidor elevador con el mismo ciclo de trabajo funcionando con corriente permanente presentaría una salida de 50 V.

(c) Calculamos la corriente máxima en la bobina utilizando la Ecuación 6.73:

$$I_{\text{máx}} = \frac{V_s D}{Lf} = \frac{(20)(0{,}6)}{100(10)^{-6}(15.000)} = 8 \text{ A}$$

6.10. SIMULACIÓN EN PSpice DE LOS CONVERTIDORES CC-CC

El modelo de circuito que se emplee en la simulación en PSpice de los convertidores CC-CC descritos en este capítulo depende del objetivo de la simulación. Para predecir el comportamiento de un circuito con el objetivo de producir formas de onda periódicas de tensión y de corriente se precisa un modelo de circuito que incluya un interruptor. Para esta aplicación es recomendable utilizar un interruptor controlado por tensión. Si el circuito incluye un diodo ideal y bobinas y condensadores sin pérdidas, los resultados de la simulación serán aproximaciones de primer orden del comportamiento del circuito, similares al análisis realizado anteriormente en este capítulo. Si en el modelo de circuito se incluyen elementos parásitos y se emplean dispositivos de conmutación no ideales, la simulación permitirá investigar la diferencia entre el comportamiento de un circuito real y el comportamiento del circuito ideal.

Otro objetivo de la simulación puede ser predecir el comportamiento dinámico de un convertidor CC-CC para variaciones de la tensión de la fuente o de la corriente de carga. La desventaja que presenta el modelo conmutado ciclo a ciclo es que el tiempo de los transitorios del circuito puede ser varios órdenes de magnitud mayor que el tiempo de conmutación, por lo que el tiempo de ejecución del programa será muy largo. Será preferible utilizar un modelo de circuito que no incluya los detalles de cada ciclo, sino que simule el comportamiento dinámico a

gran escala utilizando técnicas de promediado. En esta sección se describen las simulaciones en PSpice del comportamiento dinámico tanto ciclo a ciclo como a gran escala.

Un modelo conmutado en PSpice

El interruptor controlado por tensión constituye un forma sencilla de modelar un transistor funcionando como interruptor que se utilizaría en un convertidor físico. El interruptor controlado por tensión presenta una resistencia de conducción que se puede seleccionar de manera que se ajuste a la del transistor, o que sea prácticamente despreciable para simular un interruptor ideal. Para controlar el interruptor se usa un generador de pulsos de tensión.

Cuando comiencen la apertura y el cierre periódicos del interruptor en un convertidor CC-CC, la respuesta transitoria precederá a las tensiones y corrientes en régimen permanente descritas anteriormente en este capítulo. El siguiente ejemplo ilustra la simulación en PSpice de un convertidor reductor utilizando modelos ideales para los componentes del circuito.

Ejemplo 6.9. Simulación de un convertidor reductor utilizando componentes ideales

Sean los siguientes parámetros del convertidor reductor de la Figura 6.3a:

$V_s = 50$ V

$L = 1$ mH

$C = 100\ \mu$F

$R = 4\ \Omega$

$D = 0{,}4$

Frecuencia de conmutación = 5 kHz

Utilice PSpice para calcular el valor en régimen permanente de la tensión de salida, el rizado de la tensión de salida y las corrientes máxima y mínima en la bobina.

Solución. El modelo en PSpice del convertidor reductor incluye un interruptor controlado por tensión y un modelo de diodo ideal. El diodo ideal se simulará utilizando un valor muy pequeño para el parámetro n del diodo (coeficiente de emisión en la ecuación del diodo). El interruptor está controlado mediante un generador de pulsos de tensión. Las descripciones de los parámetros en el archivo de entrada facilitan la modificación del archivo del circuito para adaptarlo a otros convertidores reductores. Suponemos que la corriente en la bobina y la tensión en el condensador son inicialmente nulas, para ilustrar el comportamiento transitorio del circuito:

El siguiente es el archivo de datos de PSpice para el convertidor reductor ideal:

```
CONVERTIDOR REDUCTOR CON UN INTERRUPTOR IDEAL (bckideal.cir)
****************** LA SALIDA ES V(4) ************************
*************** PARÁMETROS DEL CIRCUITO ********************
.PARAM INPUT=50
.PARAM DUTY=0.4
.PARAM RLOAD=4
.PARAM L=1mH
.PARAM C=100UF
.PARAM FREQUENCY=5K            ;frecuencia de conmutación
.TRAN 10US 6000US 0 2US UIC    ;análisis transitorio
```

```
*************** DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO **********************
VS 1 0 DC {INPUT}
SW 1 3 2 0 SMOD        ;interruptor ideal
D1 0 3 DMOD
L 3 4 {L} IC=0
C 4 0 {C} IC=0
R 4 0 {RLOAD}
************************************************************
*Control del interruptor:
VPULSE 2 0 PULSE (-1 1 0 1nS 1nS {DUTY/FREQUENCY} {1/FREQUENCY})
.MODEL SMOD VSWITCH (RON=.001 VON=.1 VOFF= -.1)
.MODEL DMOD D(N=.001)        ;simula un diodo ideal
.OPTIONS NOPAGE ITL5=0
.PROBE
.END
```

En la Figura 6.17 se muestra la salida en Probe de la corriente en la bobina y la tensión en el condensador. Observe la respuesta transitoria del circuito antes de alcanzar la condición de régimen permanente.

La porción de la salida de Probe que representa el régimen permanente indica que la tensión media de salida es 20 V, el rizado de salida es de 0,6 V pico a pico y la corriente en la bobina varía entre 3,8 A y 6,2 A (calculado utilizando la opción del cursor) y su valor medio es de 5 A. Estos resultados coinciden con los cálculos realizados utilizando las ecuaciones desarrolladas para el convertidor reductor ideal.

Una manera de reducir el tiempo necesario para alcanzar el régimen permanente es incluir condiciones iniciales próximas o iguales a los valores estimados de la corriente en la bobina y la tensión en el condensador en régimen permanente. La tensión inicial en el condensador podría ser la salida esperada, calculada utilizando la tensión de entrada y el ciclo de trabajo. La corriente inicial en la bobina podría ser la corriente media o mínima en la bobina, calculadas utilizando las ecuaciones de corriente.

En el siguiente ejemplo se usa PSpice para calcular la tensión de salida y la corriente en la bobina en régimen permanente, para un convertidor reductor con componentes no ideales.

Ejemplo 6.10. Simulación en PSpice de un convertidor en oposición no ideal

El convertidor reductor del Ejemplo 6.9 se ha modificado para incluir componentes no ideales. Éstos son los parámetros del mismo:

$V_s = 50$ V

$L = 1$ mH con una resistencia en serie de 0,4 Ω

$C = 100$ μF con una resistencia equivalente en serie de 0,5 Ω

$R = 4$ Ω

$D = 0{,}4$

Frecuencia de conmutación = 5 kHz.

La resistencia de conducción del interruptor es de 0,5 Ω. Utilice el modelo de diodo predeterminado. (a) Determine los valores de la tensión de salida y la corriente en la bobina en régimen permanente. (b) Calcule el rendimiento del convertidor.

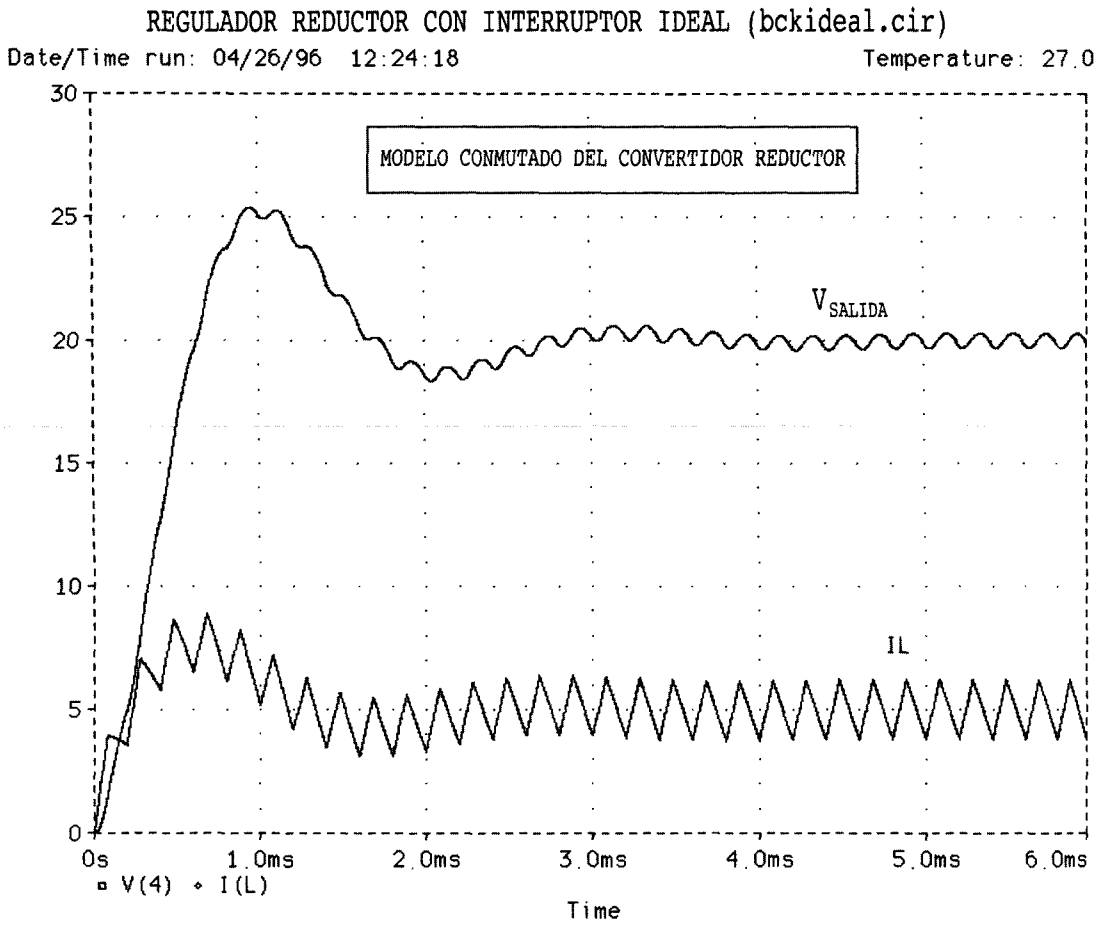


Figura 6.17. Salida en Probe para el Ejemplo 6.9.

Solución. Vamos modificar el archivo de entrada de PSpice del ejemplo anterior para introducir los elementos no ideales:

```
REGULADOR REDUCTOR NO IDEAL CON INTERRUPTOR (bucknon.cir)
************* LA TENSIÓN DE SALIDA ES V(4) ******************
*************** PARÁMETROS DEL CIRCUITO ********************
.PARAM INPUT=50
.PARAM DUTY=0.4
.PARAM RLOAD=4
.PARAM L=1mH RL=0.4
.PARAM C=100UF RESR=0.5
.PARAM RON=0.5                ;resistencia de conducción del interruptor
.PARAM FREQUENCY=5K           ;frecuencia de conmutación
.TRAN 10US 5MS 4MS 2US UIC    ;análisis transitorio, retrasar la salida
                               4 ms para mostrar el régimen permanente
```

```
********** DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO **********
VS 1 0 DC {INPUT}
SW 1 3 2 0 SMOD    ;interruptor
D1 0 3 DMOD
L 3 4X {L} IC=3.8  ;estimación de la corriente según ejemplo anterior
RL 4X 4 {RL}       ;resistencia de la bobina
C 4 4Y {C} IC=20   ;estimación de la corriente según ejemplo anterior
RESR 4Y 0 {RESR}   ;resistencia del condensador
R 4 0 {RLOAD}
**********************************************************
*Control del interruptor:
VPULSE 2 0 PULSE (-1 1 0 1nS 1nS {DUTY/FREQUENCY} {1/FREQUENCY})
.MODEL SMOD VSWITCH (RON={RON} VON=.1 VOFF= -.1)
.MODEL DMOD D
.OPTIONS NOPAGE ITL5=0
.PROBE
.END
```

Los siguientes son los resultados de la salida de Probe en régimen permanente:

(a) La tensión media de salida es de 16,9 V con un rizado de 1,09 V pico a pico. La corriente en la bobina varía entre 3,06 A y 5,41 A.

(b) La potencia media de salida se determina en Probe escribiendo AVG(V(4)*I(R)), con lo que se obtiene 71,7 W. La potencia media de entrada se determina utilizando AVG(V(1)*(− I(VS))), que da como resultado 85,2 W. El rendimiento del convertidor es 71,7/85,2 = 0,84 u 84 %.

En este ejemplo no se incluyen las pérdidas en conmutación.

Para refinar la simulación, se puede utilizar un modelo más preciso de interruptor, como un transistor bipolar BJT o un transistor MOSFET. Algunos fabricantes proporcionan modelos de simulación detallados para sus dispositivos, y algunos de ellos están disponibles en los archivos de biblioteca de PSpice.

Un modelo de circuito promediado

La simulación en PSpice del convertidor CC-CC de los ejemplos anteriores incluye el comportamiento transitorio en gran señal y las formas de onda ciclo a ciclo de tensión y de corriente. Si el objetivo de la simulación es determinar el comportamiento transitorio en gran señal, la respuesta ciclo a ciclo sólo producirá un incremento del tiempo de ejecución del programa. Una manera más eficiente de simular el comportamiento transitorio de los convertidores CC-CC es utilizar un modelo de circuito que produzca únicamente los valores *medios* de las tensiones y las corrientes, en lugar de incluir las variaciones detalladas alrededor de la media. En general, podemos predecir el comportamiento transitorio de los convertidores CC-CC analizando redes lineales, en las que la respuesta sea igual al valor medio de las formas de onda de conmutación. La explicación que sigue se centra en el comportamiento del convertidor reductor funcionando en modo de corriente permanente.

El comportamiento transitorio de la tensión media de salida puede describirse mediante el análisis de circuitos lineales. El valor medio de la entrada v_x del circuito RLC del convertidor reductor de la Figura 6.3a es $V_x = V_s D$. La respuesta del circuito RLC a una tensión de entrada

escalonada $v_x(t) = (V_sD)u(t)$ representa la media de las formas de onda de la tensión de salida y de la corriente cuando se activa el convertidor. Esto representa el mismo transitorio en gran señal que existía en la simulación PSpice mostrada en la Figura 6.17.

Para llevar a cabo la simulación completa del comportamiento en gran señal de un convertidor CC-CC deben incluirse las relaciones adecuadas de tensión y corriente entre la fuente y la carga. Por ejemplo, la relación entre la tensión media y la corriente media del convertidor reductor a la entrada y a la salida cuando la corriente en la bobina es permanente es

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{I_s}{I_o} = D \tag{6.77}$$

Como $V_o = V_sD$ e $I_o = I_s/D$, el interruptor en un modelo utilizado para calcular la tensión y la corriente media es igual a un «transformador» con una relación de vueltas de $1{:}D$. En la Figura 6.18 se muestran los modelos de circuito para un convertidor reductor con un transformador $1{:}D$ y un circuito PSpice que implementa el modelo promediado. El símbolo circuital del transformador indica que el modelo es válido para señales de alterna y de continua.

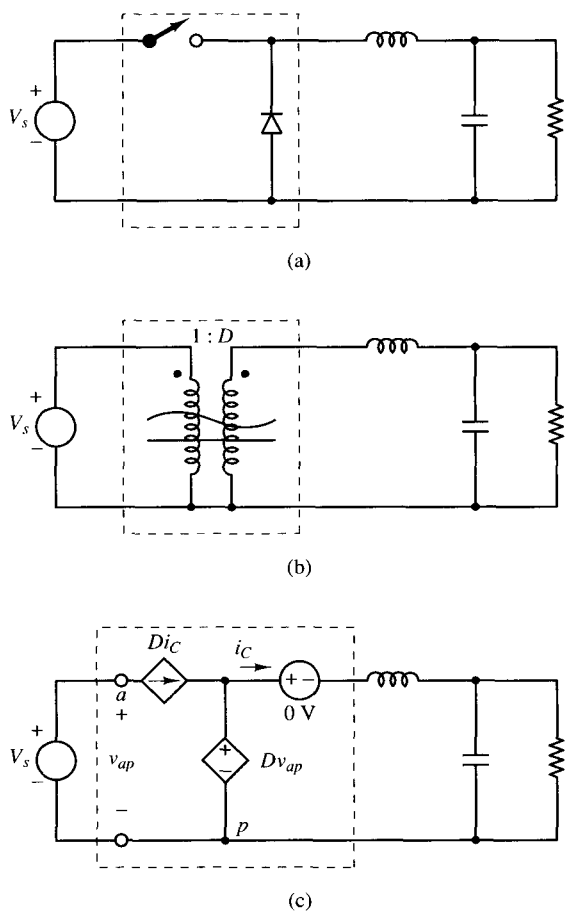


Figura 6.18. (a) Convertidor reductor en conmutación. (b) Modelo promediado de un convertirdor reductor. (c) Circuito PSpice.

El siguiente ejemplo ilustra el uso del modelo PSpice para simular la respuesta de tensión y corriente medias del convertidor reductor del Ejemplo 6.9.

Ejemplo 6.11. Convertidor reductor promediado

Utilizar el circuito promediado de la Figura 6.18c para simular el convertidor reductor del Ejemplo 6.9, cuyos parámetros son

$$V_s = 50 \text{ V}$$
$$D = 0{,}4$$
$$L = 1 \text{ mH}$$
$$C = 100 \ \mu\text{F}$$
$$R = 4 \ \Omega$$

Utilizar condiciones iniciales nulas para la corriente en la bobina y para la tensión en el condensador.

Solución. El siguiente es el archivo de entrada de PSpice que describe el modelo promediado del convertidor de la Figura 6.18c:

```
CONVERTIDOR REDUCTOR PROMEDIADO (buckavg.cir)
****************** LA SALIDA ES V(3)************************
****************** PARÁMETROS DEL CIRCUITO ****************
.PARAM D=.4
.PARAM L=1MH
.PARAM C=100UF
.PARAM VS=50
.PARAM R=4
****************** DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO ******************
VS 1 0 {VS}
L 2 3 {L} IC=0
C 3 0 {C} IC=0
R 3 0 {R}
XSWITCH 1 0 2 PWM
************* MODELO PROMEDIADO ****************
.SUBCKT PWM A P C
GAP A X VALUE {D*I (VC)}     ;fuente dependiente de corriente Dic,
                              controlada por la corriente ic
ECP X P VALUE={D*V (A,P)}    ;fuente dependiente de tensión Dvap,
                              controlada por la tensión vap
VC X C 0                     ;para medir la corriente ic
.ENDS
************************************************************
.PROBE
.TRAN 10uS 6MS UIC
.END
```

En la Figura 6.19 se muestra la corriente en la bobina y la tensión en el condensador; la tensión media de salida en régimen permanente es de 20 V y la corriente media en la bobina es de 5 A, que coincide con los resultados obtenidos en la simulación del Ejemplo 6.9 en la Figura 6.17.

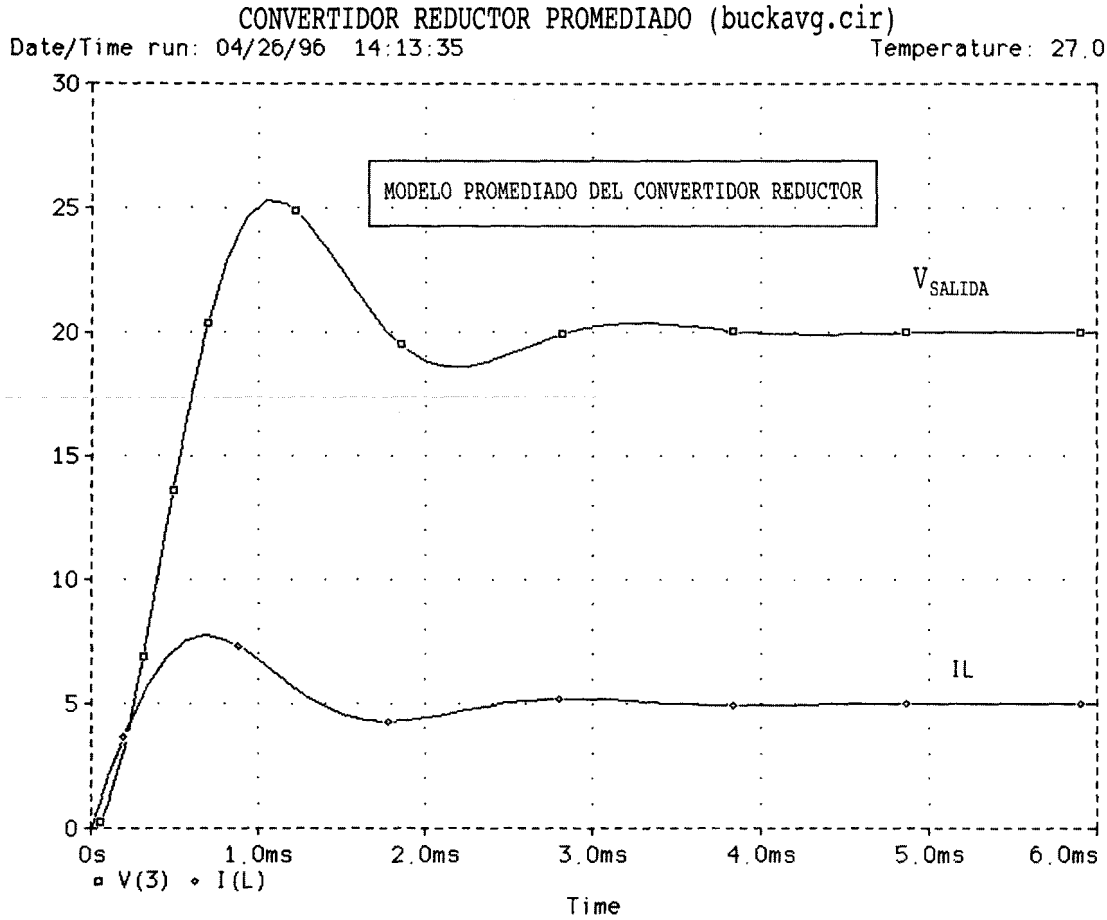


Figura 6.19. Promedio de la tensión de salida y de la corriente en la bobina del Ejemplo 6.11.

El modelo promediado también es útil para investigar el comportamiento dinámico del convertidor cuando sus parámetros de funcionamiento están sujetos a variaciones. Dicho análisis es esencial cuando la salida está regulada mediante un bucle de realimentación, el cual está diseñado para mantener un nivel fijo a la salida, ajustando el ciclo de trabajo del conmutador para tener en cuenta las variaciones del generador o de la carga. En el Capítulo 7 se describe la respuesta en bucle cerrado.

El siguiente ejemplo ilustra el uso del modelo promediado para simular una variación en escalón de la resistencia de carga.

Ejemplo 6.12. Escalón de carga

Utilizar el modelo promediado del convertidor reductor para determinar la respuesta dinámica cuando varía la carga de 4 Ω a 2 Ω. Los parámetros del circuito son similares a los del Ejemplo 6.10:

$V_s = 50$ V

$L = 1$ mH con una resistencia en serie de 0,4 Ω

$C = 100$ μF con una resistencia equivalente en serie de 0,5 Ω

$R = 4\ \Omega$, que variará de forma escalonada hasta los 2 Ω a los 2 ms

$D = 0{,}4$

Frecuencia de conmutación = 5 kHz

Solución. Se conmuta una segunda resistencia de 4 Ω en paralelo con la salida a los 2 ms, para simular un escalón de carga.

El siguiente es el archivo de entrada de PSpice, en el que se utiliza el modelo promediado:

```
CONVERTIDOR REDUCTOR ANTE ECALÓN DE CARGA (buckstep.cir)
****************** LA SALIDA ES V(3)***********************
***************** PARÁMETROS DEL CIRCUITO ****************
.PARAM VS=50
.PARAM L=1MH
.PARAM RL=0.4
.PARAM C=100UF
.PARAM RESR=0.5
.PARAM R=4
.PARAM D=.4
.PROBE
.TRAN 10uS 6MS UIC
***************** DESCRIPCION DEL CIRCUITO *****************
VS 1 0 {VS}
L 2 2a {L} IC=4.5
RL 2a 3 {RL}
C 3 3a {C} IC=18.2
RESR 3a 0 {RESR}
R 3 0 {R}
XSWITCH 1 0 2 PWM
************* MODELO PROMEDIADO ****************
.SUBCKT PWM A P C
GAP A X VALUE {D*I (VC)}        ;fuente dependiente de corriente Dic,
                                 controlada por la corriente ic
ECP X P VALUE={D*V (A, P)}      ;fuente dependiente de tensión Dvap,
                                 controlada por la tensión vap
VC X C 0                        ;para medir la corriente ic
.ENDS
*************** ESCALÓN DE CARGA ******************
RSTEP 5 0 4
SSTEP 3 5 20 0 SMOD
VCONT 20 0 PULSE(-1 1 2MS 1NS 1NS 10MS 20MS)    ;variar la resistencia
                                                  de carga a los 2ms
.MODEL SMOD VSWITCH(RON=.001 VON=.1 VOFF=-.1
*********************************************************
.END
```

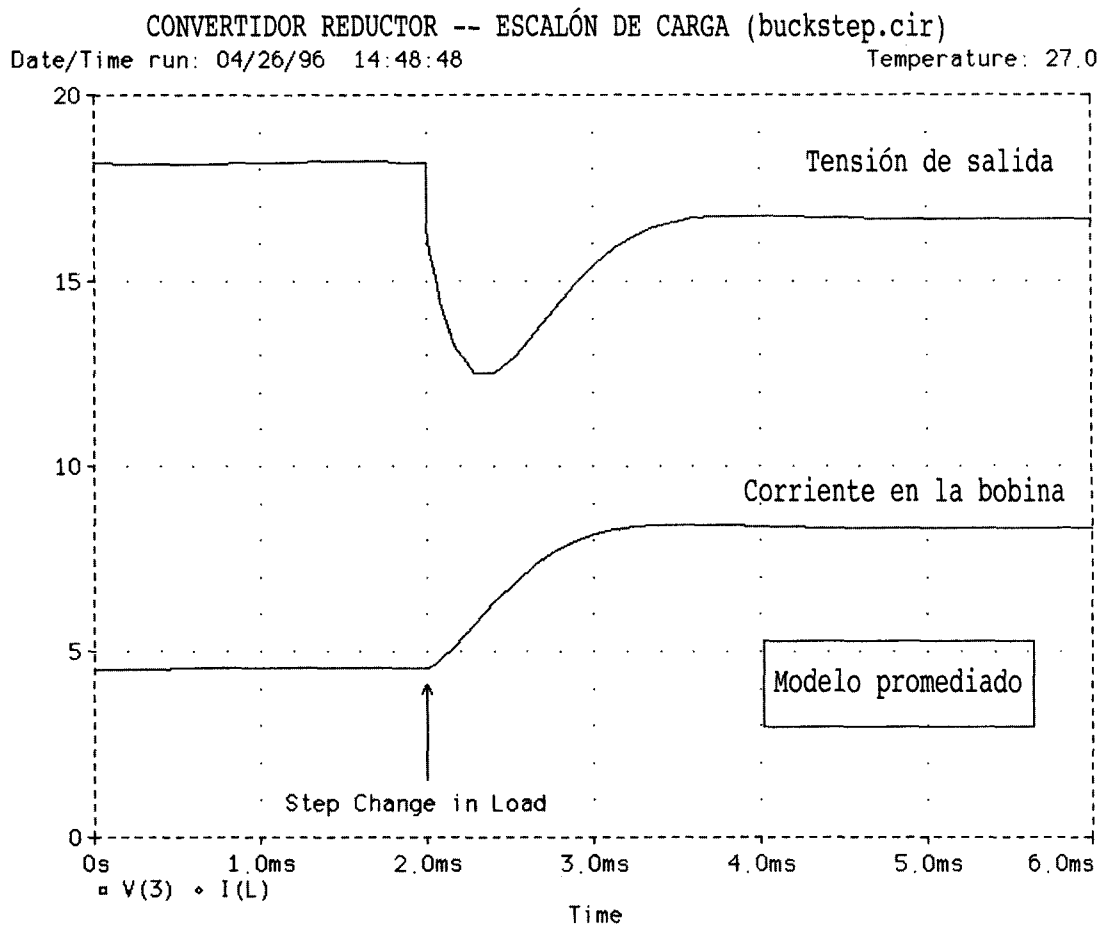


Figura 6.20. (a) *Simulación en PSpice de un convertidor reductor utilizando el modelo promediado.* (b) Simulación utilizando el modelo conmutado.

La salida de Probe de la Figura 6.20a muestra el efecto de la variación de la resistencia de carga en la tensión de salida y en la corriente de la bobina. La tensión de salida en régimen permanente es de 18,2 V antes de la variación de la carga y de 16,7 V tras el escalón. La corriente media en la bobina en régimen permanente es de 4,54 A antes de la variación y de 8,33 A después de la misma. Podemos comparar estos resultados con la Figura 6.20b, donde se muestran los resultados de una simulación diferente, en la que se utiliza un interruptor y se muestran las variaciones ciclo a ciclo.

Podemos utilizar el modelo promediado para simular los convertidores CC-CC descritos en este capítulo. En la Figura 6.21se muestra la utilización del modelo promediado en los convertidores elevador, reductor-elevador y Ćuk para el funcionamiento en corriente permanente. La designación mediante las letras *a*, *p* y *c* de los terminales del interruptor se basa en el modelo de Vorperian (consulte la bibliografía) y representa los terminales activo, pasivo y común.

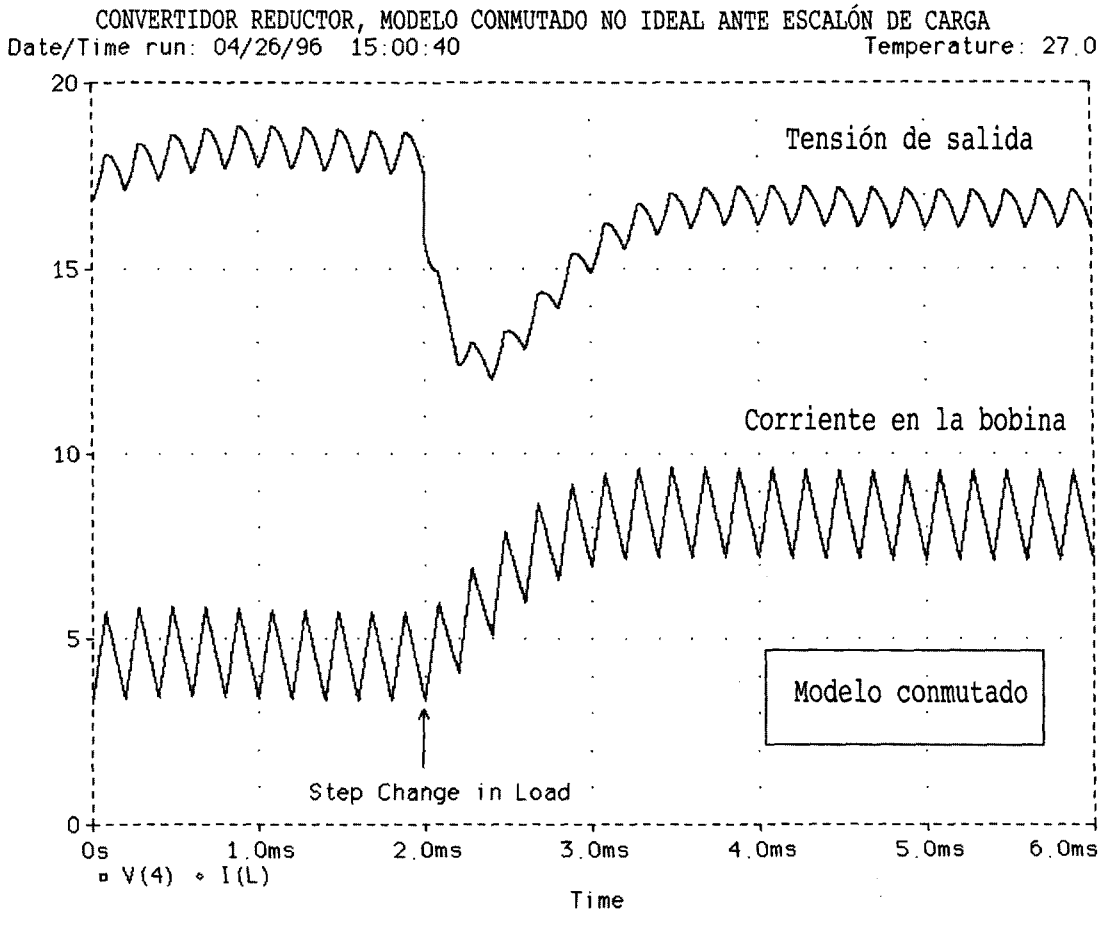


Figura 6.20. Continuación.

6.11. RESUMEN

- El convertidor CC-CC conmutado es mucho más eficiente que el convertidor lineal, porque se producen menos pérdidas en el interruptor electrónico.
- La tensión de salida será inferior al valor teórico cuando se incluyan las caídas de tensión en el interruptor y las resistencias de las bobinas en el análisis.
- La resistencia equivalente en serie del condensador puede producir un rizado de la tensión de salida mucho mayor que el debido exclusivamente a la capacidad.
- Los convertidores CC-CC pueden funcionar en el modo de corriente discontinua, pero las relaciones entre la entrada y la salida serán diferentes a las del modo de corriente permanente.
- Podemos utilizar PSpice para simular los convertidores CC-CC, utilizando un interruptor controlado por tensión o un modelo de circuito promediado.
- En la Tabla 6.1 se resumen las relaciones entre la tensión y la corriente de los convertidores básicos de este capítulo.

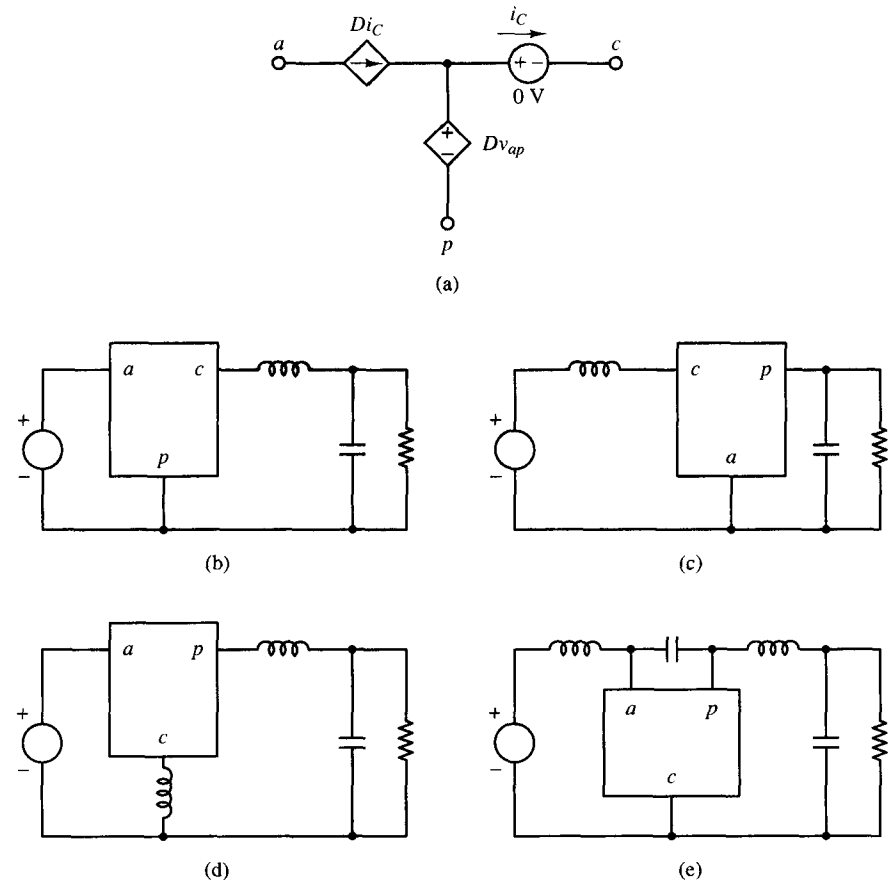


Figura 6.21. Modelo interruptor promediado de los convertidores CC-CC. (a) Modelo promediado de PSpice para el interruptor y el diodo. (b) Circuito equivalente del convertidor reductor. (c) Circuito equivalente del convertidor elevador. (d) Circuito equivalente del convertidor reductor-elevador. (e) Circuito equivalente del convertidor Ćuk.

BIBLIOGRAFÍA

SIMON S. ANG, *Power Switching Converters*, Marcel Dekker, 1995.

B. K. BOSE, ed., *Modern Power Electronics: Evolution, Technology, and Appplications*, IEEE Press, 1992.

R. D MIDDLEBROOK AND S. ĆUK, «A New Optimum Topology Switching dc-to-dc Converter», *IEEE Power Electronics Specialists Conferente (PESC) Record*, 1977.

R. D. MIDDLEBROOK AND S. ĆUK, *Advances in Switched-Mode Power Conversion*, Vols.I y II, TESLAco, 490 S. Rosemead Blvd., Suite 6, Pasadena, CA 91107, 1981.

A. I. PRESSMAN, *Switching Power Supply Desing*, McGraw-Hill, 1991.

R. P. SEVERNS y G. BLOOM, *Modern DC-to-DC Switchmode Power Converter Circuits*, Van Nostrand Reinhold, 1985.

K. KIT SUM, *Switch-Mode Power Conversion: Basic Theory and Design*, Marcel Dekker, 1984.

PSpice Reference Manual, MicroSim Corp., Irvine, Calif.

V. VORPERIAN, «Simplified Analysis of PWM Converters using Model of PWM Switch», *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, May 1990.

PROBLEMAS

Convertidores lineales

6.1. ¿Cuál es la relación V_o/V_s y la eficiencia del convertidor lineal descrito en la Sección 6.1?

6.2. Una fuente de continua debe reducir el nivel de tensión de una fuente de 100 V a 30 V. La potencia de salida es 100 W.

(a) Determine el rendimiento del convertidor lineal de la Figura 6.1 cuando lo utilicemos en esta aplicación.
(b) ¿Cuánta energía se pierde en el transistor en un año?
(c) ¿Cuánto cuesta la energía perdida en un año (realice los cálculos utilizando las tarifas locales)?

Convertidor conmutado básico

6.3. El convertidor CC-CC básico de la Figura 6.2a utiliza una fuente de 100 V y una resistencia de carga de 10 Ω. El ciclo de trabajo del conmutador es $D = 0{,}6$ y la frecuencia de conmutación es de 1 kHz. Determine

(a) La tensión media en la carga.
(b) La tensión eficaz en la carga.
(c) La potencia media absorbida por la carga. ¿Qué sucedería si se aumentase la frecuencia de conmutación a 2 kHz?

Convertidor reductor

6.4. El convertidor reductor de la Figura 6.3a presenta los siguientes parámetros: $V_s = 24$ V, $D = 0{,}65$, $L = 250$ μH, $C = 75$ μF y $R = 10$ Ω. La frecuencia de conmutación es de 25 kHz. Determine

(a) La tensión de salida.
(b) Las corrientes máxima y mínima en la bobina.
(c) El rizado de la tensión de salida.

6.5. El convertidor reductor de la Figura 6.3a presenta los siguientes parámetros: $V_s = 15$ V, $D = 0{,}6$, $L = 50$ μH, $C = 150$ μF y $R = 5$ Ω. La frecuencia de conmutación es de 50 kHz. Determine

(a) La tensión de salida.
(b) Las corrientes máxima y mínima en la bobina.
(c) El rizado de la tensión de salida.

6.6. El convertidor reductor de la Figura 6.3a presenta una entrada de 50 V y una salida de 25 V. La frecuencia de conmutación es de 10 kHz y la potencia de salida es de 125 W.

(a) Calcule el ciclo de trabajo.
(b) Calcule el valor de la inductancia que limite la corriente de pico en la bobina a 6,25 A.
(c) Calcule el valor de la capacidad que limite el rizado de la tensión de salida a un 0,5 %.

6.7. Un convertidor reductor presenta una entrada de 60 V y una salida de 25 V. La resistencia de carga es 9 Ω, la frecuencia de conmutación es de 20 kHz, $L = 1$mH y $C = 200$ μF.

(a) Calcule el ciclo de trabajo.
(b) Calcule las corrientes media, de pico y eficaz en la bobina.
(c) Calcule la corriente media de la fuente.
(d) Calcule las corrientes de pico y media en el diodo.

6.8. El convertidor reductor de la Figura 6.3a presenta las tensiones $V_s = 30$ V y $V_o = 20$ V y una frecuencia de conmutación de 40 kHz. La potencia de salida es de 25 W. Determine el tamaño de la bobina para que la corriente mínima en la misma sea el 25 % de la corriente media en la bobina.

6.9. Un convertidor reductor presenta una tensión de entrada que varía entre 50 y 60 V y una carga que varía entre 75 y 125 W. La tensión de salida es 20 V. Calcule la inductancia mínima que proporcione corriente permanente en todos los modos de operación para una frecuencia de conmutación de 20 kHz.

6.10. Diseñe un convertidor reductor de manera que la tensión de salida sea 28 V cuando la entrada sea 48 V. El valor de la carga es de 8 Ω y la corriente en la bobina es permanente. El rizado de la tensión de salida no deberá superar el 0,5 %. Especifique la frecuencia de conmutación y el valor de cada uno de los componentes, suponiendo que éstos son ideales.

6.11. Especifique el valor de la tensión y de la corriente para cada uno de los componentes del diseño del Problema 6.10.

6.12. Diseñe un convertidor reductor que produzca una salida de 15 V a partir de una fuente de 24 V. El valor de la carga es de 2 A, y la corriente en la bobina es permanente. Especifique la frecuencia de conmutación y el valor de cada uno de los componentes, suponiendo que éstos son ideales.

6.13. Diseñe un convertidor reductor que presente una salida de 12 V a partir de una entrada de 18 V. La potencia de salida es de 10 W. El rizado de la tensión de salida no deberá superar los 100 mV pico a pico. Especifique el ciclo de trabajo, la frecuencia de conmutación y los valores de la bobina y el condensador. Suponga que la corriente en la bobina es permanente y que los componentes son ideales.

6.14. La tensión v_x de la Figura 6.3a para el convertidor reductor con corriente de bobina permanente es la forma de onda pulsante de la Figura 6.2c. La serie de Fourier de esta forma de onda presenta un término de continua V_sD. La frecuencia fundamental de los términos de alterna es igual a la frecuencia de conmutación, y las amplitudes vienen dadas por la siguiente ecuación

$$V_n = \left(\frac{\sqrt{2}V_s}{n\pi}\right)\sqrt{1 - \cos(2\pi nD)} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Determine la amplitud del primer término de alterna de la serie de Fourier correspondiente a la tensión en la carga, para el convertidor reductor mostrado en el Ejemplo 6.1, utilizando el análisis de circuitos de alterna. Compare este resultado con el rizado pico a pico de la tensión determinado en el ejemplo. Comente los resultados.

Convertidor elevador

6.15. El convertidor elevador de la Figura 6.6 presenta los siguientes parámetros: $V_s = 20$, $D = 0{,}6$, $R = 12{,}5\ \Omega$, $L = 65\ \mu$H, $C = 200\ \mu$F y la frecuencia de conmutación = 40 kHz.

(a) Calcule la tensión de salida.
(b) Calcule las corrientes media, máxima y mínima en la bobina.
(c) Calcule el rizado de la tensión de salida.
(d) Determine la corriente media en el diodo.

6.16. Un convertidor elevador presenta una entrada de 5 V y una salida de 20 W a 15 V. La corriente mínima en la bobina no debe ser menor que el 50 % de la media. El rizado de la tensión de salida debe ser menor que un 1 %. La frecuencia de conmutación es de 30 kHz. Determine el ciclo de trabajo, el valor mínimo de la bobina y el valor mínimo del condensador.

6.17. Dibuje la corriente en la bobina y en el condensador del convertidor elevador del Problema 6.15. Determine los valores eficaces de estas corrientes.

6.18. Diseñe un convertidor elevador que presente una salida de 36 V utilizando un generador de 24 V. La carga es de 50 W. El rizado de la tensión de salida deberá ser menor del 0,5 %. Especifique el ciclo de trabajo, la frecuencia de conmutación, el tamaño de la bobina y el valor eficaz de la corriente, y el tamaño del condensador y su corriente eficaz. Suponga que la corriente es permanente y que los componentes son ideales.

6.19. Se ha calculado el rizado de la tensión de salida del convertidor elevador suponiendo que la corriente en el condensador era constante cuando el diodo estaba al corte. En realidad, la corriente es una función exponencial que decrece con la constante de tiempo *RC*. Determine la variación de la tensión de salida cuando el conmutador del Ejemplo 6.3 está cerrado, calculando la caída de tensión en el circuito R-C, Compare el resultado con el obtenido utilizando la Ecuación 6.27.

Convertidor reductor-elevador

6.20. El convertidor elevador en oposición de la Figura 6.8 presenta los siguientes parámetros: $V_s = 12$ V, $D = 0{,}6$, $R = 10\ \Omega$, $L = 50\ \mu$H, $C = 200\ \mu$F y la frecuencia de conmutación = 40 kHz.

(a) Determine la tensión de salida.
(b) Determine las corrientes media, máxima y mínima en la bobina.
(c) Determine el rizado de la tensión de salida.

6.21. Dibuje la corriente en la bobina y en el condensador del convertidor reductor-elevador del Problema 6.20. Determine los valores eficaces de estas corrientes.

6.22. El convertidor reductor-elevador de la Figura 6.8 presenta las tensiones $V_s = 24$ V, $V_o = -36$ V y una resistencia de carga de 10 Ω. Si la frecuencia de conmutación es de 60 kHz,

(a) Determine la inductancia de manera que la corriente mínima sea un 40 % de la media.
(b) Determine la capacidad necesaria para limitar el rizado de la tensión de salida a un 0,5 %.

6.23. Diseñe un convertidor reductor-elevador que entregue una carga de 75 W a 50 V utilizando una fuente de 40 V. El rizado de salida no deberá ser superior al 1 %. Especifique el ciclo de trabajo, la frecuencia de conmutación, el tamaño de la bobina y el tamaño de condensador.

6.24. Diseñe un convertidor CC-CC que produzca una salida de 15 V utilizando un generador cuya tensión varíe entre 12 V y 18 V. La carga es una resistencia de 15 Ω.

Convertidor Ćuk

6.25. El convertidor Ćuk de la Figura 6.10a presenta los siguientes parámetros: $V_s = 12$ V, $D = 0{,}6$, $L_1 = 2$ mH, $L_2 = 1$ mH, $C_1 = C_2 = 25\ \mu$F, $R = 12\ \Omega$ y la frecuencia de conmutación = 25 kHz. Determine la tensión de salida, las corrientes medias en L_1 y L_2 y la variación pico a pico de las corrientes en las bobinas.

6.26. El convertidor Ćuk de la Figura 6.10a presenta una entrada de 20 V y produce 1 A en la salida a 10 V. La frecuencia de conmutación es de 20 kHz. Determine los valores de L_1 y L_2 de manera que la variación pico a pico de las corrientes que las atraviesan sea menor del 10 % del valor de la corriente media.

6.27. Diseñe un convertidor Ćuk que presente una entrada de 25 V y una salida de −30 V. La carga es de 60 W. Especifique el ciclo de trabajo, la frecuencia de conmutación, los valores de las bobinas y los valores de los condensadores. La variación máxima de la corriente en las bobinas debe ser un 20 % de las corrientes medias. El rizado en C_1 debe ser menor que un 5 % y el rizado de la tensión de salida debe ser menor que el 1 %.

Efectos no ideales

6.28. **(a)** El valor de la resistencia equivalente en serie del condensador del Ejemplo 6.2 es de 0,5 Ω. Calcule de nuevo el rizado de la tensión de salida.

(b) Calcule de nuevo la capacidad necesaria para limitar el rizado de la tensión de salida al 0,5 % si la resistencia equivalente en serie del condensador viene dada por $r_C = 50(10)^{-6}/C$.

6.29. Para un convertidor elevador con una bobina no ideal, genere una familia de curvas V_o/V_s similar a la mostrada en la Figura 6.11a para $r_L/R = 0{,}1,\ 0{,}3,\ 0{,}5$ y $0{,}7$.

6.30. El convertidor elevador del Ejemplo 6.3 presenta un condensador con una resistencia equivalente en serie de 0,6 Ω. Los demás parámetros son iguales. Calcule el rizado de la tensión de salida.

6.31. En la Ecuación 6.52 se expresa la tensión de salida de un convertidor reductor en función de la entrada, del ciclo de trabajo y de las caídas de tensión en el conmutador no ideal y del diodo. Deduzca una expresión para la salida de un convertidor reductor-elevador con un conmutador y un diodo no ideales.

Corriente discontinua

6.32. El convertidor reductor del Ejemplo 6.2 se diseñó utilizando una carga de 10 Ω.

(a) ¿Cuál es la limitación de la resistencia de carga para el funcionamiento en corriente permanente?

(b) ¿Cuál sería el rango de la tensión de salida para una resistencia de carga que varíe entre 5 y 20 Ω?

(c) Diseñe de nuevo el convertidor de manera que la corriente en la bobina sea permanente para una resistencia de carga que varíe entre 5 y 20 Ω.

6.33. El convertidor reductor del Ejemplo 6.3 se diseñó utilizando una carga de 50 Ω.

(a) ¿Cuál es la limitación de la resistencia de carga para el funcionamiento en corriente permanente?

(b) ¿Cuál sería el rango de la tensión de salida para una resistencia de carga que varíe entre 25 y 100 Ω?

(c) Diseñe de nuevo el convertidor de manera que la corriente en la bobina sea permanente para una resistencia de carga que varíe entre 25 y 100 Ω.

6.34. En la Sección 6.9 se describe el funcionamiento de los convertidores reductores y elevadores, con corriente discontinua. Deducir una expresión para la tensión de salida de un convertidor reductor-elevador cuando opere en el modo de corriente discontinua.

PSpice

6.35. Simule el convertidor reductor del Ejemplo 6.9 utilizando como interruptor MOSFET IRF150 de la biblioteca de dispositivos de PSpice. Utilice un circuito excitador de puerta ideal, con un generador de pulsos y baja resistencia. Utilice el modelo de diodo predeterminado. Utilice Probe para representar $p(t)$ en función de t para el interruptor, en condiciones de funcionamiento de régimen permanente. Determine la pérdida media de potencia en el conmutador.

6.36. Simule el convertidor reductor del Ejemplo 6.1 utilizando PSpice.

(a) Utilice un interruptor ideal y un diodo ideal. Determine el rizado de la tensión de salida. Compare los resultados obtenidos utilizando PSpice con los resultados analíticos del Ejemplo 6.1.

(b) Determine la tensión de salida y el rizado en régimen permanente utilizando un interruptor con una resistencia de conducción de 2 Ω y el modelo de diodo predeterminado.

6.37. Demostrar que los circuitos equivalentes para los modelos promediados de PSpice de la Figura 6.21 cumplen las relaciones de entrada-salida entre la tensión y la corriente medias para cada uno de los convertidores.

6.38. Utilice PSpice para simular el convertidor Ćuk del Ejemplo 6.5. Verifique que el diseño cumple las especificaciones.

7 FUENTES DE ALIMENTACIÓN DE CORRIENTE CONTINUA

7.1. INTRODUCCIÓN

La principal desventaja de los convertidores CC-CC descritos en el capítulo anterior es la conexión eléctrica entre la entrada y la salida. Si la fuente de la entrada está conectado a masa, esa misma masa estará presente en la salida. Una manera de aislar galvánicamente la salida de la entrada es utilizar un transformador. Si la primera etapa del convertidor CC-CC rectifica tensión alterna pasándola a continua, se puede utilizar un transformador en la parte de alterna. Sin embargo, no todas las aplicaciones requieren una conversión CA-CC en la primera etapa. Además, los transformadores que operan a baja frecuencia (50-60 Hz) precisan un núcleo magnético muy grande, por lo que son relativamente pesados, voluminosos y caros.

Un método más eficaz para aislar eléctricamente la entrada y la salida de un convertidor CC-CC es utilizar un transformador como parte del circuito en conmutación. La frecuencia de conmutación es mucho mayor que la frecuencia de la CA de la red eléctrica, por lo que se puede utilizar un transformador pequeño. Además, la relación de vueltas del transformador proporcionará una mayor flexibilidad de diseño a la hora de fijar la relación global entre la entrada y la salida del convertidor. Podemos diseñar convertidores conmutados utilizando transformadores con múltiples devanados para producir múltiples tensiones de salida.

7.2. MODELOS DE TRANSFORMADORES

Los transformadores tienen dos funciones básicas: proporcionar aislamiento galvánico e incrementar o reducir tensiones y corrientes variables en el tiempo. En la Figura 7.1a se muestra un

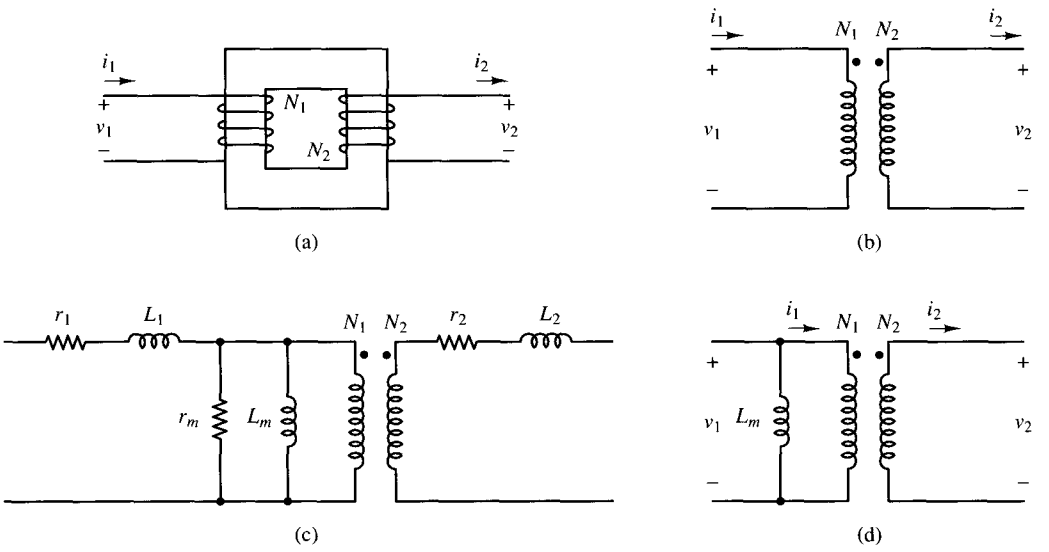


Figura 7.1. (a) Transformador. (b) Modelo ideal. (c) Modelo completo. (d) Modelo utilizado en la mayoría de los circuitos electrónicos de potencia.

transformador de dos devanados. En la Figura 7.1b se muestra el modelo de un transformador ideal, que presenta las siguientes relaciones entre la entrada y la salida

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}$$
$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}. \tag{7.1}$$

Se utilizan puntos para indicar la polaridad relativa entre los dos devanados. Cuando la tensión en el terminal indicado por un punto en un devanado es positiva, la tensión en el terminal indicado por un punto del otro devanado también es positiva. Cuando la corriente entra por el terminal indicado por un punto en un devanado, la corriente sale por el terminal indicado por un punto del otro devanado.

En la Figura 7.1c se muestra un modelo de transformador más completo. Las resistencias r_1 y r_2 representan la resistencia de los conductores, L_1 y L_2 representan las inductancias de dispersión de los devanados, L_m representa la inductancia magnetizante y r_m representa las pérdidas en el núcleo. Se incluye el transformador ideal en este modelo para representar la transformación de la tensión y la corriente entre el primario y el secundario.

En algunas aplicaciones de este capítulo, la representación del transformador ideal es suficiente para llevar a cabo un análisis preliminar de un circuito. En el modelo ideal, suponemos que los elementos en serie son nulos y que los elementos en paralelo son infinitos. Para obtener una mejor aproximación en las aplicaciones de fuentes de alimentación se incluirá la inductancia magnetizante L_m como se muestra en la Figura 7.1d. El valor de L_m es un parámetro de diseño importante para el convertidor de retroceso o flyback.

Las inductancias de fugas L_1 y L_2 no suelen ser cruciales para el funcionamiento general de los circuitos electrónicos de potencia descritos en este capítulo, pero son importantes cuando se

consideran los transitorios de conmutación. Observe que, en las aplicaciones de equipos conectados a la red de alterna, la inductancia de dispersión suele ser el parámetro de diseño más importante. Para el funcionamiento de un circuito transformador con tensiones y corrientes en régimen permanente, el flujo magnético en el núcleo debe retornar a su valor inicial al final de cada periodo de conmutación. En caso contrario, el flujo aumentará en el núcleo, pudiendo llegar a provocar la saturación. Un núcleo saturado no puede soportar tensión en bornas de un devanado del transformador y esto hará que las corrientes del dispositivo sobrepasen los límites de diseño del circuito.

7.3. EL CONVERTIDOR FLYBACK

El circuito de flyback de la Figura 7.2a es un convertidor CC-CC que aísla la entrada de la salida. En un primer análisis, la Figura 7.2b muestra el modelo de transformador que incluye la inductancia magnetizante L_m, como en la Figura 7.1d. Los efectos de las pérdidas y las inductancias de fugas son importantes al considerar el comportamiento en conmutación y la protección, pero es más sencillo comprender la operación global del circuito utilizando este modelo de transformador simplificado. Observe la polaridad de los devanados del transformador en la Figura 7.2.

Para el análisis del circuito, se realizarán las siguientes suposiciones:

1. El condensador de la salida es muy grande, por lo que la tensión de salida es una constante V_o.
2. El circuito opera en régimen permanente, por lo que todas las tensiones y corrientes son periódicas, y comienzan y terminan en los mismos puntos en cada periodo de conmutación.
3. El ciclo de trabajo del conmutador es D, y estará cerrado un tiempo DT y abierto el resto del tiempo, $(1 - D)T$.
4. El interruptor y el diodo son ideales.

El funcionamiento básico del convertidor flyback es similar al del convertidor reductor-elevador descrito en el capítulo anterior. La energía se almacena en L_m cuando el interruptor está cerrado y se entrega a la carga cuando está abierto. Analizaremos el circuito en las dos posiciones del interruptor para hallar la relación entre la entrada y la salida.

Análisis con el interruptor cerrado

En el lado del transformador correspondiente a la fuente (Figura 7.2c),

$$v_1 = V_s = L_m \frac{di_{L_m}}{dt}$$

$$\frac{di_{L_m}}{dt} = \frac{\Delta i_{L_m}}{\Delta t} = \frac{\Delta i_{L_m}}{DT} = \frac{V_s}{L_m}.$$

Calculamos la variación de corriente en la inductancia magnetizante del transformador,

$$(\Delta i_{L_m})_{\text{cerrado}} = \frac{V_s DT}{L_m}. \tag{7.2}$$

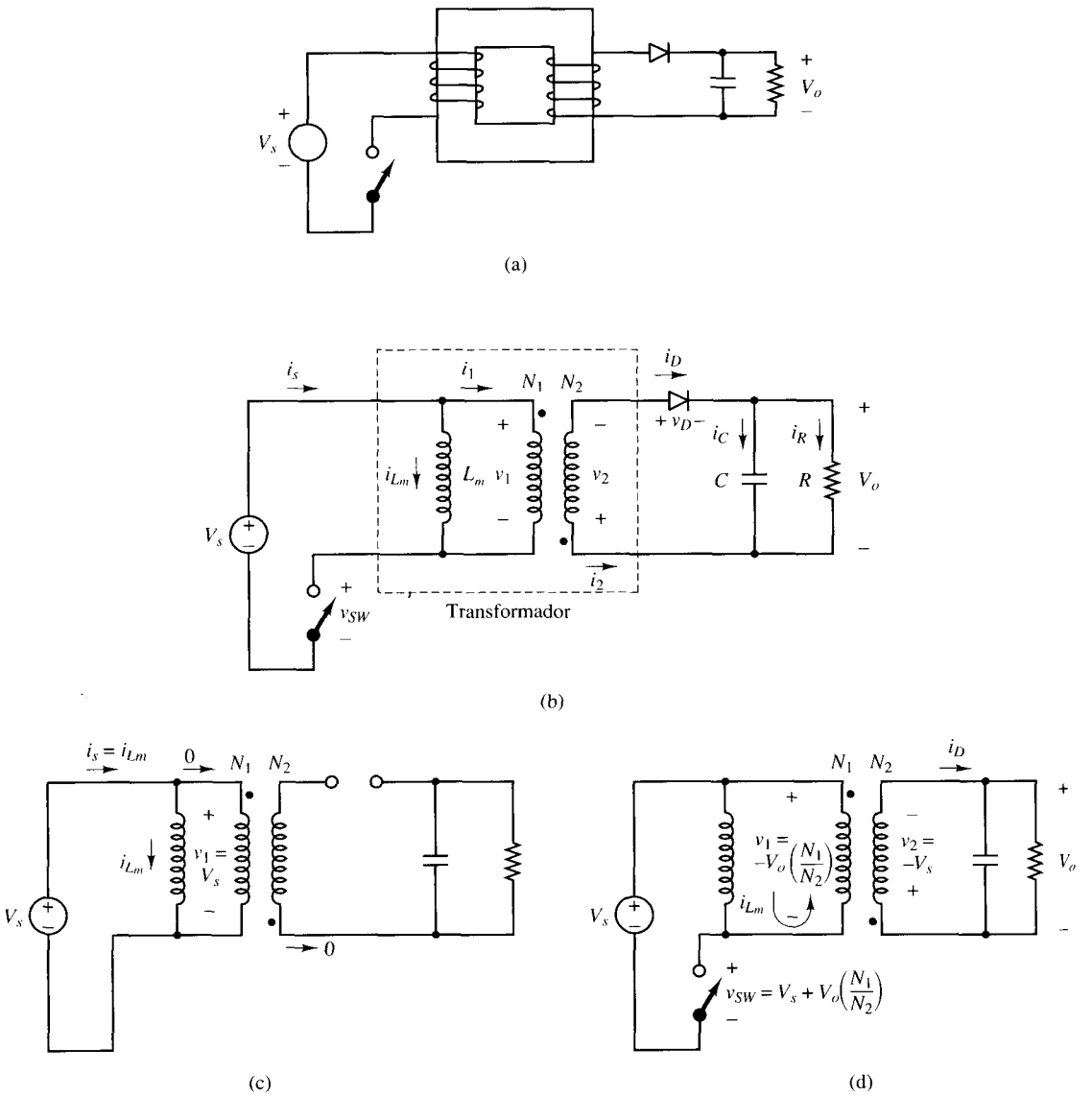


Figura 7.2. (a) Convertidor flyback. (b) Circuito equivalente con un modelo de transformador que incluye la inductancia magnetizante. (c) Circuito equivalente con el interruptor activado. (d) Circuito equivalente con el interruptor desactivado.

En el lado del transformador correspondiente a la carga,

$$v_2 = v_1\left(\frac{N_2}{N_1}\right) = V_s\left(\frac{N_2}{N_1}\right)$$

$$v_D = -V_o - V_s\left(\frac{N_2}{N_1}\right) < 0$$

$$i_2 = 0 \qquad i_1 = 0.$$

Dado que el diodo está al corte, $i_2 = 0$, por lo que $i_1 = 0$. Por tanto, cuando el interruptor está cerrado, la corriente aumenta linealmente en la inductancia magnetizante L_m y no fluye corriente por los devanados del transformador ideal en el modelo. Recuerde que, en el transformador real, esto significa que la corriente aumenta linealmente en el devanado primario y no fluirá corriente por el devanado del secundario.

Análisis con el interruptor abierto

Cuando se abre el interruptor (Figura 7.2d), la corriente no puede variar instantáneamente en la inductancia L_m, por lo que el camino de conducción debe ser a través del devanado primario del transformador ideal. La corriente i_{L_m} entra en el terminal sin punto del primario y sale por el terminal sin punto del secundario. Esto es posible porque la corriente en el diodo es positiva. Suponiendo que la tensión de salida permanece constante con un valor V_o, la tensión en el secundario del transformador v_2 será $-V_o$. La tensión en el secundario se transforma hacia el primario, por lo que la tensión en L_m será

$$v_1 = -V_o \frac{N_1}{N_2}.$$

Las tensiones y las corrientes cuando el interruptor está abierto son

$$v_2 = -V_o$$

$$v_1 = v_2 \frac{N_1}{N_2} = -V_o \frac{N_1}{N_2}$$

$$L_m \frac{di_{L_m}}{\mathrm{dt}} = v_1 = -V_o \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{di_{L_m}}{dt} = \frac{\Delta i_{L_m}}{\Delta t} = \frac{\Delta i_{L_m}}{(1-D)T} = \frac{-V_o}{L_m} \frac{N_1}{N_2}.$$

Calculamos la variación de corriente en la inductancia magnetizante del transformador cuando el interruptor está abierto,

$$\Delta i_{L_m \text{ abierto}} = \frac{-V_o(1-D)T}{L_m} \frac{N_1}{N_2}. \tag{7.3}$$

Como la variación neta de corriente en la bobina debe ser cero en un periodo cuando se opera en régimen permanente, obtendremos las siguientes expresiones utilizando las ecuaciones 7.2 y 7.3

$$\Delta i_{L_m \text{ cerrado}} + \Delta i_{L_m \text{ abierto}} = 0$$

$$\frac{V_s DT}{L_m} - \frac{V_o(1-D)T}{L_m} \frac{N_1}{N_2} = 0.$$

Despejando V_o,

$$\boxed{V_o = V_s \frac{D}{1-D} \frac{N_2}{N_1}.} \tag{7.4}$$

Observe que la relación entre la entrada y la salida del convertidor flyback es similar a la del convertidor reductor-elevador, pero incluye un término adicional para la relación de transformación.

Cuando el interruptor está abierto, también resulta interesante calcular las siguientes corrientes y tensiones

$$\begin{aligned} i_D &= -i_1\left(\frac{N_1}{N_2}\right) = i_{L_m}\left(\frac{N_1}{N_2}\right) \\ v_{Sw} &= V_s - v_1 = V_s + V_o\left(\frac{N_1}{N_2}\right) \\ i_R &= \frac{V_o}{R} \\ i_C &= i_D - i_R = i_{L_m}\left(\frac{N_1}{N_2}\right) - \frac{V_o}{R}. \end{aligned} \tag{7.5}$$

Observe que v_{Sw}, la tensión en el interruptor abierto, es mayor que la tensión de la fuente. Por ejemplo, si la tensión de salida es igual a la entrada y la relación de vueltas es la unidad, la tensión en el interruptor será el doble de la tensión de la fuente. En la Figura 7.3 se muestran las corrientes del circuito.

La potencia absorbida por la resistencia de carga debe ser igual que la entregada por la fuente en el caso ideal, por lo que

$$P_s = P_o$$

o

$$V_s I_s = \frac{V_o^2}{R}. \tag{7.6}$$

La siguiente es la relación entre la corriente media de la fuente I_s y la corriente media en la inductancia magnetizante

$$I_s = \frac{(I_{L_m})DT}{T} = (I_{L_m})D. \tag{7.7}$$

Sustituyendo I_s en la Ecuación 7.6 y despejando I_{L_m},

$$\begin{aligned} V_s I_{L_m} D &= \frac{V_o^2}{R} \\ \mathrm{I}_{L_m} &= \frac{V_o^2}{V_s D R}. \end{aligned} \tag{7.8}$$

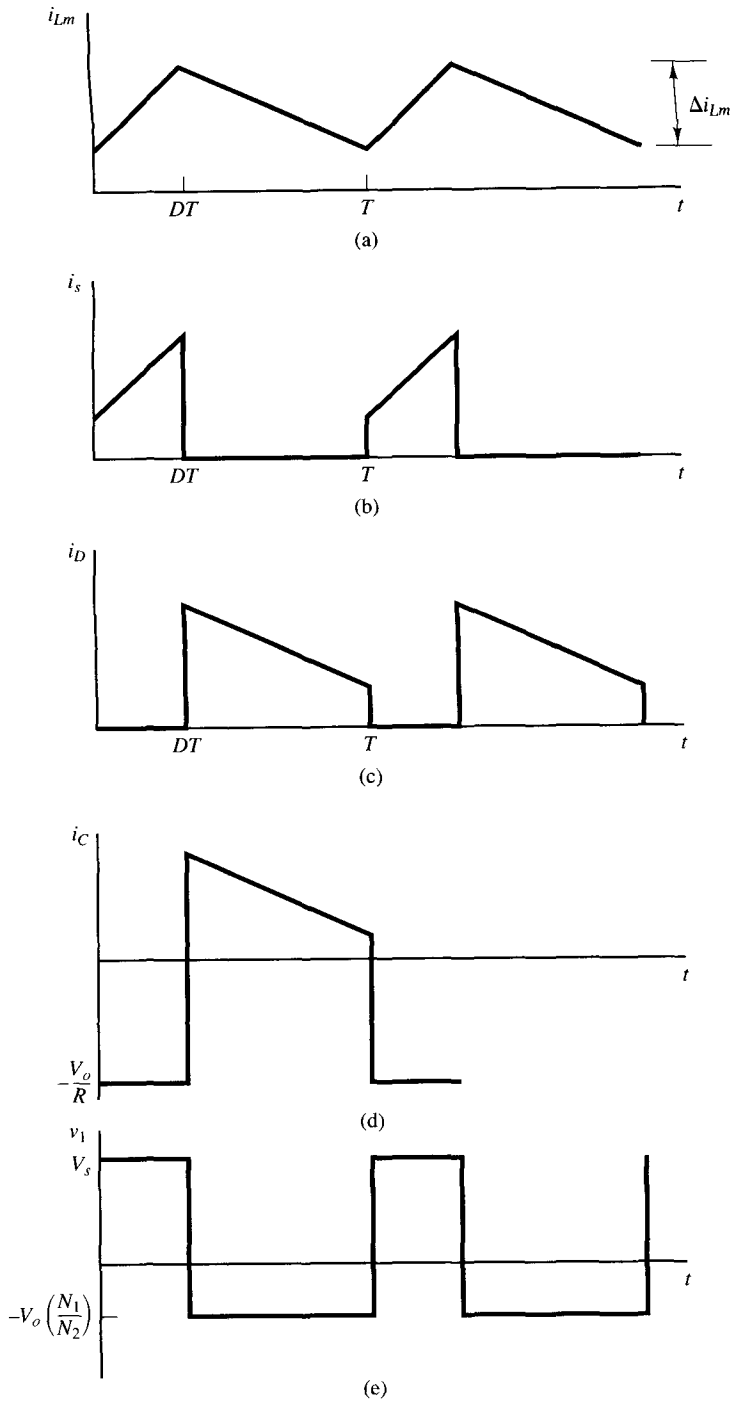


Figura 7.3. Formas de onda de corriente y tensión del convertidor flyback.

Usando la Ecuación 7.4 para V_s, la corriente media en la bobina se expresa como:

$$I_{L_m} = \frac{V_s D}{(1-D)^2 R}\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 = \frac{V_0}{(1-D)R}\left(\frac{N_2}{N_1}\right). \tag{7.9}$$

Los valores máximo y mínimo de la corriente en la bobina se obtienen utilizando las ecuaciones 7.9 y 7.2:

$$\begin{aligned} I_{L_m,\,\max} &= I_{L_m} + \frac{\Delta i_{L_m}}{2} \\ &= \frac{V_s D}{(1-D)^2 R}\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 + \frac{V_s DT}{2L_m} \end{aligned} \tag{7.10}$$

$$\begin{aligned} I_{L_m,\,\min} &= I_{L_m} - \frac{\Delta i_{L_m}}{2} \\ &= \frac{V_s D}{(1-D)^2 R}\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 - \frac{V_s DT}{2L_m}. \end{aligned} \tag{7.11}$$

El funcionamiento en corriente permanente requiere que $I_{L_m,\,\text{mín}} > 0$ en la Ecuación 7.11. En el límite entre la corriente permanente y discontinua, se cumple que

$$I_{L_m,\,\text{mín}} = 0$$

$$\frac{V_s D}{(1-D)^2 R}\left(\frac{N_2}{N_1}\right) = \frac{V_s DT}{2L_m} = \frac{V_s D}{2L_m f}$$

siendo f la frecuencia de conmutación. Resolviendo para hallar el valor mínimo de L_m que permita que la corriente sea permanente,

$$\boxed{(L_m)_{\text{mín}} = \frac{(1-D)^2 R}{2f}\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2.} \tag{7.12}$$

La configuración de salida del convertidor flyback es la misma que la del convertidor reductor-elevador, por lo que el rizado de la tensión de salida de los dos convertidores también será la misma:

$$\boxed{\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{D}{RCf}.} \tag{7.13}$$

Ejemplo 7.1. Convertidor flyback

El convertidor flyback de la Figura 7.2 presenta los siguientes parámetros:

$$V_s = 24 \text{ V}$$

$N_1/N_2 = 3{,}0$

$L_m = 500\ \mu\text{H}$

$R = 5\ \Omega$

$C = 200\ \mu\text{F}$

$f = 40\ \text{kHz}$

$V_o = 5\ \text{V}.$

Determine (a) el ciclo de trabajo, D; (b) los valores medio, máximo y mínimo de la corriente en L_m y (c) el rizado de la tensión de salida.

Solución. **(a)** Sustituyendo en la Ecuación 7.4

$$V_o = V_s\left(\frac{D}{1-D}\right)\left(\frac{N_2}{N_1}\right)$$

$$5 = 24\left(\frac{D}{1-D}\right)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$D = 0{,}385$$

(b) La corriente media en L_m se calcula utilizando la Ecuación 7.8:

$$I_{L_m} = \frac{V_o^2}{V_s DR} = \frac{5^2}{(24)(0{,}385)(5)} = 540\ \text{mA}.$$

Podemos calcular la variación de corriente i_{L_m} utilizando la Ecuación 7.2:

$$\Delta i_{L_m} = \frac{V_s D}{L_m f} = \frac{(24)(0{,}385)}{500(10)^{-6}(40.000)} = 460\ \text{mA}.$$

A continuación hallamos las corrientes máxima y mínima en la bobina

$$I_{L_m,\,\text{máx}} = I_{L_m} + \frac{\Delta i_{L_m}}{2} = 540 + \frac{460}{2} = 770\ \text{mA}$$

$$I_{L_m,\,\text{mín}} = I_{L_m} - \frac{\Delta i_{L_m}}{2} = 540 - \frac{460}{2} = 310\ \text{mA}.$$

También se pueden utilizar directamente las Ecuaciones 7.10 y 7.11, obtenidas a partir del cálculo anterior, para hallar las corrientes máxima y mínima. Observe que cuando $I_{L_m,\,\text{mín}}$ es positiva, se verifica que la corriente en L_m es permanente.

(c) El rizado de la tensión de salida se calcula utilizando la Ecuación 7.13:

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{D}{RCf} = \frac{0{,}385}{(5)(200(10)^{-6})(40.000)} = 0{,}0096 = 0{,}96\,\%.$$

Ejemplo 7.2. Diseño de un convertidor flyback en modo de corriente permanente

Diseñe un convertidor flyback que produzca una salida de 32 V a partir de una entrada de 24 V. La resistencia de carga es de 20 Ω. Realice el diseño para que fluya corriente permanentemente por la

inductancia magnetizante del transformador. La corriente mínima en la inductancia magnetizante debe ser un 20 % de la corriente media. El rizado de la tensión de salida debe ser inferior a un 1 %. Calcule la relación de vueltas del transformador y el valor de la inductancia magnetizante, la frecuencia de conmutación, el ciclo de trabajo del interruptor y el condensador de la salida, suponiendo que todos los componentes son ideales.

Solución. La tensión de salida se calcula utilizando D y N_1/N_2 (Ecuación 7.4). Se supone que $N_1/N_2 = 1/2$. El ciclo de trabajo se halla despejando el valor de D en la Ecuación 7.4:

$$D = \frac{1}{\left(\frac{V_s}{V_o}\right)\left(\frac{N_2}{N_1}\right) + 1} = \frac{1}{\left(\frac{24}{32}\right)(2) + 1} = 0{,}4.$$

Para calcular la corriente media en L_m se utiliza la Ecuación 7.9:

$$I_{L_m} = \frac{V_o^2}{V_s DR} = \frac{(32)^2}{(24(0{,}4)(20)} = 5{,}33 \text{ A}.$$

El valor especificado de la corriente mínima en la bobina es el 20 % de 5,33, es decir 1,07 A. Si se supone que la frecuencia de conmutación es 30 kHz, superior al rango auditivo, se puede calcular el valor de la inductancia magnetizante utilizando la Ecuación 7.11, con lo que se obtiene $L_m = 37{,}5$ μH.

La especificación del rizado de la tensión de salida determina el valor del condensador. Utilizando la Ecuación 7.13 se obtiene

$$C \geqslant \frac{D}{R\left(\frac{\Delta V_o}{V_o}\right)f} = \frac{0{,}4}{(20)(0{,}01)(30.000)} = 66{,}7 \ \mu\text{F}.$$

Se ha seleccionado arbitrariamente la relación de vueltas del transformador y la frecuencia de conmutación, siendo posible emplear muchas otras combinaciones.

Modo de corriente discontinua en el convertidor flyback

En el modo de corriente discontinua del convertidor flyback, la corriente del transformador aumenta linealmente cuando el interruptor está cerrado, al igual que sucedía en el modo de corriente permanente. Sin embargo, cuando el interruptor está abierto, la corriente en la inductancia magnetizante del transformador se anula antes del comienzo del siguiente ciclo de conmutación, como se muestra en la Figura 7.4. Cuando el interruptor está cerrado, el aumento de la corriente en la bobina viene dado por la Ecuación 7.2. Como el valor inicial de la corriente es cero, obtendremos el valor máximo utilizando también la Ecuación 7.2:

$$I_{L_m,\,\text{máx}} = \frac{V_s DT}{L_m} \tag{7.14}$$

Se puede obtener la tensión de salida en el modo de corriente discontinua analizando las relaciones de potencia del circuito. Si los componentes son ideales, la potencia entregada por la fuente de continua es igual a la potencia absorbida por la resistencia de carga. La

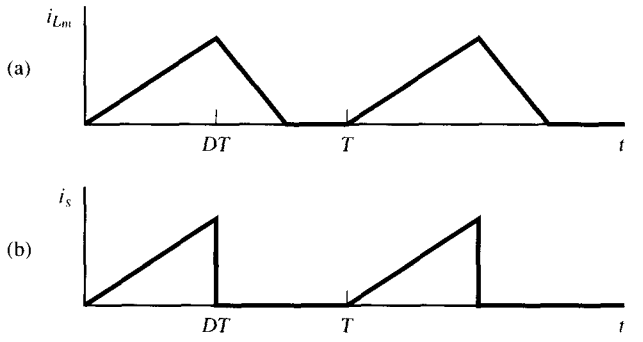


Figura 7.4. Corriente discontinua en el convertidor flyback.

potencia entregada por la fuente es igual a la tensión continua multiplicada por la corriente media de alimentación, y la potencia de carga es V_o^2/R:

$$\begin{aligned} P_s &= P_o \\ V_s I_s &= \frac{V_o^2}{R}. \end{aligned} \tag{7.15}$$

La corriente media de alimentación es igual al área situada bajo la forma de onda triangular de la Figura 7.4b, dividida por el periodo. De esta manera obtenemos

$$I_s = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{V_s DT}{L_m}\right)(DT)\left(\frac{1}{T}\right) = \frac{V_s D^2 T}{2L_m}. \tag{7.16}$$

Igualando la potencia del generador y la potencia de carga (Ecuación 7.15),

$$\frac{V_s^2 D^2 T}{2L_m} = \frac{V_o^2}{R}. \tag{7.17}$$

Calculando V_o cuando el convertidor flyback funciona en el modo de corriente discontinua,

$$\boxed{V_o = V_s D\sqrt{\frac{TR}{2L_m}} = V_s D\sqrt{\frac{R}{2L_m f}}.} \tag{7.18}$$

Ejemplo 7.3. Convertidor flyback, corriente discontinua

Se aumenta la resistencia de carga del convertidor flyback del Ejemplo 7.2 desde 20 Ω hasta 50 Ω. Demuestre que la corriente en la inductancia magnetizante es discontinua y calcule la tensión de salida.

Solución. Utilizando $L_m = 37{,}5$ μH, $f = 30$ kHz, $N_1/N_2 = 1/2$, $D = 0{,}4$ y $R = 50$ Ω, obtenemos la corriente $I_{L_m,\,\text{mín}} = -2{,}13$ A. Como no es posible que la corriente en L_m sea negativa, i_{L_m} debe ser discontinua. Utilizando la Ecuación 7.18 obtenemos

$$V_o = V_s D\sqrt{\frac{R}{2L_m f}} = (24)(0{,}4)\sqrt{\frac{50}{2(37{,}5)(10)^{-6}(30.000)}} = 45{,}3 \text{ V}.$$

La tensión de salida aumentará de 32 V a 45,3 V cuando la corriente en L_m es discontinua. Observe que la salida seguirá siendo de 32 V para todas las cargas que produzcan corriente permanente.

Resumen del funcionamiento del convertidor flyback

Cuando el interruptor del convertidor flyback de la Figura 7.2a está cerrado, la tensión de la fuente se presenta en bornas de la inductancia magnetizante del transformador, L_m y hace que i_{L_m} aumente linealmente. Además, mientras que el interruptor está cerrado, el diodo de la salida estará polarizado en inversa y el condensador de salida suministra la corriente de carga. Cuando el interruptor está abierto, se transfiere la energía almacenada en la inductancia magnetizante a la salida a través del transformador, polarizando el diodo en directa y entregando corriente a la carga y al condensador de la salida. La relación entre la tensión de entrada y la tensión de salida es igual a la del convertidor CC-CC elevador en oposición, pero incluye un factor que depende de la relación de vueltas.

7.4. EL CONVERTIDOR FORWARD

El convertidor directo o forward, que se muestra en la Figura 7.5a, es otro convertidor CC-CC acoplado magnéticamente. El periodo de conmutación es T, el interruptor estará cerrado un tiempo DT y abierto el resto del tiempo, $(1 - D)T$. Para el análisis del circuito se supondrá funcionamiento en régimen permanente y que la corriente en la inductancia L_x es permanente.

El transformador posee tres devanados: los devanados 1 y 2 transfieren la energía de la fuente a la carga cuando el interruptor está cerrado; el devanado 3 se usa para proporcionar un camino a la corriente magnetizante cuando el interruptor está abierto y reducirla a cero antes del inicio de cada periodo de conmutación. El transformador se modela como tres devanados ideales con una inductancia magnetizante L_m conectada en paralelo con el devanado 1. En este modelo de transformador simplificado, no se incluyen las pérdidas ni las inductancias de dispersión.

En el convertidor forward, la energía del generador se transfiere a la carga cuando el interruptor está cerrado. En el convertidor flyback, la energía se almacenaba en L_m cuando el conmutador estaba cerrado y era transferida a la carga cuando estaba abierto. En el convertidor directo, L_m es un parámetro no incluido en la relación entrada-salida, y se suele hacer grande su valor.

Análisis con el interruptor cerrado

En la Figura 7.5b se muestra el circuito equivalente del convertidor forward cuando el interruptor está cerrado. Al cerrarse el interruptor se establece una tensión en el devanado 1 del transformador, por lo que

$$\begin{aligned} v_1 &= V_s \\ v_2 &= v_1\left(\frac{N_2}{N_1}\right) = V_s\left(\frac{N_2}{N_1}\right) \\ v_3 &= v_1\left(\frac{N_3}{N_1}\right) = V_s\left(\frac{N_3}{N_1}\right) \end{aligned} \tag{7.19}$$

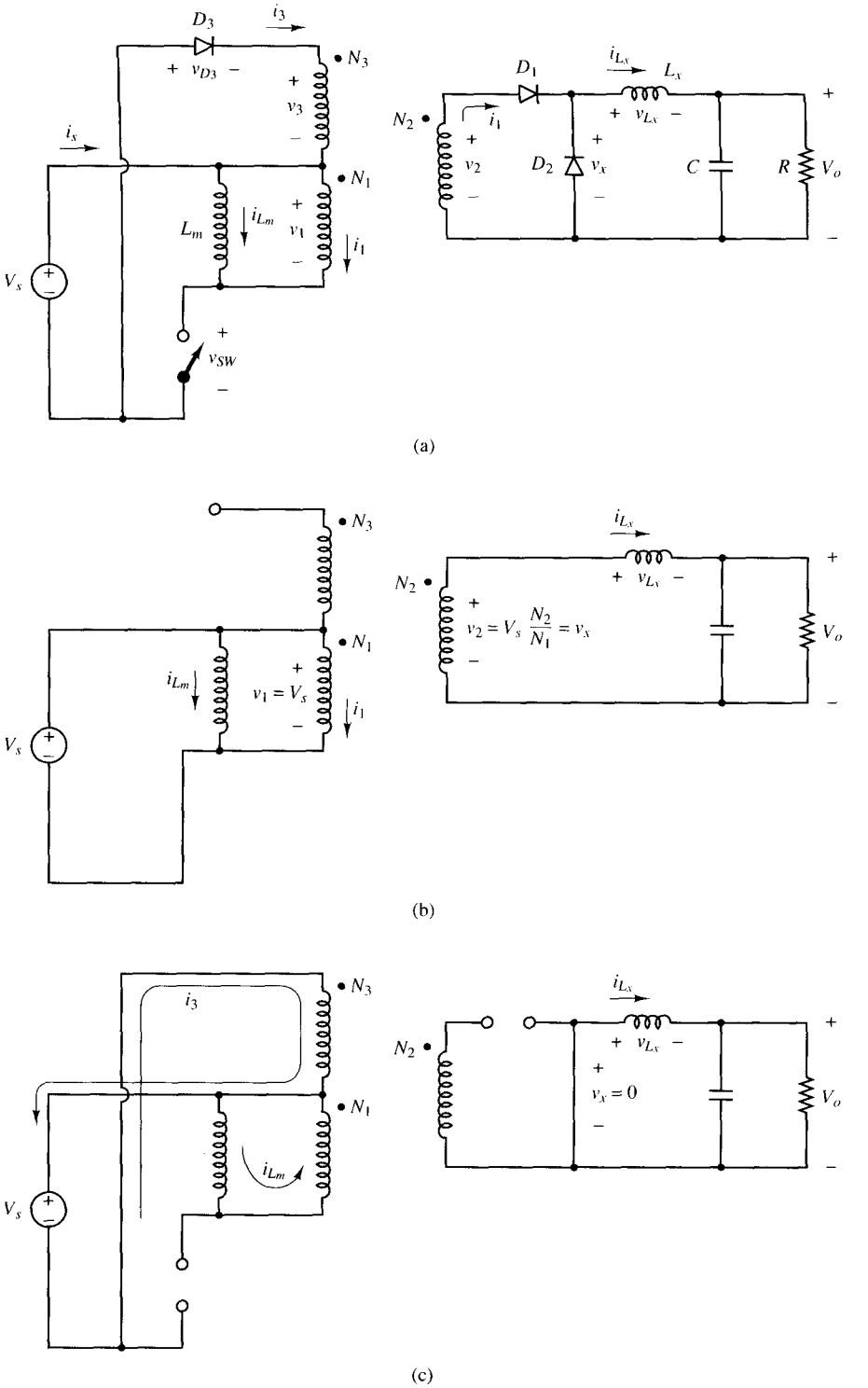


Figura 7.5. (a) Convertidor CC-CC forward. (b) Circuito equivalente con el interruptor cerrado. (c) Circuito equivalente con el interruptor abierto.

La corriente en L_m deberá anularse antes del inicio del siguiente periodo, para desmagnetizar el núcleo del transformador. Cuando se abre el interruptor, la Ecuación 7.26 indica que la corriente i_{L_m} decrece linealmente. Como D_3 impide que la corriente i_{L_m} se haga negativa, la Ecuación 7.26 será válida siempre que i_{L_m} sea positiva. Utilizando la Ecuación 7.26 obtenemos

$$\frac{\Delta i_{L_m}}{\Delta t} = -\frac{V_s}{L_m}\left(\frac{N_1}{N_3}\right). \tag{7.27}$$

Para que la corriente i_{L_m} se anule una vez abierto el interruptor, la disminución de corriente debe ser igual al incremento de la corriente indicado en la Ecuación 7.20. Si el tiempo necesario para que la corriente i_{L_m} de pico se anule es ΔT_x,

$$\frac{\Delta i_{L_m}}{\Delta T_x} = -\frac{V_s DT}{L_m} = -\frac{V_s}{L_m}\left(\frac{N_1}{N_3}\right). \tag{7.28}$$

Resolviendo para obtener ΔT_x,

$$\Delta T_x = DT\left(\frac{N_3}{N_1}\right). \tag{7.29}$$

El instante t_0 en el que se anula la corriente es

$$t_0 = DT + \Delta T_x = DT + DT\left(\frac{N_3}{N_1}\right) = DT\left(1 + \frac{N_3}{N_1}\right). \tag{7.30}$$

Teniendo en cuenta que la corriente debe anularse antes del inicio del siguiente periodo,

$$\begin{aligned} t_0 &< T \\ DT\left(1 + \frac{N_3}{N_1}\right) &< T \\ D\left(1 + \frac{N_3}{N_1}\right) &< 1. \end{aligned} \tag{7.31}$$

Por ejemplo, si la relación $N_3/N_1 = 1$, el ciclo de trabajo D deberá ser menor que 0,5. La tensión en el interruptor abierto es $V_s - v_1$, por lo que

$$v_{Sw} = \begin{cases} V_s - v_1 = V_s - \left(-V_s \dfrac{N_1}{N_3}\right) = V_s\left(1 + \dfrac{N_1}{N_3}\right) & \text{para } DT < t < t_0 \\ V_s & \text{para } t_0 < t < T. \end{cases} \tag{7.32}$$

La configuración del circuito a la salida del convertidor forward es la misma que la del convertidor reductor, por lo que el rizado de la tensión de salida también será el mismo:

$$\boxed{\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{1 - D}{8L_x C f^2}.} \tag{7.33}$$

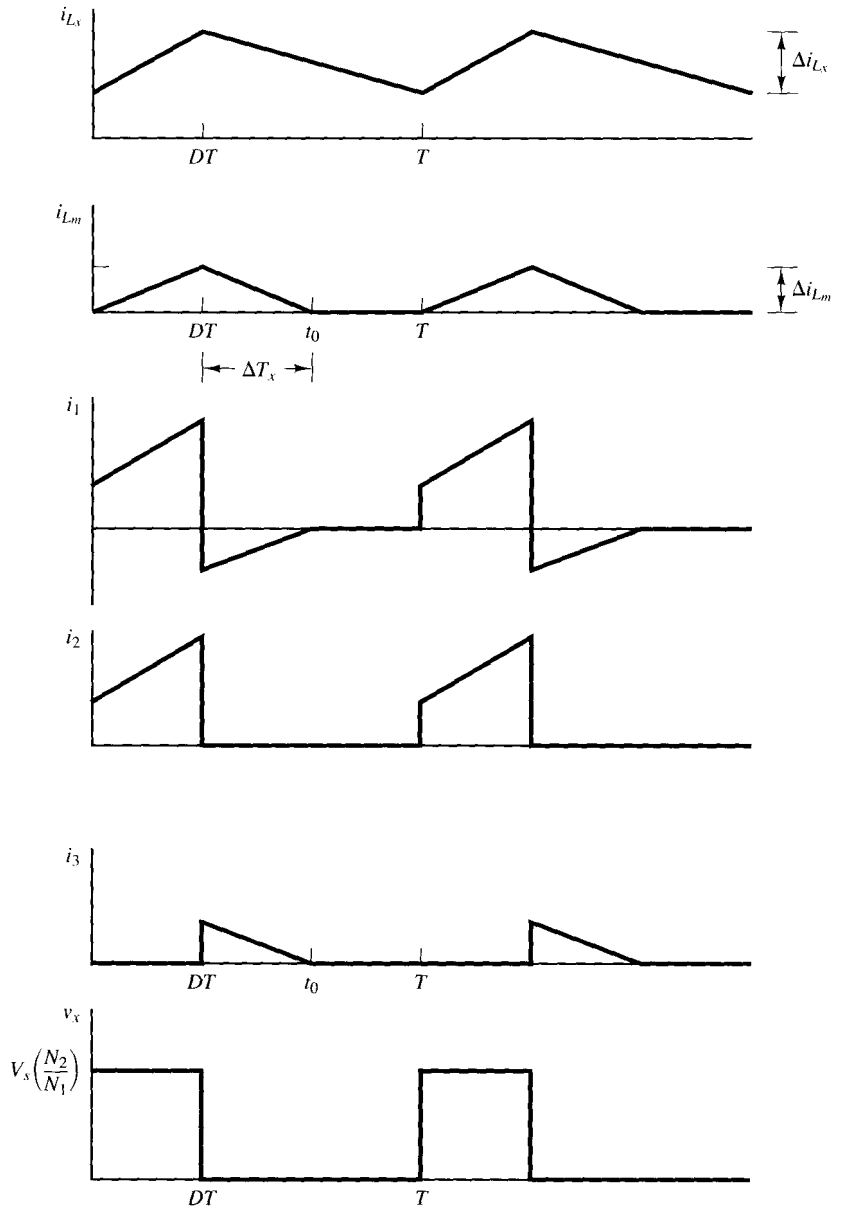


Figura 7.6. Formas de onda de corriente y tensión del convertidor forward.

En la Figura 7.6 se muestran las formas de onda de corriente y tensión del convertidor forward.

Resumen del funcionamiento del convertidor directo

Cuando el interruptor está cerrado, la fuente entrega energía a la carga a través del transformador. La tensión en el secundario del transformador es una forma de onda pulsante y la salida se analiza de la misma manera que la del convertidor CC-CC reductor. La energía almacenada en

la inductancia magnetizante cuando el interruptor está cerrado puede ser devuelta a la fuente de entrada a través de un tercer devanado del transformador cuando el interruptor está abierto.

Ejemplo 7.4. Convertidor forward

El convertidor forward de la Figura 7.5a presenta los siguientes parámetros:

$$V_s = 48 \text{ V}$$
$$R = 10\ \Omega$$
$$L_x = 0{,}4 \text{ mH}$$
$$C = 100\ \mu\text{F}$$
$$f = 35 \text{ kHz}$$
$$N_1/N_2 = 1{,}5,\ N_1/N_3 = 1$$
$$D = 0{,}4.$$

(a) Determine la tensión de salida, las corrientes máxima y mínima en L_x y el rizado de la tensión de salida. (b) Determine la corriente de pico en el devanado del primario del transformador. Compruebe que la corriente magnetizante se anula en cada período de conmutación.

Solución. **(a)** La tensión de salida se calcula a partir de la Ecuación 7.25:

$$V_o = V_s D\left(\frac{N_2}{N_1}\right) = 48(0{,}4)\left(\frac{1}{1{,}5}\right) = 12{,}8 \text{ V}.$$

La corriente media en L_x es igual a la corriente en la carga:

$$I_{L_x} = \frac{V_o}{R} = \frac{12{,}8}{10} = 1{,}28 \text{ A}.$$

La variación de la corriente i_{L_x} se determina a partir de la Ecuación 7.20 o la Ecuación 7.24. Utilizando la Ecuación 7.24,

$$\Delta i_{L_x} = \frac{V_o(1 - D)}{L_x f} = \frac{12{,}8(1 - 0{,}4)}{0{,}4(10)^{-3}35.000} = 0{,}55 \text{ A}.$$

Las corrientes máxima y mínima en L_x serán por tanto

$$I_{L_x,\,\text{máx}} = I_{L_x} + \frac{\Delta i_{L_x}}{2} = 1{,}28 + \frac{0{,}55}{2} = 1{,}56 \text{ A}$$

$$I_{L_x,\,\text{mín}} = I_{L_x} - \frac{\Delta i_{L_x}}{2} = 1{,}28 - \frac{0{,}55}{2} = 1{,}01 \text{ A}$$

(b) La corriente en el devanado del primario del transformador es la suma de la corriente reflejada desde el secundario y la corriente magnetizante. La corriente de pico en el secundario es igual a $I_{L_x,\,\text{máx}}$. La corriente de pico magnetizante se calcula utilizando la Ecuación 7.21:

$$I_{L_m,\,\text{máx}} = \Delta i_{L_m} = \frac{V_s DT}{L_m} = \frac{48(0{,}4)}{5(10)^{-3}(35.000)} = 0{,}11 \text{ A}.$$

Por tanto, la corriente de pico en el primario del transformador será

$$I_{máx} = I_{L_x,\,máx}\left(\frac{N_2}{N_1}\right) + I_{L_m,\,máx} = 1{,}56\left(\frac{1}{1{,}5}\right) + 0{,}11 = 1{,}15 \text{ A}.$$

Calculamos el tiempo que tarda la corriente magnetizante en anularse una vez abierto el interruptor utilizando la Ecuación 7.29:

$$\Delta T_x = DT\left(\frac{N_3}{N_1}\right) = \frac{0{,}4(1)}{35.000} = 11{,}4\ \mu\text{s}.$$

Como el interruptor está cerrado un tiempo $DT = 11{,}4\ \mu$s, la corriente magnetizante se anulará en un tiempo de 22,8 μs, menor que el periodo de conmutación de 28,6 μs.

Ejemplo 7.5. Diseño de un convertidor forward

Diseñar un convertidor forward cuya salida sea de 100 V cuando la entrada es 170 V. La resistencia de carga es de 50 Ω. Hallar la relación de vueltas del transformador, el ciclo de trabajo y la frecuencia de conmutación. La corriente en L_x deberá ser permanente.

Solución. Supondremos que la relación de vueltas $N_1/N_3 = 1$. Esto produce un ciclo de trabajo máximo de 0,5 para el interruptor. Para que la salida sea de 100 V, calculamos la relación de vueltas máxima N_1/N_2 utilizando la Ecuación 7.25

$$\left(\frac{N_1}{N_2}\right)_{max} = \frac{V_s D}{V_o} = \frac{(170)(0{,}5)}{100} = 0{,}85.$$

Para obtener un margen de seguridad, se elige el valor $N_1/N_2 = 0{,}5$. El ciclo de trabajo será

$$D = \frac{V_o}{V_s}\left(\frac{N_1}{N_2}\right) = \left(\frac{100}{170}\right)(0{,}5) = 0{,}294.$$

Para que este diseño sea válido, la corriente en L_x debe ser permanente. La corriente media en L_x es igual a la corriente media en la carga, es decir

$$I_{L_x} = \frac{V_o}{R} = \frac{100}{50} = 2 \text{ A}.$$

Para que la corriente sea permanente, la variación de la corriente i_{L_x} debe ser menor que 4 A (el doble de la media), de modo que $I_{L_x,\,mín} > 0$. Utilizando la Ecuación 7.20 y seleccionando una frecuencia de conmutación de 25 kHz, superior al rango auditivo, obtenemos

$$L_{x,\,mín} = \left[V_s\left(\frac{N_2}{N_1}\right) - V_o\right]\frac{D}{f\Delta I_{L_x}} = [170(2) - 100]\,\frac{0{,}294}{(25.000)(4)} = 706\ \mu\text{H}.$$

Para obtener un margen, se utiliza el valor $L_x = 1$ mH.

7.5. CONVERTIDOR FORWARD CON DOS INTERRUPTORES

El convertidor forward con dos interruptores de la Figura 7.7 es una variación del convertidor directo. En este circuito, los transistores de conmutación se activan y desactivan simultáneamente. Cuando los interruptores están activados, la tensión en el devanado primario del transformador es V_s. La tensión en el devanado secundario es positiva, y se transfiere energía a la

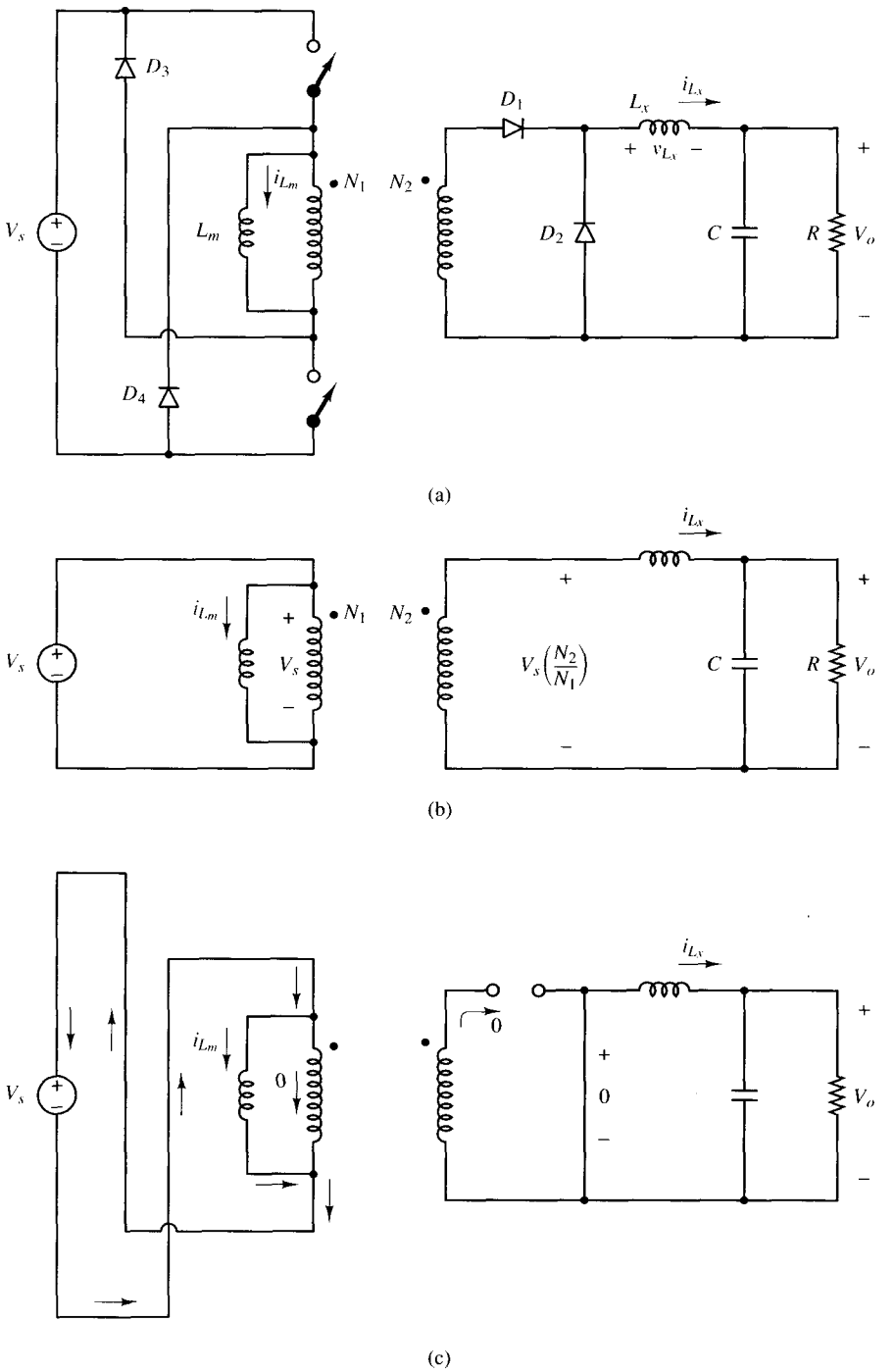


Figura 7.7. (a) Convertidor forward con dos interruptores. (b) Circuito equivalente cuando los interruptores están cerrados. (c) Circuito equivalente cuando los interruptores están abiertos.

carga como sucedía con el convertidor forward descrito anteriormente. Además, cuando los interruptores están activados, la corriente en la inductancia magnetizante irá en aumento. Cuando se desactivan los interruptores, el diodo D_1 impide la entrada de la corriente i_{L_m} en la bobina del secundario (y por tanto en el primario) del transformador y fuerza el flujo de la corriente magnetizante a través de los diodos D_3 y D_4, de vuelta a la fuente. La tensión en el primario será $-V_s$, y la corriente magnetizante disminuirá linealmente. Si el ciclo de trabajo de los interruptores es menor que 0,5, en cada ciclo se desmagnetizará el núcleo del transformador. La tensión de salida es la misma que la del convertidor forward con un interruptor descrito anteriormente (Ecuación 7.25). Una ventaja que presenta el convertidor forward con dos interruptores es que la tensión en bornas de un transistor al corte es V_s en lugar de $V_s(1 + N_1/N_3)$, como sucedía para el convertidor directo de un terminal descrito anteriormente. Esta característica es muy importante para las aplicaciones de alta tensión.

7.6. EL CONVERTIDOR PUSH-PULL

Otro convertidor CC-CC que proporciona aislamiento por medio de un transformador es el convertidor push-pull de la Figura 7.8a. Al igual que sucedía con el convertidor forward, la inductancia magnetizante del transformador no es un parámetro de diseño. Para analizar este circuito se supone que el transformador es ideal. Los interruptores Sw_1 y Sw_2 se activarán y desactivarán siguiendo la secuencia de conmutación de la Figura 7.8b. Para comenzar el análisis, se estudia el circuito con cada uno de los interruptores cerrados y después con los dos interruptores abiertos.

Interruptor Sw_1 cerrado

Al cerrar Sw_1 se establece una tensión en el devanado primario P_1, de valor

$$v_{p1} = V_s. \tag{7.34}$$

La tensión en P_1 se transformará en los otros tres devanados, con lo que se obtiene

$$\begin{aligned} v_{s1} &= V_s\left(\frac{N_S}{N_p}\right) \\ v_{s2} &= V_s\left(\frac{N_S}{N_p}\right) \\ v_{p2} &= V_s \\ v_{\mathrm{Sw}_2} &= 2V_s. \end{aligned} \tag{7.35}$$

El diodo D_1 está directamente polarizado, el diodo D_2 está polarizado en inversa y

$$\begin{aligned} v_x &= v_{s2} = V_s\left(\frac{N_S}{N_p}\right) \\ v_{L_x} &= v_x - V_o = V_s\left(\frac{N_S}{N_p}\right) - V_o. \end{aligned} \tag{7.36}$$

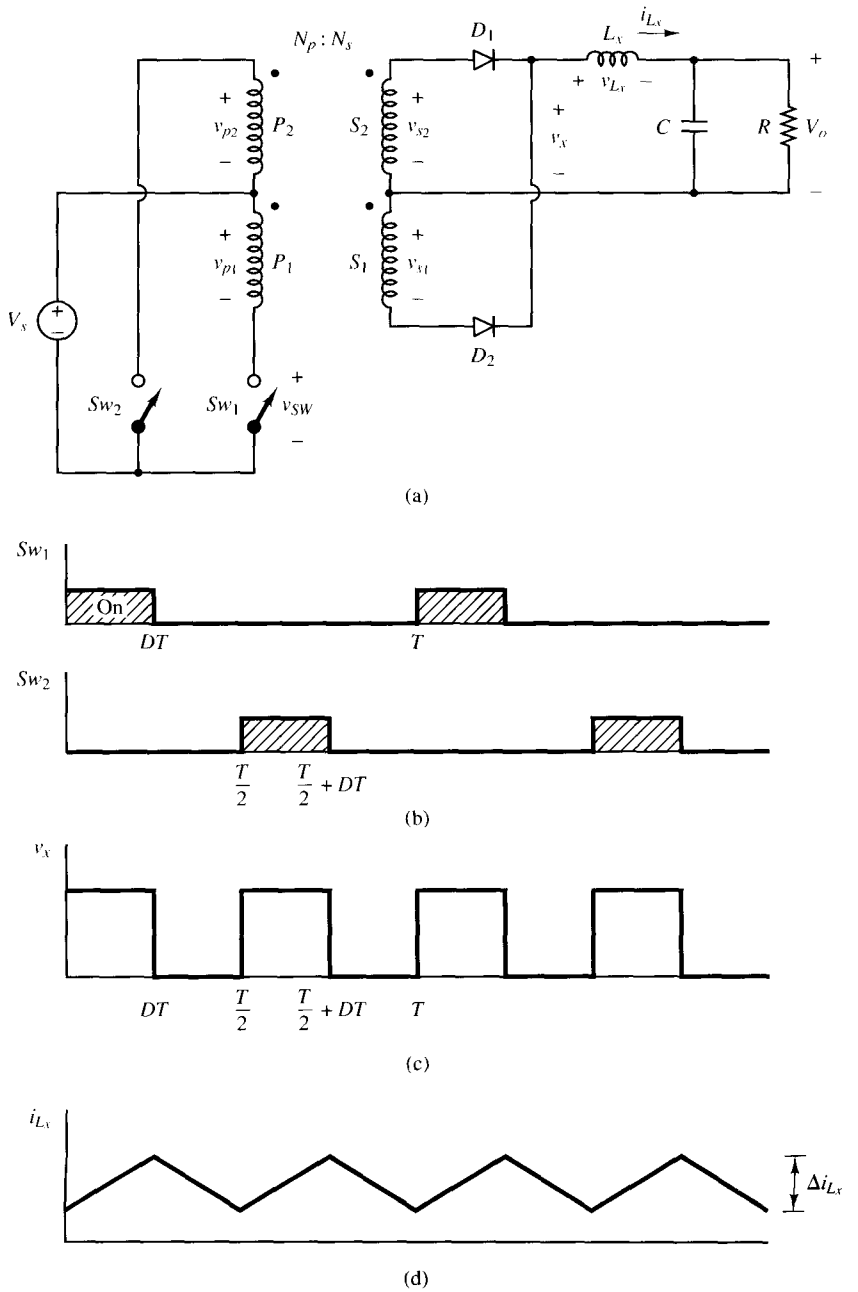


Figura 7.8. (a) Convertidor push-pull. (b) Secuencia de conmutación. (c) Tensión v_x. (d) Corriente en L_x.

Suponiendo que la tensión de salida V_o es constante, la tensión en L_x es constante y se produce un aumento lineal de la corriente en L_x. Cuando Sw_1 está cerrado, la variación de corriente en L_x es

$$\frac{\Delta i_{L_x}}{\Delta t} = \frac{\Delta i_{L_x}}{DT} = \frac{V_s\left(\frac{N_s}{N_p}\right) - V_o}{L_x}$$

$$(\Delta i_{L_x})_{\text{cerrado}} = \left(\frac{V_s\left(\frac{N_s}{N_p}\right) - V_o}{L_x}\right) DT. \tag{7.37}$$

Interruptor Sw_2 cerrado

Al cerrar Sw_2 se establece una tensión en el devanado primario P_2, de valor

$$v_{P2} = -V_s. \tag{7.38}$$

La tensión en P_2 se transformará en los otros tres devanados, con lo que se obtiene

$$\begin{aligned} v_{p1} &= -V_s \\ v_{s1} &= -V_s\left(\frac{N_S}{N_p}\right) \\ v_{s2} &= -V_s\left(\frac{N_S}{N_p}\right) \\ v_{s1} &= 2V_s. \end{aligned} \tag{7.39}$$

El diodo D_2 está directamente polarizado, el diodo D_1 está polarizado en inversa y

$$\begin{aligned} v_x &= -v_{x2} = V_S\left(\frac{N_S}{N_p}\right) \\ v_{L_x} &= v_x - V_o = V_S\left(\frac{N_S}{N_p}\right) - V_o, \end{aligned} \tag{7.40}$$

que es un pulso de tensión positivo. La corriente en L_x aumenta linealmente cuando Sw_2 está cerrado y se aplica la Ecuación 7.37.

Ambos interruptores abiertos

Cuando los dos interruptores están abiertos, la corriente en los dos devanados primarios es nula. La corriente en la bobina de filtro L_x debe mantener la continuidad, por lo que los diodos D_1 y D_2 estarán directamente polarizados. La corriente de la bobina se divide uniformemente entre los devanados secundarios del transformador. La tensión en cada devanado secundario es nula, y

$$\begin{aligned} v_x &= 0 \\ v_{L_x} &= v_x - V_o = -V_o. \end{aligned} \tag{7.41}$$

La tensión en L_x es $-V_o$, por lo que se produce una disminución lineal de la corriente en L_x. La variación de la corriente cuando están abiertos los dos interruptores es

$$\frac{\Delta i_{L_x}}{\Delta t} = \frac{\Delta i_{L_x}}{\frac{T}{2} - DT} = \frac{V_o}{L_x}.$$

Resolviendo para hallar Δi_{L_x},

$$(\Delta i_{L_x})_{\text{abierto}} = -\left(\frac{V_o}{L_x}\right)\left(\frac{1}{2} - D\right)T. \tag{7.42}$$

Como la variación neta de la corriente en la bobina en un periodo debe ser nula en régimen permanente,

$$(\Delta i_{L_x})_{\text{cerrado}} + (\Delta i_{L_x})_{\text{abierto}} = 0$$

$$\left(\frac{V_s\left(\frac{N_s}{N_p}\right) - V_o}{L_x}\right)DT + \left(\frac{V_o}{L_x}\right)\left(\frac{1}{2} - D\right)T = 0. \tag{7.43}$$

Calculando V_o,

$$\boxed{V_o = 2V_s\left(\frac{N_s}{N_p}\right)D} \tag{7.44}$$

siendo D el ciclo de trabajo de cada interruptor. En el análisis anterior se ha supuesto que la corriente en la bobina es permanente. Observe que el resultado es similar al del convertidor reductor descrito en el capítulo anterior. El rizado de la tensión de salida se obtiene de manera similar al del convertidor reductor. El rizado de salida del convertidor push-pull es

$$\boxed{\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{1 - 2D}{32L_xCf^2}.} \tag{7.45}$$

En el análisis anterior se ha despreciado la inductancia magnetizante del transformador. Si se incluye L_m en el circuito equivalente, la corriente i_{L_m} aumentará linealmente cuando esté cerrado Sw_1, fluirá sin variar su valor cuando estén abiertos Sw_1 y Sw_2 y decrecerá linealmente cuando esté cerrado Sw_2. Como Sw_1 y Sw_2 están cerrados a intervalos iguales, la variación neta de i_{L_m} es nula, y se desmagnetiza en cada periodo el núcleo del transformador en el caso ideal.

Resumen del funcionamiento del convertidor push-pull

Al conmutar Sw_1 y Sw_2 se producen pulsos de polaridad opuesta en los devanados primarios y secundarios del transformador. Los diodos del secundario rectifican la forma de onda de pulsos y producen una forma de onda v_x a la entrada del filtro paso bajo, como se muestra en la Figura 7.8c. La salida se analiza del mismo modo que para el convertidor reductor del capítulo anterior.

Ejemplo 7.6. Convertidor push-pull

Un convertidor push-pull presenta los siguientes parámetros:

$$V_s = 30 \text{ V}$$
$$N_p/N_s = 2$$
$$D = 0{,}3$$
$$L_x = 0{,}5 \text{ mH}$$
$$R = 6\ \Omega$$
$$C = 50\ \mu\text{F}$$
$$f = 10 \text{ kHz}.$$

Determine V_o, los valores máximo y mínimo de i_{L_x} y el rizado de la tensión de salida.

Solución. Calculamos la tensión de salida utilizando la Ecuación 7.44

$$V_o = 2V_s\left(\frac{N_s}{N_p}\right)D = (2)(30)\left(\frac{1}{2}\right)(0{,}3) = 9{,}0 \text{ V}.$$

La corriente media en la bobina es igual a la corriente media de carga:

$$I_{L_x} = \frac{V_o}{R} = \frac{9}{6} = 1{,}5 \text{ A}.$$

La variación de i_{L_x} se obtiene utilizando la Ecuación 7.42:

$$\Delta i_{L_x} = \frac{V_o\left(\frac{1}{2} - D\right)T}{L_x} = \frac{9(0{,}5 - 0{,}3)}{0{,}5(10)^{-3}10.000} = 0{,}36 \text{ A}$$

con lo que se obtienen las corrientes máxima y mínima

$$I_{L_x,\,\text{máx}} = I_{L_x} + \frac{\Delta i_{L_x}}{2} = 1{,}68 \text{ A}$$

$$I_{L_x,\,\text{mín}} = I_{L_x} - \frac{\Delta i_{L_x}}{2} = 1{,}32 \text{ A}$$

El rizado de la tensión de salida se determina a partir de la Ecuación 7.45:

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{1 - 2D}{32f^2L_xC} = \frac{1 - 2(0{,}3)}{32(10.000)^2 0{,}5(10)^{-3}50(10)^{-6}}$$
$$= 0{,}005 = 0{,}5\,\%.$$

7.7. CONVERTIDORES CC-CC EN PUENTE COMPLETO Y MEDIO PUENTE

El funcionamiento de los convertidores en puente completo y en medio puente de las Figuras 7.9 y 7.10 es similar al del convertidor push-pull. Suponiendo que el transformador es ideal, los pares de interruptores (Sw1, Sw2) y (Sw3, Sw4) del convertidor en puente completo de la

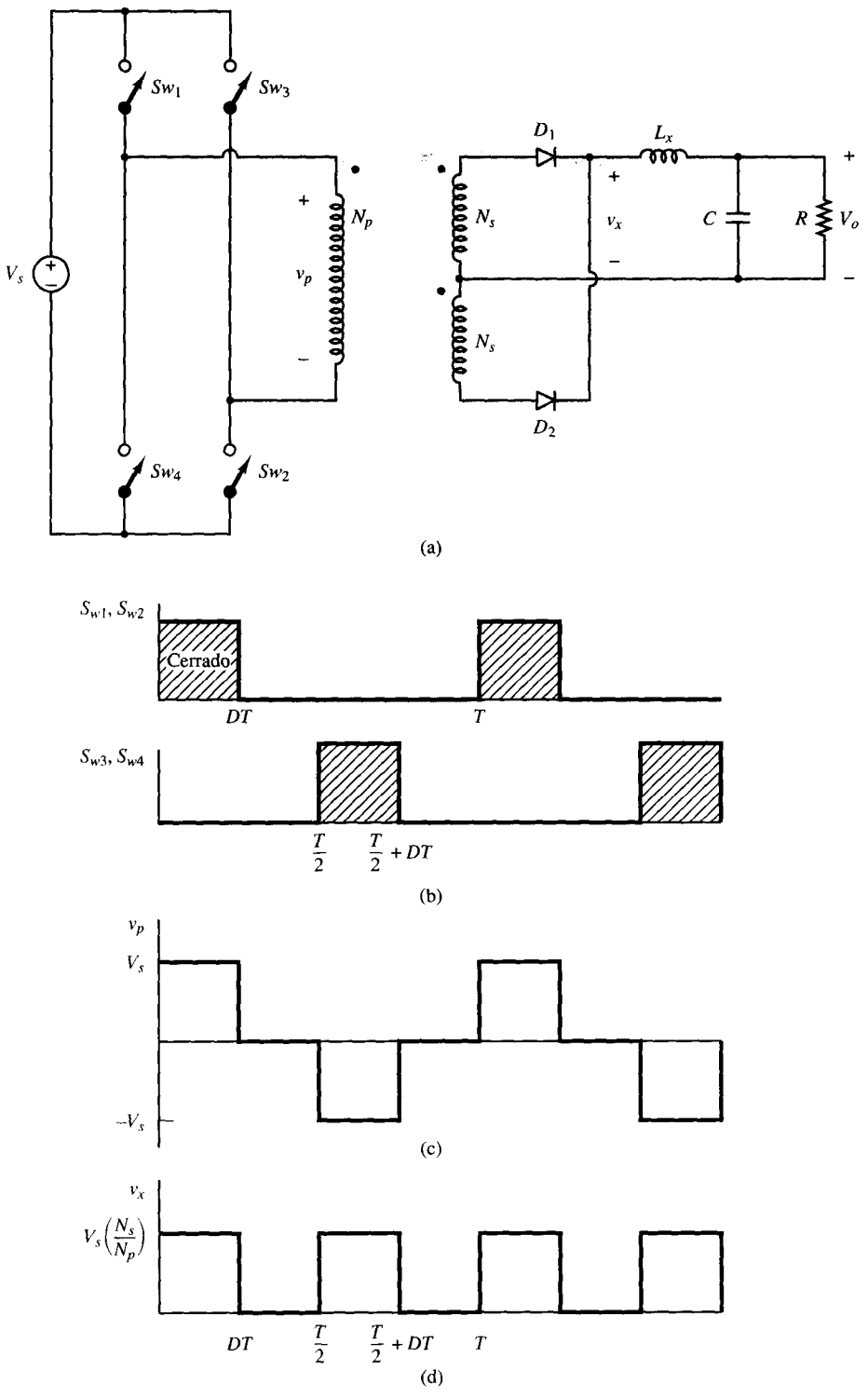


Figura 7.9. (a) Convertidor en puente completo. (b) Secuencia de conmutación. (c) Tensión en el primario del transformador. (d) Tensión v_x.

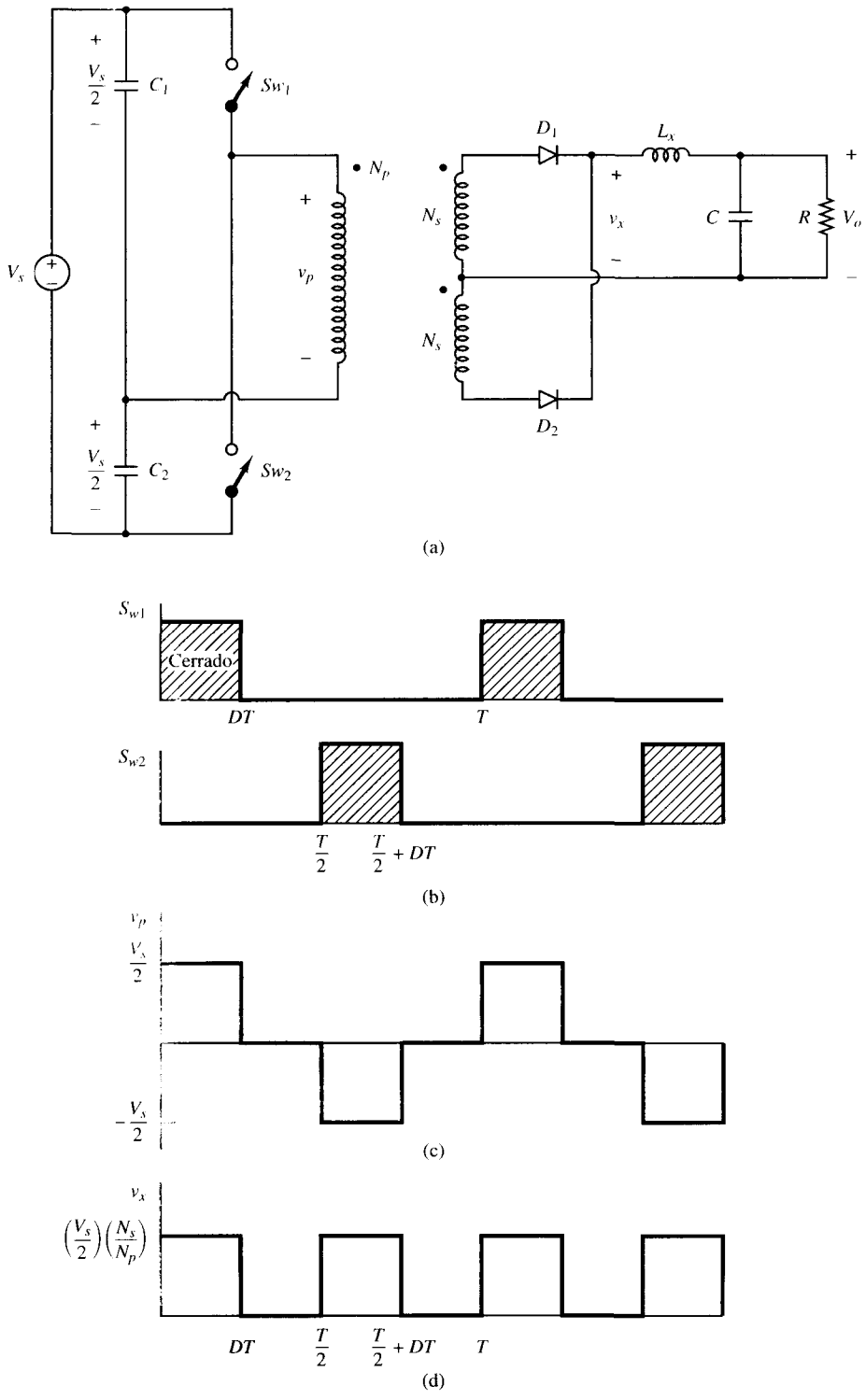


Figura 7.10. (a) Convertidor en medio puente. (b) Secuencia de conmutación. (c) Tensión en el primario del transformador. (d) Tensión v_x.

Figura 7.9a se cerrarán de manera alternada. Cuando Sw_1 y Sw_3 están cerrados, la tensión en el primario del transformador es V_s. Cuando Sw_3 y Sw_4 están cerrados, la tensión en el primario del transformador es $-V_s$. Si el transformador es ideal, $v_p = 0$ cuando todos los interruptores están abiertos. Con una secuencia de conmutación adecuada, la tensión v_p en el primario del transformador es la forma de onda de pulsos alternados que se muestra en la Figura 7.9d. Los diodos D_1 y D_2 del secundario del transformador rectifican esta forma de onda para producir la tensión v_x, que se muestra en la Figura 7.9e. Esta tensión v_x es idéntica a la tensión v_x del convertidor push-pull que se muestra en la Figura 7.8c. Por tanto, la salida del convertidor de puente completo se analiza de la misma manera que la correspondiente al convertidor push-pull, obteniendo

$$V_o = 2V_s\left(\frac{N_s}{V_p}\right)D \tag{7.46}$$

siendo D el ciclo de trabajo de cada par de interruptores.

Observe que la tensión máxima en un interruptor abierto en el convertidor de puente completo es V_s, en lugar de $2V_s$ como sucedía en los convertidores push-pull y forward de un terminal. Es importante que la tensión en bornas de un interruptor abierto sea pequeña cuando la tensión de entrada es alta, lo que representa una ventaja del convertidor de puente completo.

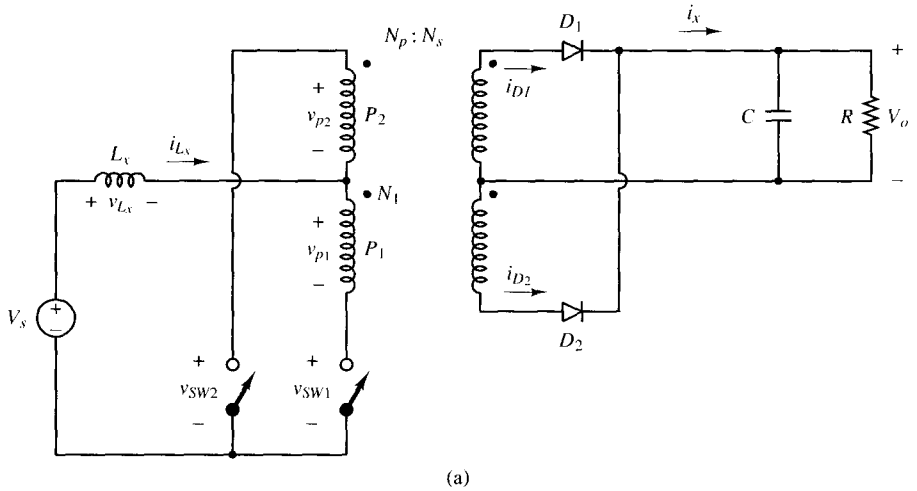
El convertidor en medio puente de la Figura 7.10a incluye dos condensadores C_1 y C_2, de gran tamaño e iguales en valor. La tensión de salida se distribuirá uniformemente entre los condensadores. Los interruptores Sw_1 y Sw_2 se cerrarán con la secuencia mostrada, produciéndose un pulso de tensión alternado v_p en el primario del transformador. En la Figura 7.10e se muestra la forma de onda de la tensión rectificada en el secundario v_x. La forma de la tensión v_x es la misma que la de los convertidores push-pull y en puente completo, pero la amplitud se reduce a la mitad. La relación entre la tensión de entrada y la tensión de salida del convertidor de medio puente es

$$V_o = V_s\left(\frac{N_s}{N_p}\right)D \tag{7.47}$$

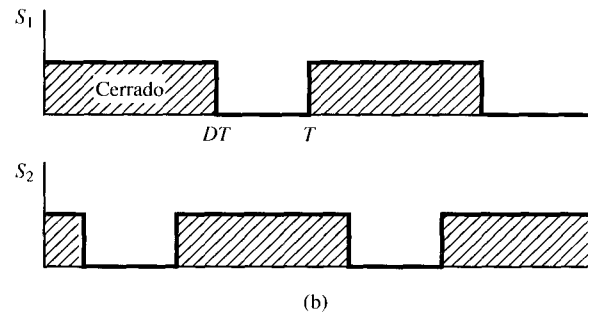
siendo D el ciclo de trabajo de cada interruptor. La tensión en bornas de cada uno de los interruptores abiertos del convertidor en medio puente es V_s.

7.8. CONVERTIDORES ALIMENTADOS EN CORRIENTE

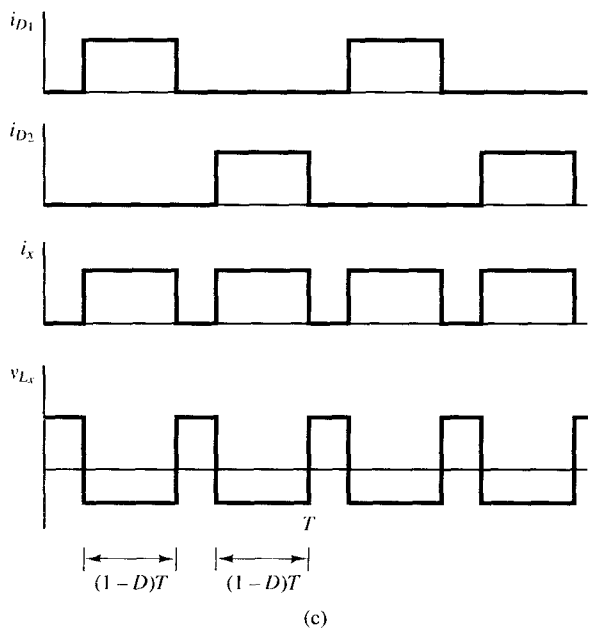
Los convertidores descritos anteriormente en este capítulo se denominan convertidores alimentados en tensión. Otro método que se puede emplear para controlar la salida es establecer una fuente de corriente constante y utilizar los interruptores para dirigir la corriente. El circuito que opera conmutando la corriente en lugar de la tensión se denomina convertidor alimentado en corriente. El circuito de la Figura 7.11 es una modificación del convertidor push-pull donde se ha desplazado la bobina L_x del lado de salida del transformador al lado de entrada. Una bobina de gran inductancia en esta posición establecerá una fuente de corriente aproximadamente constante. El interruptor Sw_1 dirige la corriente a través del devanado P_1 y el interruptor Sw_2



(a)



(b)



(c)

Figura 7.11. (a) Un convertidor alimentado en corriente. (b) Secuencia de conmutación. (c) Formas de onda de corriente y tensión.

dirige la corriente a través del devando P_2. Cuando los dos interruptores están cerrados, la corriente se distribuye uniformemente entre los dos devanados. Al menos un interruptor deberá estar cerrado para permitir el paso de corriente.

En la Figura 7.11 se muestran la secuencia de conmutación y las formas de onda. En el siguiente análisis se supone que L_x es grande y que la corriente que la atraviesa es una constante I_{L_x}. También se supone que el transformador es ideal.

Sw_1 cerrado y Sw_2 abierto

Cuando el interruptor 1 está cerrado y el interruptor 2 está abierto, la corriente en la bobina I_{L_x} fluye a través del devanado primario P_1 y del diodo D_1 en el secundario. D_1 conducirá y D_2 estará cortado, por lo que se pueden aplicar las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} i_{D1} &= I_{L_x}\left(\frac{N_p}{N_s}\right) \\ v_{p1} &= V_o\left(\frac{N_p}{N_s}\right) \\ v_{L_x} &= V_s - v_{p1} = V_s - V_o\left(\frac{N_p}{N_s}\right) \\ v_{Sw2} &= v_{p1} + v_{p2} = 2V_o\left(\frac{N_p}{N_s}\right). \end{aligned} \tag{7.48}$$

Sw_1 abierto y Sw_2 cerrado

Cuando el interruptor 1 está abierto y el interruptor 2 está cerrado, la corriente I_{L_x} fluye a través del devanado primario P_2 y del diodo D_2 en el secundario. D_1 está cortado y D_2 conduce, por lo que se pueden aplicar las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} i_{D2} &= I_{L_x}\left(\frac{N_p}{N_s}\right) \\ v_{p2} &= V_o\left(\frac{N_p}{N_s}\right) \\ v_{L_x} &= V_s - V_o\left(\frac{N_p}{N_s}\right) \\ v_{Sw1} &= v_{p1} + v_{p2} = 2V_o\left(\frac{N_p}{N_s}\right). \end{aligned} \tag{7.49}$$

Sw_1 y Sw_2 cerrados

Cuando los dos interruptores están cerrados, la corriente I_{L_x} se distribuye uniformemente entre los dos devanados del primario, y tanto D_1 como D_2 están al corte. La tensión en cada devanado del primario es nula:

$$v_{p1} = v_{p2} = 0.$$

La tensión del generador aparecerá entonces en bornas de la bobina L_x:

$$v_{L_x} = V_s. \tag{7.50}$$

La tensión media en L_x debe ser nula en régimen permanente. En un periodo de conmutación, $v_{L_x} = V_s - V_o(N_p/N_s)$ para dos intervalos de duración $(1 - D)T$ cuando sólo está cerrado un interruptor, y $v_{L_x} = V_s$ el resto del tiempo, es decir $T - 2(1 - D)T = (2D - 1)T$. Por tanto, la tensión media en la bobina se expresa de la siguiente manera

$$V_{L_x} = V_s(2D - 1)T + \left[V_s - V_o\left(\frac{N_p}{N_s}\right)\right]2(1 - D)T = 0. \tag{7.51}$$

Resolviendo para calcular V_o,

$$\boxed{V_o = \frac{V_s}{2(1 - D)}\left(\frac{N_s}{N_p}\right)} \tag{7.52}$$

siendo D el ciclo de trabajo de cada interruptor. El resultado es similar al obtenido para el convertidor elevador. Observe que el ciclo de trabajo de cada interruptor debe ser mayor que 0,5 para impedir que exista un circuito abierto en el camino de la corriente de la bobina.

Ejemplo 7.7. Convertidor alimentado en corriente

El convertidor alimentado en corriente de la Figura 7.11 presenta una bobina L_x de gran inductancia en la entrada, por lo que podemos suponer que la corriente de la fuente es constante. La tensión del generador es de 30 V y la resistencia de carga es de 6 Ω. El ciclo de trabajo de cada interruptor es 0,7 y la relación de vueltas del transformador es $N_p/N_s = 2$. Calcule (a) la tensión de salida, (b) la corriente en L_x y (c) la tensión máxima en cada interruptor.

Solución. **(a)** La tensión de salida se calcula a partir de la Ecuación 7.52:

$$V_o = \frac{V_s}{2(1 - D)}\left(\frac{N_s}{N_p}\right) = \frac{30}{2(1 - 0{,}7)}\left(\frac{1}{2}\right) = 25 \text{ V}.$$

(b) Para determinar I_{L_x}, se debe observar que la potencia entregada a la carga debe ser igual a la entregada por la fuente en el caso ideal:

$$P_s = P_o,$$

lo que también se puede expresar de la siguiente manera

$$I_{L_x}V_s = \frac{V_o^2}{R}.$$

Resolviendo para calcular I_{L_x},

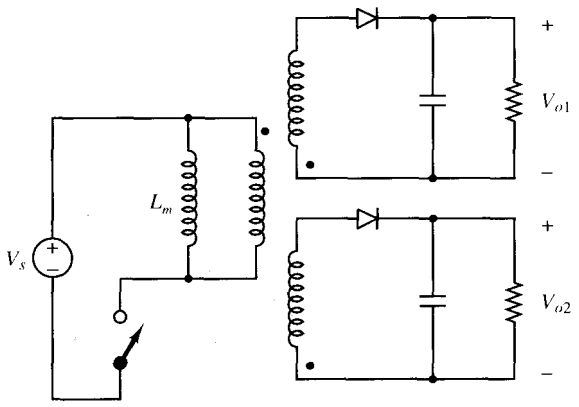
$$I_{L_x} = \frac{V_o^2}{V_s R} = \frac{25^2}{30(6)} = 3{,}47 \text{ A}.$$

(c) La tensión máxima en cada interruptor se determina a partir de las Ecuaciones 7.48 y 7.49:

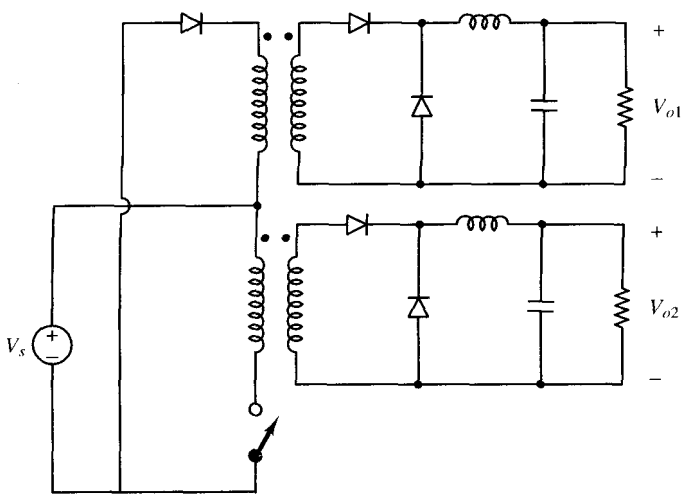
$$V_{\text{Sw, max}} = 2V_s\left(\frac{N_p}{N_s}\right) = 2(30)(2) = 120 \text{ V}.$$

7.9. CONVERTIDORES CON MÚLTIPLES SALIDAS

Las fuentes de alimentación de continua descritas en este capítulo presentan una única tensión de salida. Es posible obtener múltiples salidas utilizando devanados adicionales en el transformador. En la Figura 7.12 se muestran un convertidor flyback y un convertidor forward con dos salidas.



(a)



(b)

Figura 7.12. Convertidores (a) flyback y (b) forward con dos salidas.

Es útil disponer de múltiples salidas cuando se precisan tensiones de salida diferentes. El ciclo de trabajo del interruptor y la relación de vueltas entre el primario y el devanado específico del secundario determinan la relación entre la tensión de salida y la tensión de entrada. Es posible disponer de múltiples salidas con todas las topologías de fuentes de alimentación de continua descritas en este capítulo. Sin embargo, se debe observar que sólo se puede regular por realimentación una de las salidas con un bucle de control por realimentación. Las demás salidas seguirán al comportamiento de ésa, en función del ciclo de trabajo y de la carga.

7.10. ELECCIÓN DE CONVERTIDORES

En teoría, es posible diseñar cualquier fuente de alimentación para cualquier aplicación, en función de cuánto esté dispuesto el diseñador a gastar en componentes y circuitos de control. Pero, en la práctica, algunos circuitos son más adecuados que otros para determinadas aplicaciones. La implementación del convertidor flyback es sencilla, ya que presenta pocos componentes, y es un circuito muy popular para las aplicaciones de baja potencia. Las desventajas principales de este circuito son que el núcleo del transformador debe ser grande para valores de potencia elevados y que la tensión en bornas del interruptor es alta ($2V_s$). En las aplicaciones típicas se alcanzan valores de hasta 150 W.

El convertidor forward se suele utilizar para niveles de potencia medios, entre 150 y 500 W. También tiene un transistor, como el flyback, pero requiere un núcleo de transformador más pequeño. Las desventajas del convertidor directo son el elevado estrés de tensión en el transistor y el coste añadido de la bobina de filtrado. Podemos utilizar el convertidor forward con dos interruptores para reducir la tensión en bornas de los interruptores, pero el circuito de excitación de uno de los transistores debe estar flotando respecto a masa.

El convertidor push-pull también se utiliza en las aplicaciones con niveles de potencia medios. Las ventajas de este convertidor son que los circuitos de excitación de los transistores presentan un punto común y que el núcleo del transformador es relativamente pequeño (porque el núcleo se excita en ambos sentidos). Las desventajas que presenta el circuito son la gran tensión a la que se ven sometidos los transistores y los posibles problemas de saturación del núcleo producidos por un desequilibrio de la corriente continua en los circuitos no ideales.

El convertidor en medio puente también se utiliza en las aplicaciones con niveles de potencia medios y presenta algunas de las mismas ventajas del convertidor push-pull. La tensión máxima en los interruptores está limitada a V_s.

El convertidor en puente completo es el circuito que se suele emplear en las aplicaciones con niveles de potencia altos (500 a 1.500 W). La tensión máxima a la que se ven sometidos los transistores será V_s. Las desventajas que presenta este convertidor son la necesidad de incluir transistores adicionales y la presencia de circuitos de excitación flotantes.

Un método para reducir las pérdidas de conmutación es utilizar una topología de convertidor resonante. En los convertidores resonantes, la conmutación se produce para tensión o corriente nulas, por lo que se reducirán las pérdidas en conmutación en los interruptores, se podrán emplear frecuencias de conmutación más altas y disminuirá el tamaño de los componentes. Los convertidores resonantes se describirán en el Capítulo 9.

1. SIMULACIÓN EN PSPICE DE LAS FUENTES DE ALIMENTACIÓN DE CONTINUA

La simulación en PSpice de los convertidores CC-CC con acoplamiento magnético descritos en este capítulo es similar a la de los convertidores CC-CC del capítulo anterior. Para iniciar el

estudio del circuito podemos implementar los interruptores utilizando interruptores controlados por tensión en lugar de transistores. Esto simplifica la conmutación y permite estudiar el comportamiento general del circuito.

Podemos modelar los transformadores en PSpice utilizando dos o más inductancias con acoplamiento ideal. Dado que la inductancia es proporcional al cuadrado de las vueltas de un devanado, la relación de vueltas del transformador es

$$\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}. \tag{7.53}$$

Para el convertidor flyback, fijamos $L_1 = L_m$ y calculamos L_2 utilizando la Ecuación 7.53. Para los convertidores en los que L_m no es un parámetro de diseño, suponemos que el valor de L_1 es grande y calculamos L_2 en función de dicho valor.

Al igual que sucedía para los convertidores CC-CC del capítulo anterior, una serie de tensiones y corrientes transitorias preceden a las formas de onda en régimen permanente presentadas en las explicaciones sobre convertidores de este capítulo. Por tanto, las condiciones iniciales de la corriente en las bobinas y de la tensión en los condensadores son importantes para reducir el tiempo de simulación.

En las siguientes secciones se incluyen archivos de entrada de PSpice para diversas topologías de fuente de alimentación de continua.

Convertidor flyback

```
CONVERTIDOR CONMUTADO DE RETORNO (flyback.cir)
**** la tensión de salida es V(4)
************************** PARÁMETROS ****************************
.PARAM Vs=24                ;tensión de alimentación
.PARAM D = 0.4              ;ciclo de trabajo
.PARAM R=5                  ;resistencia de carga
.PARAM C=80UF               ;condensador de filtro de salida
.PARAM F=30K                ;frecuencia de conmutación
.PARAM LM=1000UH            ;inductancia magnetizante (primario)
.PARAM N1N2=2               ;relación n1/n2 del transformador
***************** CONDICIONES INICIALES CALCULADAS *****************
*(suponemos que la corriente es permanente)
.PARAM VO={VS*(D/(1-D))/N1N2}
.PARAM IAVG={VO*VO/(VS*R*D)}
.PARAM DELTAILM={VS*D/(LM*F)} ICLM={IAVG-DELTAILM/2}
.PARAM DELTAVO={VO*D/(R*C*F)}
.PARAM ICCAP={VO+DELTAVO/2}
********************* DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO *********************
VS 1 0 DC {VS}              ;tensión de alimentación
LP 1 2 {LM} IC={ICLM}       ;primario del transformador
LS 0 3 {LM/(N1N2*N1N2)}     ;secundario del transformador
K LP LS {1 - 1p}            ;acoplamiento entre el primario y el secundario
S 2 0 20 0 SMOD             ;interruptor ideal
D 3 4 DMOD
```

```
C 4 0 {C} IC={ICCAP}
R 4 0 {R}
******************** CONTROL DEL INTERRUPTOR **********************
VPULSE 20 0 PULSE (-1 1 0 {.01/F} {.01/F} {D/F} {1/F})
******************** MODELOS Y COMANDOS ********************
.MODEL SMOD VSWITCH (RON=.001 VON=.1 VOFF=-.1)
.MODEL DMOD D(n=.001)     ;diodo ideal
.TRAN .1US 1000US UIC     ;introducir tiempo de análisis transitorio
.OPTIONS NOPAGE ITL5=0
.PROBE
.END
```

Convertidor forward

```
CONVERTIDOR CONMUTADO DIRECTO (forward.cir)
********* 1a tensión de salida es V(6)
***************************** PARÁMETROS *****************************
.PARAM Vs=170
.PARAM D = 0.294
.PARAM R=50
.PARAM LX=1MH
.PARAM C=1000 UF
.PARAM F=25K              ;frecuencia de conmutación
.PARAM LM=2MH             ;inductancia magnetizante (primario)
.PARAM N1N2=0.5           ;relación n1/n2 del transformador
.PARAM N1N3=1             ;relación n1/n3 del transformador
********************** PARÁMETROS CALCULADOS **********************
.PARAM Vo = {Vs*D/N1N2}
.PARAM ILMAVG={Vo*Vo/(Vs*R*D)}
.PARAM DELTAILM={Vs*D/(LM*F)} ICLM={ILMAVG-DELTAILM/2}
.PARAM ILXAVG={Vo/R}
.PARAM DELTAILX={(Vs/N1N2-Vo)*D/(LX*F)}
.PARAM ICLX={ILXAVG-DELTAILX/2}
.PARAM ICCAP={Vo}
******************** DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO **********************
VS 1 0 DC {Vs}            ;tensión de alimentación
L1 1 2 {LM} IC=0          ;primario del transformador
L2 4 0 {LM/ (N1N2*N1N2)} ;secundario del transformador
L3 3 1 {LM/ (N1N3*N1N3)} ;terciario del transformador
K L1 L2 L3 {1 - 1p}   ;acoplamiento entre el primario y el secundario
S 2 0 20 0 SMOD           ;interruptor ideal
D1 4 5 DMOD
D2 0 5 DMOD
D3 0 3 DMOD
LX 5 6 {LX} IC={ILXAVG}
C 6 0 {C} IC={ICCAP}
R 6 0 {R}
```

```
****************** CONTROL DEL INTERRUPTOR **********************
VPULSE 20 0 PULSE (-1 1 0 .5US .5US {D/F} {1/F})
*********************** MODELOS Y COMANDOS **********************
.MODEL SMOD VSWITCH (RON=.01 VON=.1 VOFF=-.1)
.MODEL DMOD D
.TRAN 1US 800US UIC   ;introducir tiempo de finalización del análisis
                       transitorio
.OPTIONS NOPAGE ITL5=0
.PROBE
.END
```

Convertidor push-pull

```
CONVERTIDOR CONMUTADO PUSH-PULL (pushpull.cir)
*** la salida es V(9,6)
************************ PARÁMETROS *****************************
.PARAM Vs=30          ;tensión de alimentación
.PARAM D=0.3          ;ciclo de trabajo de cada interruptor
.PARAM R=6            ;resistencia de carga
.PARAM LX=0.5mH       ;bobina de filtro
.PARAM C=50UF         ;condensador de filtro
.PARAM F=10K          ;frecuencia de conmutación
.PARAM LM=100mH       ;inductancia magnetizante (primario)
.PARAM NPNS=2         ;relación de vueltas entre el primario y el
                      ;secundario del transformador
********************** CONDICIONES INICIALES **********************
.PARAM ICCAP = {2*Vs*D/NPNS -.7}       ;salida esperada para las
.PARAM ILXAVG={ICCAP/R}                ;condiciones iniciales
.PARAM DELTAILX={ICCAP*(.5-D)/(LX*F)} ICLX={ILXAVG-DELTAILX/2}
******************* DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO **********************
VS 1 0 DC {Vs}
LP1 1 2 {LM}                ;primario 1 del transformador
LP2 3 1 {LM}                ;primario 2 del transformador
LS1 6 5 {LM/ (NPNS*NPNS)}   ;secundario 1 del transformador
LS2 4 6 {LM/ (NPNS*NPNS)}   ;secundario 2 del transformador
K LP1 LP2 LS1 LS2 {1 - 1p}  ;acoplamiento entre los devanados
S1 2 0 10 0 SMOD            ;interruptor ideal
S2 3 0 20 0 SMOD
D2 5 7 DMOD
D1 4 7 DMOD
RLINK 6 0 1M          ;enlaza el primario y el secundario para pspice
LX 7 9 {Lx} IC={ICLX}
C 9 6 {C} IC={ICCAP}
R 9 6 {R}
***************** CONTROL DE LOS INTERRUPTORES ********************
VPULSE1 10 0 PULSE (-10 10 0 {.01/F} {.01/F} {D/F} {1/F})
VPULSE2 20 0 PULSE (-10 10 {1/(2*F)} {.01/F} {.01/F} {D/F} {1/F})
```

```
********************* MODELOS Y COMANDOS ************************
.MODEL SMOD VSWITCH (RON=.01)
.MODEL DMOD D
.TRAN 1US 1MS UIC
.OPTIONS NOPAGE ITL5=0
.PROBE
.END
```

Convertidor alimentado en corriente

```
CONVERTIDOR CONMUTADO PUSH-PULL ALIMENTADO EN CORRIENTE (currfed.cir)
*** la salida es V(7,6)
*************************** PARÁMETROS ****************************
.PARAM Vs=30          ;tensión de alimentación
.PARAM D=0.7          ;ciclo de trabajo de cada interruptor
.PARAM R=6            ;resistencia de carga
.PARAM LX=0.5H        ;bobina de filtro
.PARAM C=500UF        ;condensador de filtro
.PARAM F=10K          ;frecuencia de conmutación
.PARAM LM=1000mH      ;inductancia magnetizante (primario)
.PARAM NPNS=2         ;relación de vueltas entre el primario
                      ;y el secundario
********************* CONDICIONES INICIALES ************************
.PARAM ICCAP={Vs/(2*(1-D)*NPNS)}     ;salida esperada para las
                                     ;condiciones iniciales
.PARAM ICLX={ICCAP/(2*R*(1-D)*NPNS)}
******************** DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO ********************
VS 1s 0 DC {Vs}              ;tensión de alimentación
LX 1s 1 {LX} IC={ICLX}       ;bobina de entrada
L1 1 2 {LM}                  ;primario 1 del transformador
L2 3 1 {LM}                  ;primario 2 del transformador
L3 6 5 {LM/(NPNS*NPNS)}      ;secundario 1 del transformador
L4 4 6 {LM/(NPNS*NPNS)}      ;secundario 2 del transformador
K L1 L2 L3 L4 {1 - 1p}       ;acoplamiento entre devanados
S1 2 0 10 0 SMOD             ;interruptor ideal
S2 3 0 20 0 SMOD
D2 5 7 DMOD
D1 4 7 DMOD
RLINK 6 0 1M          ;enlaza el primario y el secundario para pspice
C 7 6 {C} IC={ICCAP}
R 7 6 {R}
********************* CONTROL DE CONMUTADORES **********************
VPULSE1 10 0 PULSE (10-10 {D/F} {.01/F} {.01/F} {(1-D)/F} {1/F})
VPULSE2 20 0 PULSE (10-10 {(D-.5) /F)} {.01/F} {.01/F} {(1-D) /F} {1/F})
************************ MODELOS Y COMANDOS ************************
.MODEL SMOD VSWITCH (RON=.01)
.MODEL DMOD D
```

```
.TRAN 1US 1MS UIC
.OPTIONS NOPAGE ITL5=0
.PROBE
.END
```

7.12. CONTROL DE LAS FUENTES DE ALIMENTACIÓN

En los convertidores CC-CC conmutados, la tensión de salida es función de la tensión de entrada y del ciclo de trabajo. En los circuitos reales con componentes no ideales, la salida también es función de la corriente de carga. Una salida de la fuente de alimentación se controla modulando el ciclo de trabajo para compensar las variaciones de la entrada o de la carga. Los sistemas de control realimentados para fuentes de alimentación comparan la tensión de salida con una referencia y convierten el error en un determinado valor de ciclo de trabajo.
Utilizaremos el convertidor reductor funcionando en modo de corriente permanente para ilustrar los principios básicos del control de las fuentes de alimentación, aunque también podríamos aplicar esta descripción al convertidor forward con un transformador 1:1. En la Figura 7.13a se muestran el convertidor y el bucle de realimentación, formado por:

- El interruptor, incluidos el diodo y el circuito de excitación.
- El filtro de salida.
- Un amplificador de error compensado.
- Un circuito PWM (modulador por anchura de pulso), que convierte la salida del amplificador de error compensado en ciclo de trabajo para gobernar el interruptor.

El sistema en bucle cerrado de la Figura 7.13b permite representar el convertidor regulado.

Estabilidad del bucle de control

Pueden determinarse las prestaciones y la estabilidad de un bucle de control para la regulación de la tensión de salida de un convertidor a partir de las características del bucle abierto:

1. La ganancia a frecuencias bajas debe ser grande para que el error en régimen permanente entre la salida y la señal de referencia sea pequeño.
2. La ganancia a la frecuencia de conmutación del convertidor debe ser pequeña.
3. El desplazamiento de fase en bucle abierto a la frecuencia de cruce (la frecuencia para la cual la ganancia en bucle abierto es la unidad) debe tener un retardo menor que 180°. Si el retardo es de 180°, la realimentación negativa producirá un desfase adicional de 180°, por lo que el desfase total será de 360° (o cero). Una ganancia de magnitud igual a la unidad y una fase de 360° en el bucle hacen que éste sea inestable. La diferencia entre 180° y el desfase en bucle abierto a la frecuencia de cruce se denomina margen de fase. Para conseguir la estabilidad se suele seguir el criterio de que el margen de fase sea al menos de 45°. En la Figura 7.14 se ilustra el concepto del margen de fase.

Para describir las propiedades de control, debemos desarrollar la función de transferencia de cada bloque del sistema de la Figura 7.13b.

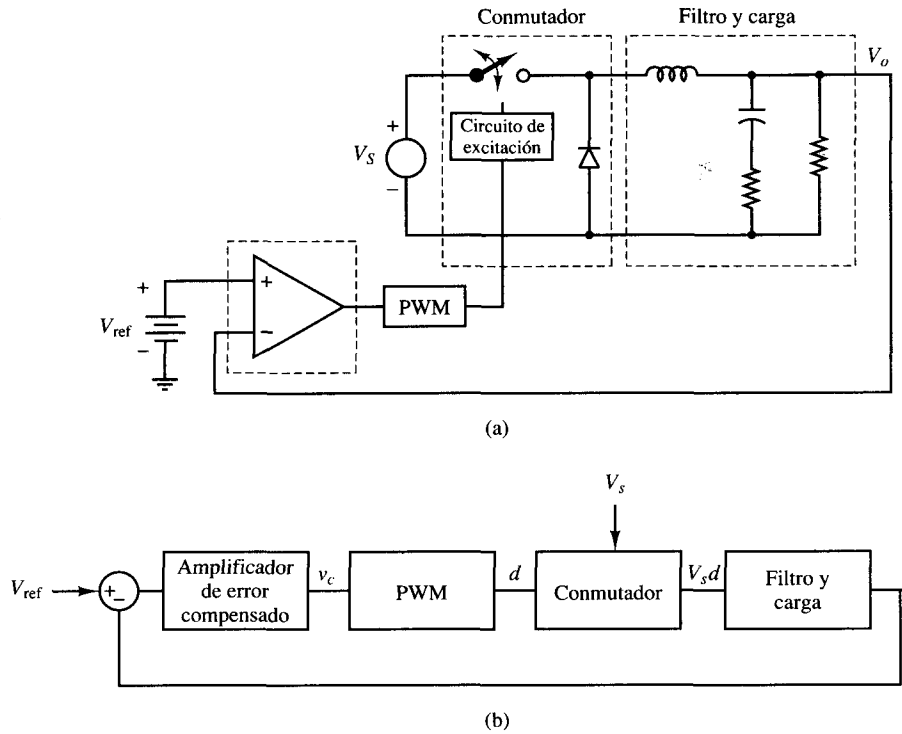


Figura 7.13. (a) Convertidor en oposición con realimentación. (b) Representación del control.

Análisis en pequeña señal

El análisis de los bucles de control se basa en el comportamiento dinámico de las tensiones, las corrientes y la conmutación, al contrario que el análisis en régimen permanente, en el que las magnitudes promediadas del circuito son constantes. El comportamiento dinámico puede describirse en función de pequeñas variaciones de las señales alrededor de un punto de operación en régimen permanente. La tensión de salida, el ciclo de trabajo, la corriente en la bobina, la tensión de alimentación y otras magnitudes se representan de la siguiente manera

$$\begin{aligned} v_o &= V_o + \tilde{v}_o \\ d &= D + \tilde{d} \\ i_L &= I_L + \tilde{i}_L \\ v_s &= V_s + \tilde{v}_s. \end{aligned} \tag{7.54}$$

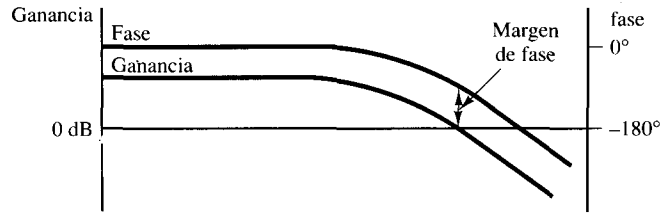


Figura 7.14. Margen de fase.

Los términos en régimen permanente o de continua se representan en mayúsculas, los elementos señalados con una tilde «~» representan los términos de alterna o perturbaciones de pequeña señal, y la suma es la magnitud total representada, mediante letras minúsculas.

Función de transferencia del interruptor

Para propósitos de control, los valores medios de las tensiones y las corrientes son más útiles que los valores instantáneos que se producen durante el periodo de conmutación. En la Figura 7.15 se muestran las representaciones equivalentes del interruptor en un convertidor reductor. La transformación ideal $1{:}d$ de la Figura 7.15b representa la relación entre la entrada y la salida del interruptor para un ciclo de trabajo variable en el tiempo. En ella, d representa un ciclo de trabajo variable en el tiempo formado por una componente continua D sumada a una componente de pequeña señal $\tilde{d}$.

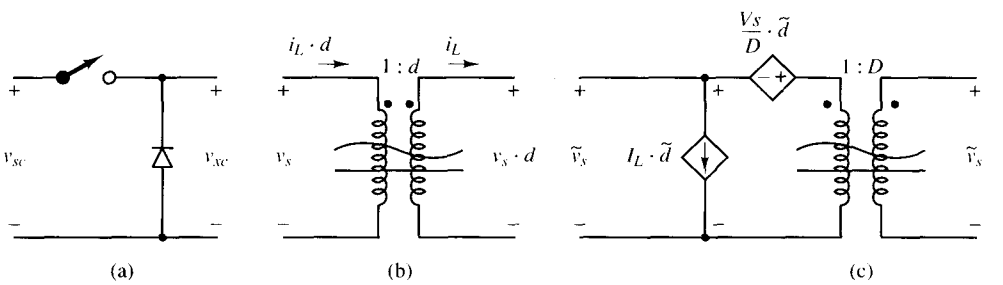


Figura 7.15. Modelos de interruptor. (a) Interruptor y diodo. (b) Modelo promediado. (c) Modelo en pequeña señal.

La representación alternativa del interruptor de la Figura 7.15c separa las componentes de régimen permanente y de pequeña señal. La relación entre la tensión en el secundario del transformador v_x y la tensión de la fuente es

$$v_x = v_s d = (V_s + \tilde{v}_s)(D + \tilde{d}) = V_s D + v_s D + V_s \tilde{d} + \tilde{v}_s \tilde{d}. \tag{7.55}$$

Si despreciamos el producto de los términos de pequeña señal,

$$\begin{aligned} v_x &= V_s D + \tilde{v}_s D + V_s \tilde{d} \\ \tilde{v}_x &= \tilde{v}_s D + V_s \cdot \tilde{d}. \end{aligned} \tag{7.56}$$

De manera similar, la relación entre la corriente del lado del transformador correspondiente al generador y la corriente en el secundario es

$$\begin{aligned} i_s &= i_L d = (I_L + \tilde{i}_L)(D + \tilde{d}) \\ \tilde{i}_s &= \tilde{i}_L D + I_L \tilde{d}. \end{aligned} \tag{7.57}$$

El circuito de la Figura 7.15c, cuya relación de transformador es D y cuyos términos de pequeña señal están incluidos en las fuentes dependientes, satisface los requisitos de tensión y de corriente para el interruptor expresados en las Ecuaciones 7.56 y 7.57.

Función de transferencia del filtro

La entrada del filtro del convertidor reductor es la salida del interruptor, cuyo valor es $v_x = v_d d$ en un circuito promediado operando en modo de corriente permanente. La función de transferencia del filtro R-L-C del convertidor en oposición se obtiene analizando directamente el circuito en el dominio de s. Podemos obtener la función de transferencia del filtro con la resistencia de carga incluida utilizando la Figura 7.16a, con lo que obtenemos

$$\frac{v_o(s)}{v_x(s)} = \frac{v_o(s)}{V_s d(s)} = \frac{1}{LC\left(s^2 + s\left(\frac{1}{RC}\right) + \frac{1}{LC}\right)} \tag{7.58}$$

o

$$\frac{v_o(s)}{d(s)} = \frac{V_s}{LC\left(s^2 + s\left(\frac{1}{RC}\right) + \frac{1}{LC}\right)}. \tag{7.59}$$

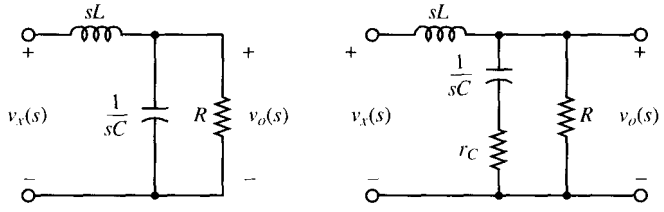


Figura 7.16. Circuitos empleados para deducir la función de transferencia del filtro (a) con un condensador ideal y (b) con la resistencia equivalente serie del condensador.

La función de transferencia anterior está basada en componentes de filtro ideales. Si la resistencia equivalente serie (ESR) del condensador no ideal de la Figura 7.16b es r_C, la función de transferencia del filtro será

$$\frac{v_o(s)}{d(s)} = \frac{V_s}{LC}\left[\frac{1 + sr_cR}{s^2\left(1 + \frac{r_c}{R}\right) + s\left(\frac{1}{RC} + \frac{r_c}{L}\right) + \frac{1}{LC}}\right] \tag{7.60}$$

Como en los circuitos prácticos $r_c << R$, la función de transferencia será

$$\boxed{\frac{v_o(s)}{d(s)} \approx \frac{V_s}{LC}\left[\frac{1 + sr_cR}{s^2 + s\left(\frac{1}{RC} + \frac{r_c}{L}\right) + \frac{1}{LC}}\right]} \tag{7.61}$$

El numerador de la Ecuación 7.61 indica que la resistencia equivalente en serie del condensador produce un cero en la función de transferencia, lo que puede ser importante para determinar la estabilidad del sistema.

Una técnica general para establecer la función de transferencia combinada del interruptor y del filtro es el promediado en el espacio de estados. En el Apéndice B se describe el desarrollo de este método.

Función de transferencia del circuito PWM

El circuito PWM (Pulse Width Modulador, modulador por anchura de impulsos) toma la salida del amplificador de error compensado y la convierte en un ciclo de trabajo. La tensión de salida del amplificador de error v_c se compara con una forma de onda de diente de sierra de amplitud V_p, como se muestra en la Figura 7.17. La salida del circuito PWM es un nivel alto cuando v_c es mayor que la forma de onda de diente de sierra y es cero cuando es menor. Si la tensión de salida cae por debajo de la referencia, aumentará el error entre la salida del convertidor y la señal de referencia, por lo que aumentarán v_c y el ciclo de trabajo. Recíprocamente, un aumento de la tensión de salida reducirá el ciclo de trabajo. Se puede deducir la función de transferencia del proceso PWM a partir de la siguiente relación lineal

$$d = \frac{v_c}{V_p}. \tag{7.62}$$

La función de transferencia del circuito PWM será por tanto

$$\frac{d(s)}{v_c(s)} = \frac{1}{V_p}. \tag{7.63}$$

Amplificador de error con compensación

El amplificador de error compara la tensión de salida del convertidor con una tensión de referencia para producir una señal de error, que se utilizará para ajustar el ciclo de trabajo del

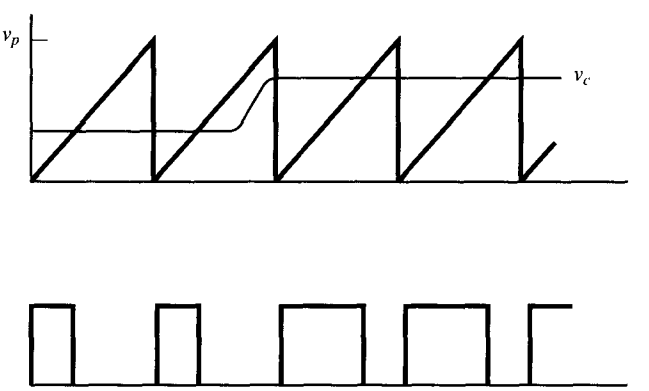


Figura 7.17. Proceso PWM: la salida es un nivel alto cuando la tensión v_c del amplificador de error compensado es mayor que la forma de onda de diente de sierra.

interruptor. La compensación asociada al amplificador determina el funcionamiento del bucle de control y proporciona un sistema de control estable.

La función de transferencia del amplificador de error compensado debe proporcionar una característica para el bucle abierto y para el bucle cerrado coherente con los criterios de estabilidad descritos anteriormente. Esto significa que el amplificador debe presentar una ganancia alta a frecuencias bajas y una ganancia pequeña a altas frecuencias. En la Figura 7.18a se muestra un amplificador que cumple estos requisitos. Este amplificador de error con compensación se denomina comúnmente amplificador Tipo 2 (consultar Venable, 1983 y Pressman, 1991 en la bibliografía).

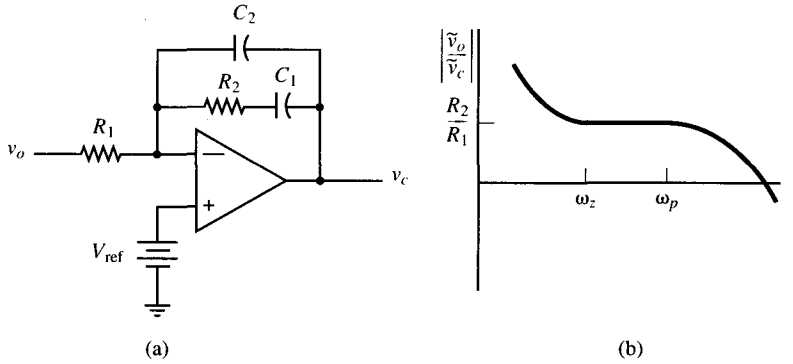


Figura 7.18. (a) Amplificador de error compensado Tipo 2 y (b) respuesta en frecuencia.

La función de transferencia del amplificador para pequeña señal (sin términos de continua) se expresa en función de las impedancias de entrada y de realimentación Z_i y Z_f, siendo

$$Z_i = R_1$$

$$Z_f = \left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) \| \frac{1}{sC_2}$$

con lo que se obtiene

$$\frac{\tilde{v}_c(s)}{\tilde{v}_o(s)} = -\frac{Z_f}{Z_i} = -\frac{\left(R_2 + \frac{1}{sC_1}\right)\frac{1}{sC_2}}{R_1\left(R_2 + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2}\right)}. \tag{7.64}$$

Reordenando los términos y suponiendo que $C_2 << C_1$,

$$\frac{\tilde{v}_c(s)}{\tilde{v}_o(s)} = -\frac{s + \frac{1}{R_2C_2}}{R_1C_2s\left(s + \frac{C_1 + C_2}{R_2C_1C_2}\right)} \approx -\frac{s + \frac{1}{R_2C_1}}{R_1C_2s\left(s + \frac{1}{R_2C_2}\right)}. \tag{7.65}$$

La función de transferencia anterior presenta un polo en el origen y un cero y un polo en

$$\omega_z = \frac{1}{R_2 C_1} \tag{7.66}$$

$$\omega_p = \frac{C_1 + C_2}{R_2 C_1 C_2} \approx \frac{1}{R_2 C_2}. \tag{7.67}$$

En la Figura 7.18b se muestra la forma de la respuesta en frecuencia de este amplificador. Los valores de R_1, R_2, C_1 y C_2 se seleccionan de manera que el sistema de control presente las características deseadas.

En la Figura 7.19 se muestra la respuesta en frecuencia combinada de las funciones de transferencia del circuito PWM, el interruptor y el filtro de salida del convertidor forward. La resistencia equivalente en serie del condensador de filtro produce un cero en $\omega = 1/r_c C$. Los programas de simulación como PSpice son útiles para determinar la respuesta en frecuencia. También es posible evaluar la función de transferencia haciendo $s = j\omega$.

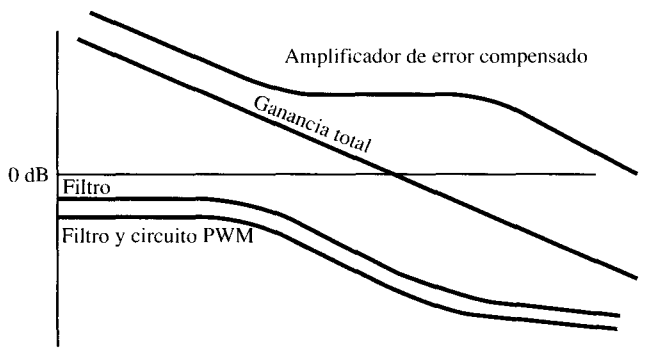


Figura 7.19. Respuesta en frecuencia de la función de transferencia del bucle de control.

Ejemplo 7.8. Bucle de control de un convertidor reductor

La tensión de alimentación de un convertidor reductor es $V_s = 12$ V, y se debe regular la tensión de salida a 5 V. La resistencia de carga es de 4 Ω, $L = 50$ μH con una resistencia interna despreciable y $C = 100$ μF con una resistencia equivalente en serie de 0,5 Ω. El circuito PWM presenta una tensión en forma de diente de sierra cuyo valor de pico es $V_p = 2{,}5$. Un compensador de Tipo 2 presenta $R_1 = 1$ kΩ, $R_2 = 8{,}7$ kΩ, $C_1 = 0{,}012$ μF y $C_2 = 760$ pF. Utilizar PSpice para determinar la frecuencia de cruce y el margen de fase.

Solución. El siguiente es el archivo de entrada de PSpice para el filtro, el amplificador de error compensado y el convertidor PWM.

```
BUCLE DE CONTROL PARA EL CONVERTIDOR FORWARD O REDUCTOR (blockloop.cir)
*Nodo 4=salida del filtro (en bornas de la resistencia de carga)
*Nodo 7=salida del compensador
*Nodo 8=salida del PWM = ganancia total del bucle-Introducir VDB(8)
y VP(8) en Probe
```

```
************* PARÁMETROS DEL CIRCUITO *************
.PARAM L=50UH rL=1p        ;Inductancia y resistencia de la bobina
.PARAM C=100UF rC=.5       ;Capacidad y resistencia del condensador
.PARAM RLOAD = 4
.PARAM Vp=2.5              ;(pico de la rampa en el modulador)
************* DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO *************
VS 1 0 AC 1 0
rL 1 3 {rL}
L 3 4 {L}
rC 4 5 {rC}
C 5 0 {C}
R 4 0 {RLOAD}
XCOMP 4 0 7 COMP
****** SUBCIRCUITO DEL AMPLIFICADOR DE ERROR COMPENSADO ******
.SUBCKT COMP 1 5 3
*RED DE COMPENSACIÓN DE TIPO 2 1=ENTRADA; 5=+ (ENTRADA NO INVERSORA);
3=OUTPUT
R1 1 2 1K
R2 4 3 8.7K
C1 2 4 .012uF
C2 2 3 760pf
EX 5 3 2 5 2E5        ;GANANCIA DEL AMPLIFICADOR OPERACIONAL
.ENDS COMP
******* SUBCIRCUITO PWM *******
XMOD 7 8 MODULATOR
.SUBCKT MODULATOR 1 2
*modulador de anchura de impulsos —convierte el error amplificado
en un ciclo de trabajo
RX 1 0 1G
EMOD 2 0 TABLE {V(1)/Vp} (0,0) (1,1)
RY 2 0 1G
.ENDS MODULATOR
.PROBE
.AC DEC 20 100 100000
.END
```

La salida de Probe de la Figura 7.20 muestra que la frecuencia de cruce es 5,8 kHz. El margen de fase es la diferencia con respecto a cero (o 360°), ya que el amplificador de error compensado incluye la inversión correspondiente a la realimentación negativa. La salida de Probe muestra que el margen de fase es 53°. Como el ángulo de fase a la frecuencia de cruce es mayor de 45°, el sistema de control es estable.

Diseño de un amplificador de error compensado

Debemos seleccionar la ganancia para frecuencias medias y el polo y el cero de la función de transferencia del amplificador de error compensado para obtener la frecuencia de cruce y el margen de fase totales en bucle abierto necesarios para garantizar la estabilidad.

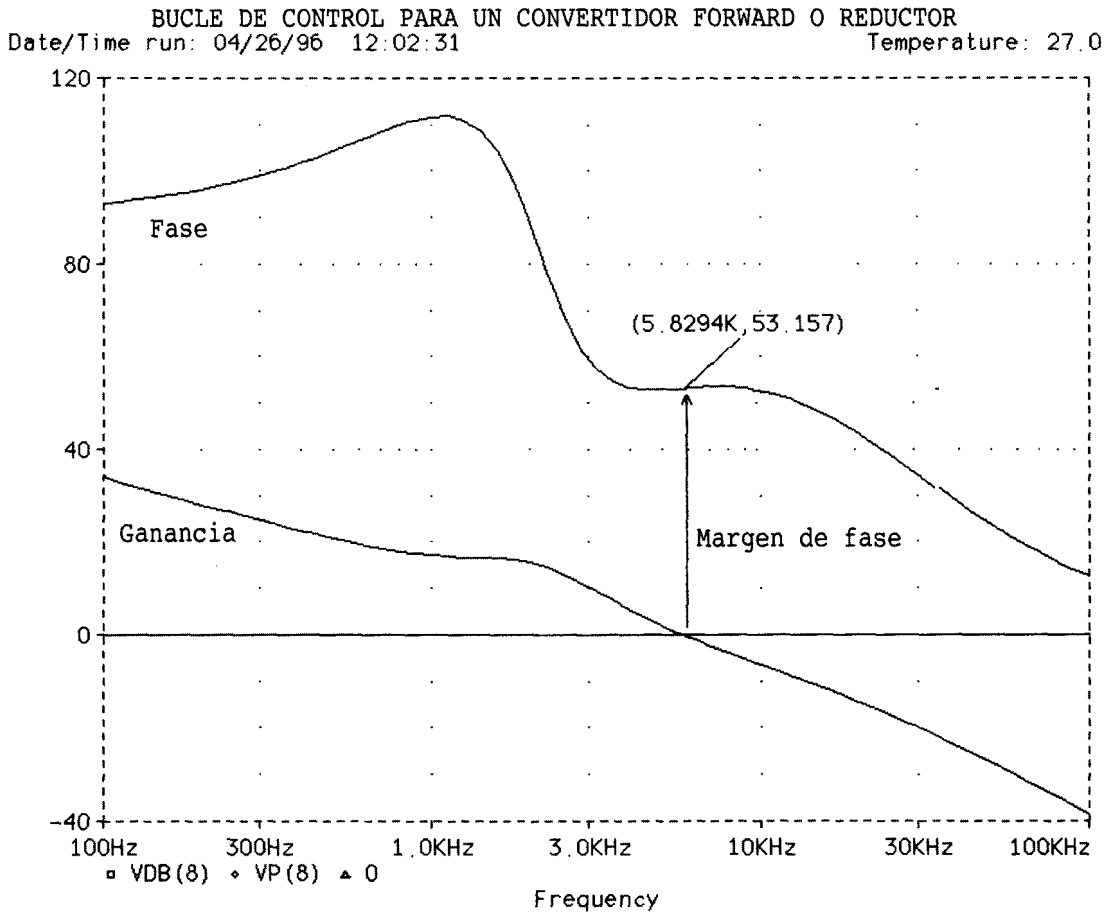


Figura 7.20. Salida de Probe para el Ejemplo 7.8, que muestra una frecuencia de cruce de 5,8 kHz y un margen de fase de 53°.

La función de transferencia del amplificador de error compensado de la Ecuación 7.65 puede expresarse de la siguiente manera para $s = j\omega$

$$\frac{\tilde{v}_c(j\omega)}{\tilde{v}_o(j\omega)} = -\frac{j\omega + \omega_z}{R_1 C_2 j\omega(j\omega + \omega_p)}. \tag{7.68}$$

Para frecuencias medias, $\omega >> \omega z$ y $\omega << \omega p$, lo que da como resultado

$$\frac{\tilde{v}_c(j\omega)}{\tilde{v}_o(j\omega)} \approx -\frac{j\omega}{R_1 C_2 j\omega\omega_p} = -\frac{1}{R_1 C_2\left(\frac{1}{R_2 C_2}\right)} = -\frac{R_2}{R_1}. \tag{7.69}$$

El ángulo de fase de la función de transferencia de la Ecuación 7.68 es

$$\begin{aligned}\theta_c &= -180 + \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_z}\right) - 90 - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right) \\ &= -270 + \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_z}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right).\end{aligned} \tag{7.70}$$

El siguiente es un procedimiento de diseño del amplificador de error compensado de Tipo 2:

1. Seleccione la frecuencia de cruce deseada para la función de transferencia total en bucle abierto. Esta frecuencia suele ser un orden de magnitud menor que la frecuencia de conmutación del convertidor.
2. Determine la función de transferencia y la respuesta en frecuencia de todos los elementos del circuito de control, a excepción del amplificador de error compensado.
3. Determine la ganancia para frecuencias medias del amplificador de error compensado que será necesaria para obtener la frecuencia de cruce total deseada. De esta manera se establecerá la relación R_2/R_1 de la Ecuación 7.69.
4. Seleccione el margen de fase necesario para asegurar la estabilidad. Este margen de fase suele ser mayor de 45°. Una vez establecidas las resistencias R_1 y R_2 para la ganancia a frecuencias medias, calcularemos el polo y el cero (ω_p y ω_z) a partir de C_1 y C_2. El ángulo de fase del amplificador de error compensado a la frecuencia de cruce es

$$\theta_{co} = -270 + \tan^{-1}\left(\frac{\omega_{co}}{\omega_z}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_{co}}{\omega_p}\right). \tag{7.71}$$

Un método para seleccionar las frecuencias de los polos y los ceros es el método del factor K (consulte Venable, 1983 en la bibliografía). Se define

$$K = \frac{\omega_{co}}{\omega_z} = \frac{\omega_p}{\omega_{co}}. \tag{7.72}$$

El ángulo de fase a la frecuencia de cruce será

$$\theta_{co} = -270 + \tan^{-1} K - \tan^{-1}\left(\frac{1}{K}\right). \tag{7.73}$$

El ángulo de fase del amplificador de error compensado es función de K. En la Tabla 7.1 se muestra el desfase en el amplificador de error compensado para determinados valores de K.

Tabla 7.1. Factores K y fases.

K	θ_c
2	−233°
2,5	−224°
3	−217°
4	−208°
5	−203°
6	−199°

El ángulo de fase del amplificador de error compensado que es necesario para obtener el margen de fase, se determina estableciendo el valor de K. Si conocemos ω_{co}, calcularemos ω_z y ω_p utilizando la Ecuación 7.68. Luego calcularemos C_1 y C_2 utilizando las Ecuaciones 7.66 y 7.67.

Ejemplo 7.9. Diseño de un amplificador de error compensado
Los parámetros de un convertidor reductor son:

$V_s = 20$ V con una salida de 8 V

$f = 60$ kHz

$L = 100$ μH con una resistencia en serie de 0,5 Ω

$C = 80$ μF con una resistencia equivalente en serie de 0,6 Ω

$R = 5$ Ω

$V_p = 3$ V en el circuito PWM

Diseñe un amplificador de error compensado Tipo 2 que dé lugar a un sistema de control estable.

Solución.

1. La frecuencia de cruce de la función de transferencia total en bucle abierto (la frecuencia para la que la ganancia es 1, o 0 dB) debe ser mucho menor que la frecuencia de conmutación. Establezcamos que $f_{co} = 10$ kHz.
2. Al simular la respuesta en frecuencia del filtro con una resistencia de carga en PSpice se obtiene que la ganancia del filtro a 10 kHz es de $-20{,}84$ dB y el ángulo de fase es de $-97°$. El convertidor PWM presenta una ganancia de $1/V_p = 1/3 = -9{,}54$ dB. La ganancia combinada del filtro y el convertidor PWM será por tanto $-20{,}84$ dB $- 9{,}54$ dB $= -30{,}38$ dB.
3. El amplificador de error compensado debe presentar una ganancia de $+30{,}3$ dB a 10 kHz para que la ganancia del bucle sea 0 dB. Convertimos la ganancia expresada en dB en una relación v_o/v_i:

$$30{,}38 \text{ dB} = 20 \log\left(\frac{\tilde{v}_o}{\tilde{v}_i}\right)$$

$$\frac{\tilde{v}_o}{\tilde{v}_i} = 10^{\left(\frac{30{,}38}{20}\right)} = 33{,}0$$

Utilizando la Ecuación 7.69, obtenemos el valor de la ganancia a frecuencias medias

$$\frac{R_2}{R_1} = 33{,}0.$$

Si $R_1 = 1$ kΩ, R_2 valdrá 33 kΩ.

4. En la Tabla 7.1 observamos que un factor K de valor 3 nos proporciona un desfase de $-217°$ en el amplificador de error compensado. Si el ángulo de fase del filtro es $-97°$, el margen de fase será $360° - 97° - 217° = 46°$, que es un valor adecuado.

Calculamos C_1 utilizando las ecuaciones 7.72 y 7.66,

$$\omega_z = \frac{\omega_{co}}{K} = \frac{2\pi 10.000}{3} = 20{,}944 = \frac{1}{R_2 C_1}$$

$$C_1 = \frac{1}{R_2 \omega_2} = \frac{1}{(33.000)(20.944)} = 1{,}45 \text{ nF}.$$

Calculamos C_2 utilizando las ecuaciones 7.72 y 7.67,

$$\omega_p = K\omega_{co} \approx \frac{1}{R_2 C_2}$$

$$C_2 = \frac{1}{R_2 K \omega_{co}} = \frac{1}{(33.000)(3)(2\pi 10.000)} = 161 \text{ pF}.$$

Simulación en PSpice del control por realimentación

La simulación en PSpice puede ser una herramienta muy útil en el diseño y verificación de los sistemas de control en bucle cerrado de las fuentes de alimentación de continua. El comportamiento en gran señal de las corrientes y las tensiones es más importante que el rizado de conmutación. Por consiguiente, para esta simulación se utilizará un circuito promediado similar al de la Sección 6.10. También utilizaremos el modelo del interruptor de la Figura 6.18c, y determinaremos el ciclo de trabajo utilizando un bucle de realimentación. En la Figura 7.21 se muestra un circuito que simula el bucle de control. En el siguiente ejemplo se muestra la simulación en PSpice de un sistema de control realimentado.

Ejemplo 7.10. Simulación en PSpice de un bucle de control

Los siguientes son los parámetros de un convertidor reductor (o convertidor directo con un transformador 1:1): $V_s = 20$, $V_o = 8$, $L = 100$ μH con una resistencia $r_L = 2$ Ω, $C = 80$ μF con una resistencia equivalente en serie de $r_c = 0{,}6$ Ω y una resistencia de carga = 5 Ω. Un amplificador de error compensado Tipo 2 presenta los siguientes parámetros: $R_1 = 1$ kΩ, $R_2 = 33$ kΩ, $C_1 = 1{,}45$ nF y $C_2 = 161$ pF. El controlador PWM presenta una tensión de pico $V_p = 3$ V.

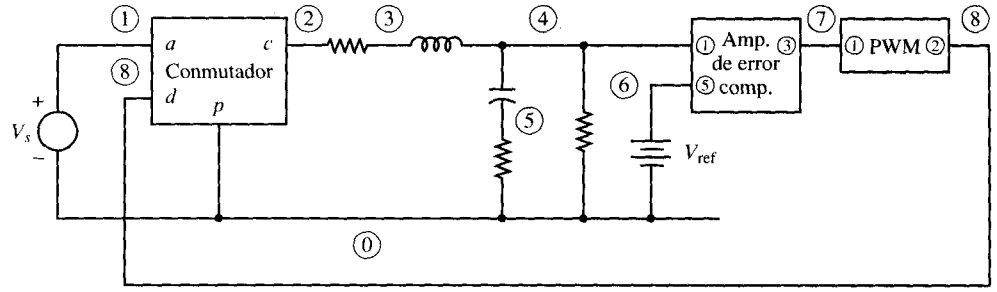
Una vez alcanzada la salida en régimen permanente, se conmuta una segunda resistencia de 5 Ω en paralelo con la carga y posteriormente se elimina. Utilice PSpice para determinar el comportamiento transitorio de la tensión de carga y el ciclo de trabajo.

Solución. El siguiente es el archivo de entrada de PSpice:

```
CONTROL DEL CONVERTIDOR REDUCTOR (buckcont.cir)
********** la tensión de salida es V (4) ************
********** PARÁMETROS DEL CIRCUITO Y DE CONTROL ************
.PARAM Vs=20
.PARAM Vref=8
.PARAM L=100UH rL=2
.PARAM C=80UF rC=.6
.PARAM RLOAD=5
.PARAM Vp=3                    ;(pico de la rampa en el modulador)
.PARAM R1=1K R2=33K C1=1.45nF C2=161pF  ;parámetros del
                                          amplificador de error
***************** DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO ******************
VS 1 0 DC {Vs}
XSWITCH 1 0 2 8 SWITCH
rL 2 3 {rL}
L 3 4 {L} IC={Vref/RLOAD}
rC 4 5 {rC}
```

```
C 5 0 {C} IC={Vref}
R 4 0 {RLOAD}
XCOMP 4 6 7 COMP          ;amplificador de error compensado
Vref 6 0 {Vref}
XMOD 7 8 MODULATOR        ;controlador PWM
********************* ESCALÓN DE CARGA **********************
R2 4 4S {RLOAD}           ;CONEXIÓN RESISTENCIA DE CARGA ADICIONAL
SW 4S 0 SCONT 0 SMOD
.MODEL SMOD VSWITCH(RON=.001)
VPULSE SCONT 0 PULSE(-10 10 .5M 1N 1N .5MS 10MS)
******* SUBCIRCUITO DEL AMPLIFICADOR DE ERROR COMPENSADO ******
.SUBCKT COMP 1 5 3
*RED DE COMPENSACIÓN TIPO 2 1=INPUT; 5=+ (ENTRADA NO INVERSORA);
   3=OUTPUT
R1 1 2 {R1}
R2 4 3 {R2}
C1 2 4 {C1}
C2 2 3 {C2}
RIN 2 5 1E6
EAMP 3 0 TABLE {V(5,2)} (-15U, -15) (15U,15) ;incluye la saturación
                                              a +/- 15 voltios
.ENDS COMP
************** SUBCIRCUITO DEL CONTROLADOR PWM ***************
.SUBCKT MODULATOR 1 2
*modulador de anchura de pulso-convierte el error amplificado
   en ciclo de trabajo
RX 1 0 1G
EMOD 2 0 TABLE {V(1)/VP} (0,0) (1,1)
RY 2 0 1G
.ENDS MODULATOR
******* SUBCIRCUITO DEL MODELO PROMEDIADO DEL INTERRUPTOR ******
*MODELO DE INTERRUPTOR DE VORPERIAN
.SUBCKT SWITCH A P C D
GAP A X VALUE {V(D)*I(VC)}
ECP X P VALUE={V(D)*V(A, 0)}
VC X C 0
RCONV D 0 1G
.ENDS SWITCH
.PROBE
.TRAN 10U 2M UIC
.END
```

La salida de Probe de la Figura 7.22 muestra la tensión de salida, la corriente en la bobina y el ciclo de trabajo. Observe que el ciclo de trabajo varía de manera que la salida en régimen permanente permanece regulada a 8 V al variar la carga.



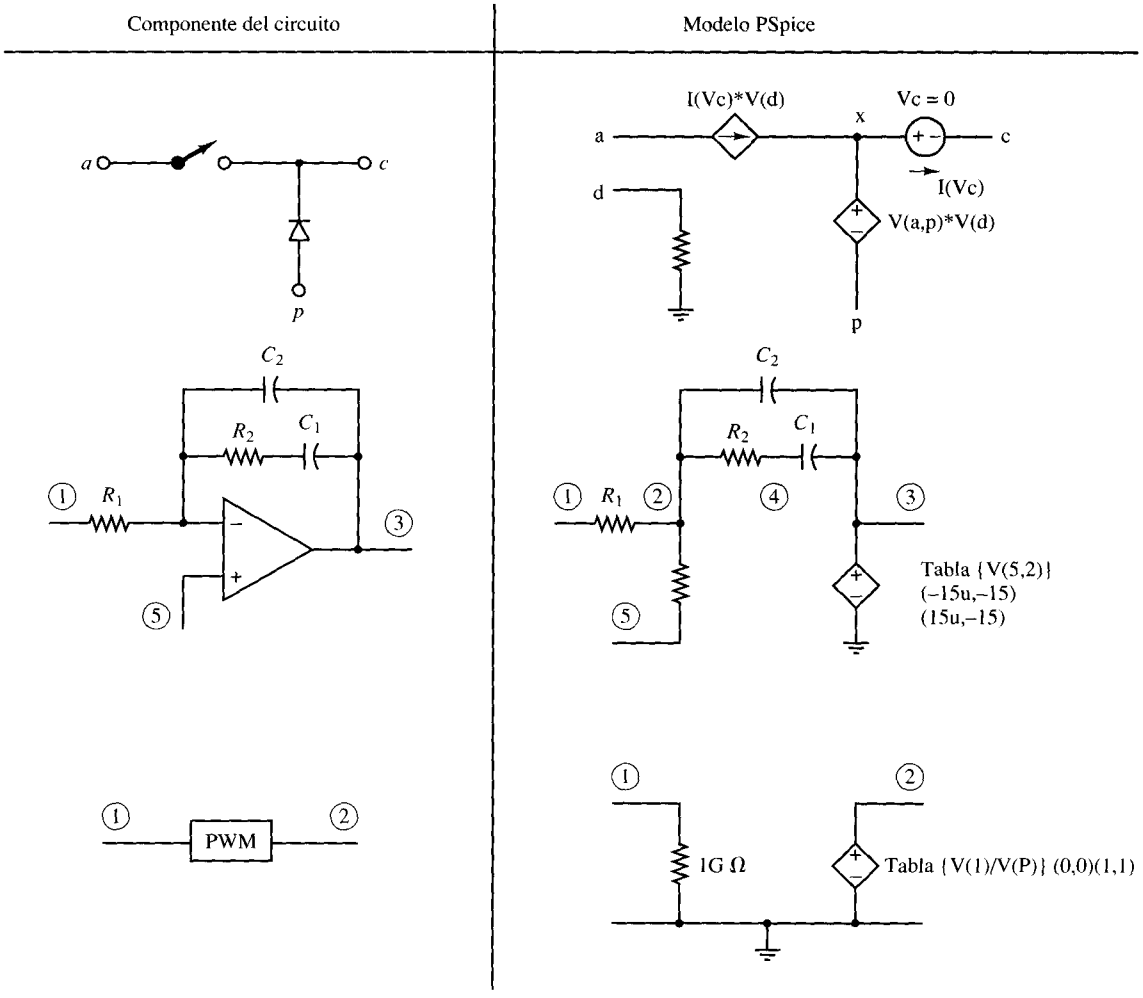


Figura 7.21. Circuito de control por realimentación en PSpice.

Circuitos de control PWM

Los principales elementos del control realimentado de las fuentes de alimentación de continua están disponibles en circuito integrado, como por ejemplo el circuito de control SG3524B, que

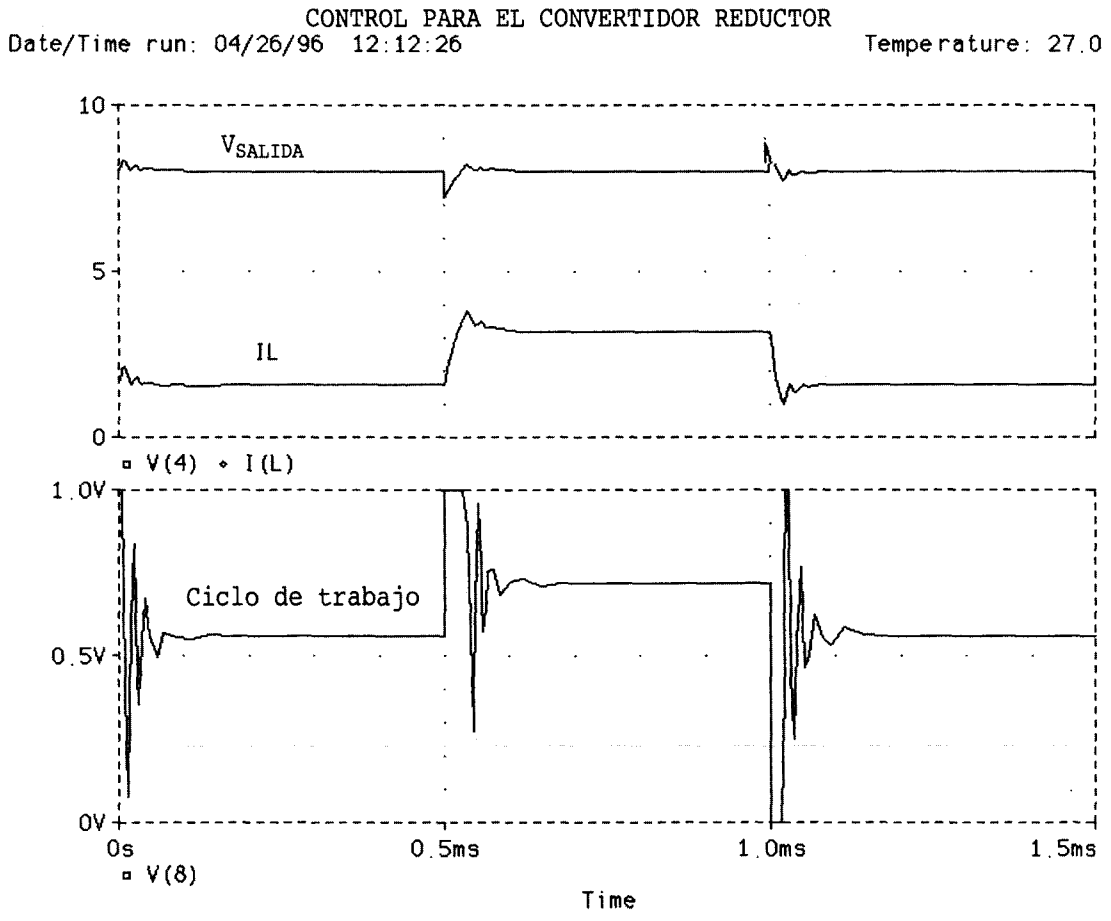


Figura 7.22. Salida de PSpice para el Ejemplo 7.10.

se muestra en la Figura 7.23. Observe que el circuito contiene un amplificador de error, un generador de formas de onda en diente de sierra y un comparador para modulación PWM. Suele ser necesario utilizar una red de muestreo divisora de tensión para reducir la tensión de salida a un nivel adecuado para el circuito integrado. Por ejemplo, es posible reducir la tensión de salida muestreada a 2,5 V cuando la tensión de referencia es también de 2,5 V. La ganancia del divisor de tensión (menor que 0 dB) debe incluirse en la ganancia de bucle del convertidor.

El amplificador de error del SG3524B es un amplificador de tipo transconductancia con una alta impedancia de salida. La compensación puede implementarse mediante un circuito RC conectado entre la salida del amplificador de error y tierra (véase la Figura 7.23). El cero y el polo de la red de compensación es $\omega_p = 1/R_oC$ y $w_z = 1/RC$ donde R_o es la impedancia de salida del amplificador, que es aproximadamente 4 MΩ y $R << R_o$. El circuito de control proporciona funciones adicionales, incluyendo la protección contra sobrecorrientes y un arranque suave (un incremento gradual del ciclo de trabajo en el arranque).

Los modelos de simulación son propiedad del propietario de PSpice y están incluidos en la versión comercial de PSpice. En la versión de evaluación de PSpice se incluye un modelo de comportamiento para gran señal (evalpwrs.cir).

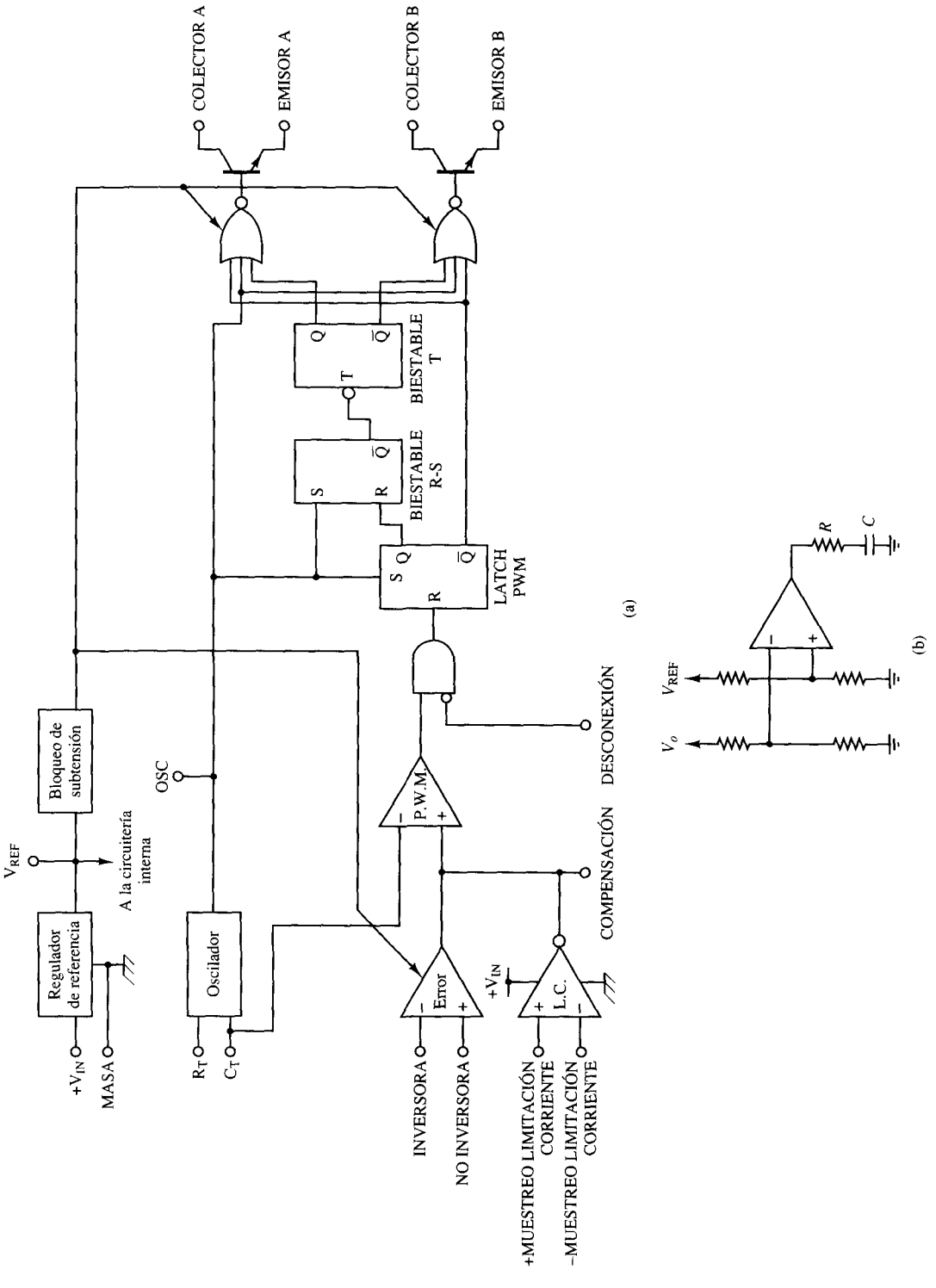


Figura 7.23. (a) Circuito de control PWM SG3524 (Cortesía de LINFINITY Microelectronics, Inc.). (b) Componentes externos para el amplificador de error.

BIBLIOGRAFÍA

S. ANG, *Power Switching Converters*, Marcel Dekker, 1995.
A. I. PRESSMAN, *Switching Power Supply Design*, McGraw-Hill, 1991.
PSpice Reference Manual, MicroSim Corp., Irvine, Calif.
R. P. SEVERNS y G. BLOOM, *Modern DC-to-DC Switchmode Power Converter Circuits*, Van Nostrand Reinhold, 1985.
Silicon General Product Catalog, Silicon General, Inc.
K. KIT SUM, *Switch-Mode Power Conversion: Basic Theory and Design*, Marcel Dekker, 1984.
Switched Mode Power Supplies: A Technology Assessment, EPRI Power Electronic Applications Center, Knoxville, Tenn., 1989.
D. VENABLE, «The K Factor: A New Mathematical Tool for Stability Analysis and Synthesis», *Proceedings Powercon*, Vol. 10, 1983.
V. VORPERIAN, «Simplified Analysis of PWM Converters using Model of PWM Switch», *IEEE Transactions ono Aerospace and Electronic Systems*, May 1990.

PROBLEMAS

Convertidor flyback

7.1. El convertidor flyback de la Figura 7.2a presenta los siguientes parámetros: $V_s = 36$ V, $D = 0{,}4$, $N_1/N_2 = 1$, $R = 20\ \Omega$, $L_m = 240\ \mu$H, $C = 100\ \mu$F y frecuencia de conmutación = 30 kHz. Determine

(a) La tensión de salida.
(b) Las corrientes media, máxima y mínima en la bobina.
(c) El rizado de la tensión de salida.

7.2. El convertidor flyback de la Figura 7.2a presenta una tensión de entrada de 48 V, una tensión de salida de 30 V, un ciclo de trabajo de 0,45 y una frecuencia de conmutación de 25 kHz. La resistencia de carga es de 15 Ω.

(a) Determine la relación de vueltas del transformador.
(b) Determine el valor de la inductancia magnetizante del transformador L_m para que el valor de la corriente mínima en la bobina sea el 25 % del valor de la corriente media.

7.3. Diseñar un convertidor flyback con una entrada de 24 V y una salida de 40 W a 40 V. Especifique la relación de vueltas del transformador y el valor de la inductancia magnetizante, la frecuencia de conmutación y el valor del condensador para que el rizado sea menor que el 0,5 %.

7.4. ¿Cuál es el valor de la resistencia de carga que marca el límite entre corriente permanente y corriente discontinua en la inductancia magnetizante del convertidor flyback del Ejemplo 7.2? Represente la relación V_o/V_s cuando la carga varía de 20 a 50 Ω.

7.5. Deducir una expresión para el instante en el que se anula la corriente magnetizante i_{L_m} en un convertidor flyback que funcione en el modo de corriente discontinua.

Convertidor forward

7.6. El convertidor forward de la Figura 7.5a presenta los siguientes parámetros: $V_s = 100$ V, $N_1/N_2 = N_1/N_3 = 1$, $L_m = 5$ mH, $L_x = 200\ \mu$H, $R = 20\ \Omega$, $C = 100\ \mu$F, $D = 0{,}35$ y frecuencia de conmutación = 50 kHz.

(a) Determine la tensión de salida y el rizado de la tensión de salida.

(b) Determine el valor de las corrientes media, máxima y mínima en la bobina.
(c) Determine la corriente de pico de *Lm* en el modelo del transformador.
(d) Determine la corriente de pico en el interruptor y en el primario del transformador físico.

7.7. Un convertidor forward presenta una fuente de 75 V y una carga de 250 W a 50 V. Los parámetros del filtro de salida son: $L_x = 100\ \mu$H y $C = 150\ \mu$F. La frecuencia de conmutación es de 40 kHz.

(a) Determine el ciclo de trabajo y las relaciones de vueltas N_1/N_2 y N_1/N_3 del transformador para obtener la tensión de salida necesaria. Verifique que la corriente en L_x es permanente.
(b) Determine el rizado de la tensión de salida.

7.8. Un convertidor forward presenta los siguientes parámetros: $V_s = 125$ V, $V_o = 50$ V, $R = 25\ \Omega$ y frecuencia de conmutación = 50 kHz.

(a) Determine la relación de vueltas del transformador N_1/N_2 para que el ciclo de trabajo sea 0,3.
(b) Determine el valor de la bobina L_x para que el valor de la corriente mínima en L_x sea el 40 % del valor de la corriente media.
(c) Determine el valor del condensador necesario para limitar el rizado de la tensión de salida a un 0,5 %.

7.9. Diseñar un convertidor forward que cumpla los siguientes requisitos: $V_s = 170$ V, $V_o = 48$ V y potencia de salida = 150 W. El rizado de la tensión de salida debe ser inferior al 1 %. Especifique las relaciones de vueltas del transformador, el ciclo de trabajo del interruptor, la frecuencia de conmutación, el valor de L_x para que la corriente sea permanente y la capacidad de salida.

7.10. Diseñar un convertidor forward que produzca una tensión de salida de 30 V cuando la tensión continua de entrada no está regulada y varía entre 150 y 175 V. La potencia de salida varía entre 20 W y 50 W. El ciclo de trabajo del interruptor variará para compensar las fluctuaciones del generador y regular la salida a 30 V. Especifique la frecuencia de conmutación y el rango de variación del ciclo de trabajo del interruptor, la relación de vueltas del transformador, el valor de L_x y el valor del condensador necesario para limitar el rizado máximo de salida a un 0,2 %. El diseño debe ser válido para cualesquiera condiciones de funcionamiento.

7.11. En la Figura 7.6 se muestran las formas de onda de las corrientes en el transformador del convertidor forward basadas en el modelo de transformador de la Figura 7.1d. Dibuje las corrientes en los tres devanados del transformador físico de tres devanados. Suponga que $N_1/N_2 = N_1/N_3 = 1$.

Convertidor push-pull

7.12. El convertidor push-pull de la Figura 7.8a presenta los siguientes parámetros: $V_s = 50$ V, $N_p/N_s = 2$, $L_x = 300\ \mu$H, $C = 200\ \mu$F, $R = 8\ \Omega$, $f = 30$ kHz y $D = 0{,}35$. Determine

(a) La tensión de salida.
(b) Las corrientes máxima y mínima en la bobina.
(c) El rizado de la tensión de salida.

7.13. Dibuje la corriente en L_x, D_1, D_2, Sw_1, Sw_2 y en el generador para el convertidor push-pull del Problema 7.12.

7.14. El convertidor push-pull de la Figura 7.8a utiliza un transformador con una inductancia magnetizante $L_m = 2$ mH conectada en paralelo con el devanado P_1 del modelo. Dibuje la corriente en L_m utilizando los parámetros de circuito del Problema 7.12.

7.15. Se dispone del convertidor push-pull de la Figura 7.8a.

(a) Dibuje la forma de onda de la tensión v_{L_x}.
(b) Deduzca la expresión de la tensión de salida (Ecuación 7.44) basándose en que la tensión media en la bobina es cero.

Convertidor alimentado en corriente

7.16. El convertidor alimentado en corriente de la Figura 7.11a presenta una tensión de entrada de 24 V y una relación de vueltas $N_p/N_s = 2$. La resistencia de carga es de 10 Ω y el ciclo de trabajo de cada interruptor es 0,65. Determine la tensión de salida y la corriente de entrada. Suponga que la inductancia de entrada es muy grande. Determine la tensión máxima en cada interruptor.

7.17. El convertidor alimentado en corriente de la Figura 7.11a presenta una tensión de entrada de 30 V y alimenta a una carga de 40 W a 50 V. Especifique la relación de vueltas y el ciclo de trabajo de los interruptores. Determine la corriente media en la bobina.

7.18. La tensión de salida del convertidor alimentado en corriente de la Figura 7.11a se calculó suponiendo que la tensión media en la bobina era nula. Deducir la tensión de salida (Ecuación 7.52) suponiendo que la potencia entregada por la fuente es igual a la potencia absorbida por la carga en un convertidor ideal.

PSpice

7.19. Simule el convertidor flyback del Ejemplo 7.2 utilizando PSpice. Utilizar un interruptor controlado por tensión con $R_{on} = 0{,}2\ \Omega$ y el modelo de diodo predeterminado. Mostrar la tensión de salida en régimen permanente. Compare la tensión de salida y el rizado de la tensión de salida con los resultados del Ejemplo 7.2. Mostrar las corrientes en el primario y el secundario del transformador, y calcular el valor de cada una. Comente los resultados. Sugerencia: para obtener los resultados en régimen permanente, utilice el comando de análisis transitorio `.TRAN .1U 5000U 4900U UIC`.

7.20. Simular el convertidor forward del Ejemplo 7.4 utilizando PSpice. Utilizar un interruptor controlado por tensión con $R_{on} = 0{,}2\ \Omega$ y el modelo de diodo predeterminado. Comparar los resultados de la simulación con los del Ejemplo 7.4. Sugerencia: para obtener los resultados en régimen permanente, utilice el comando de análisis transitorio `.TRAN 1U 8000U 7800U UIC`.

Control

7.21. Diseñar un amplificador de error compensado Tipo 2 (Figura 7.18a) cuyo ángulo de fase a la frecuencia de cruce sea $\theta_{co} = -210°$ y cuya ganancia sea 20 dB, para una frecuencia de cruce de 12 kHz.

7.22. La magnitud de la función de transferencia del filtro de un convertidor en oposición es de −15 dB y su ángulo de fase es −105° a 5 kHz. La ganancia del circuito PWM es −9,5 dB. Diseñe un amplificador de error compensado Tipo 2 (Figura 7.18a) que produzca un margen de fase de al menos 45° a una frecuencia de cruce de 5 kHz.

7.23. Los parámetros de un convertidor reductor son $L = 50\ \mu$H, $C = 100\ \mu$F y $r_c = 0{,}5\ \Omega$, y la resistencia de carga es $R = 4\ \Omega$. El convertidor PWM presenta una tensión $V_p = 3$ V. Los parámetros de un amplificador de error Tipo 2 son $R_1 = 1$ kΩ, $R_2 = 23{,}7$ kΩ, $C_1 = 2{,}24$ nF y $C_2 = 140$ pF. Utilice PSpice para determinar el margen de fase del bucle de control (como en el Ejemplo 7.8) y comente su estabilidad. Realice una simulación del bucle de control como la del Ejemplo 7.10 utilizando PSpice. Utilice los valores $V_s = 20$ V y $V_{ref} = 8$ V.

7.24. Un convertidor reductor utiliza una bobina $L = 200\ \mu$H con una resistencia en serie $r_L = 0{,}2\ \Omega$, un condensador $C = 100\ \mu$F con $r_c = 0{,}5\ \Omega$ y una carga $R = 4\ \Omega$. La tensión del convertidor PWM es $V_p = 3$ V.

(a) Utilice PSpice para determinar la magnitud y el ángulo de fase del filtro y la carga a 10 kHz.

(b) Diseñe un amplificador de error compensado Tipo 2 (Figura 7.18a) que produzca un margen de fase de al menos 45° a una frecuencia de cruce de 10 kHz. Verifique los resultados obtenidos realizando la simulación en PSpice de un escalón de carga de 4 Ω a 2 Ω, como la del Ejemplo 7.10. Utilice los valores $V_s = 20$ V y $V_{ref} = 8$ V.

7.25. Un convertidor reductor presenta una bobina $L = 200$ μH con una resistencia en serie $r_L = 0{,}1$ Ω, un condensador $C = 200$ μF con $r_c = 0{,}4$ Ω y una carga $R = 5$ Ω. La tensión del convertidor PWM es $V_p = 3$ V.

(a) Utilice PSpice para determinar la magnitud y el ángulo de fase del filtro y la carga a 8 kHz.

(b) Diseñe un amplificador de error compensado Tipo 2 (Figura 7.18a) que produzca un margen de fase de al menos 45° a una frecuencia de cruce de 10 kHz. Verifique los resultados obtenidos realizando la simulación en PSpice de un escalón de carga de 4 Ω a 2 Ω, como la del Ejemplo 7.10. Utilice los valores $V_s = 20$ V y $V_{ref} = 8$ V.

8

INVERSORES:
Conversión de continua en alterna

8.1. INTRODUCCIÓN

Los inversores son circuitos que convierten la corriente continua en corriente alterna. Más exactamente, los inversores transfieren potencia desde una fuente de continua a una carga de alterna. Los convertidores en puente de onda completa del Capítulo 4 pueden funcionar como inversores en algunos casos, pero en esos casos debe preexistir una fuente de alterna. En otras aplicaciones, el objetivo es crear una tensión alterna cuando sólo hay disponible una fuente de tensión continua. En este capítulo vamos a centrarnos en los inversores que generan una salida de alterna a partir de una entrada de continua. Los inversores se utilizan en aplicaciones tales como motores de alterna de velocidad ajustable, sistemas de alimentación ininterrumpida (SAI) y dispositivos de corriente alterna que funcionen a partir de una batería de automóvil.

8.2. EL CONVERTIDOR EN PUENTE DE ONDA COMPLETA

El convertidor en puente de onda completa de la Figura 8.1(a) es el circuito básico que se utiliza para convertir continua en alterna. Ya mostramos en el Capítulo 7 el convertidor en puente de onda completa como parte de una fuente de alimentación de corriente continua. A partir de una entrada de continua se obtiene una salida de alterna cerrando y abriendo interruptores en una determinada secuencia. La tensión de salida v_o puede ser $+V_{cc}$, $-V_{cc}$, o cero, dependiendo de qué interruptores están cerrados. Las Figuras 8.1b a la 8.1e muestran los circuitos equivalentes de las combinaciones de interruptores.

Interruptores cerrados	Tensión de salida, v_o
S_1 y S_2	$+V_{cc}$
S_3 y S_4	$-V_{cc}$
S_1 y S_3	0
S_2 y S_4	0

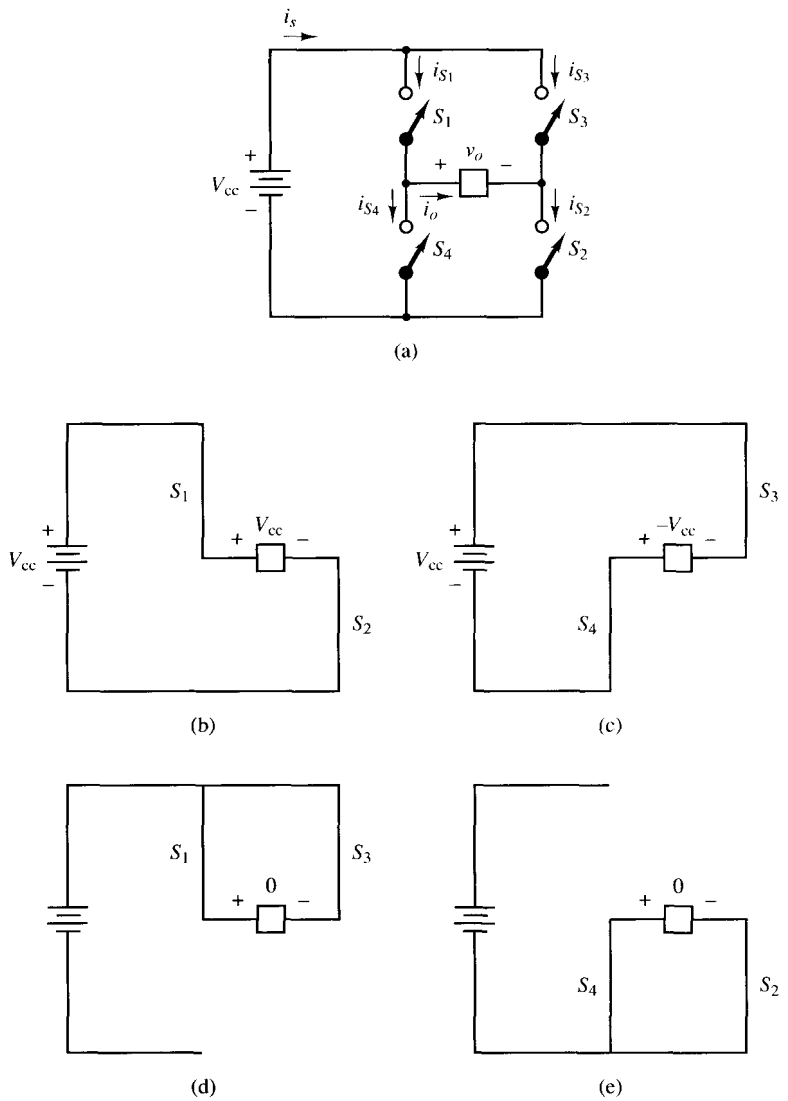


Figura 8.1. (a) Puente convertidor de onda completa. (b) S_1 y S_2 cerrados. (c) S_3 y S_4 cerrados. (d) S_1 y S_3 cerrados. (e) S_2 y S_4 cerrados.

Observe que S_1 y S_4 no deberían estar cerrados al mismo tiempo, ni tampoco S_2 y S_3. De otra manera habría un cortocircuito en la fuente de continua. Los interruptores reales no se

abren y se cierran instantáneamente, como vimos en el Capítulo 6. Por tanto, deben tenerse en cuenta los tiempos de transición de la conmutación al diseñar el control de los interruptores. El sopalamiento de los tiempos de conducción de los interruptores resultaría en un cortocircuito, denominado en ocasiones fallo de solapamiento (shoot-through fault) en la fuente de tensión continua. El tiempo permitido para la conmutación se denomina tiempo muerto (blanking time).

8.3. EL INVERSOR DE ONDA CUADRADA

El esquema de conmutación más sencillo del convertidor en puente de onda completa genera una tensión de salida en forma de onda cuadrada. Los interruptores conectan la carga a $+V_{cc}$ cuando S_1 y S_2 están cerrados y a $-V_{cc}$ cuando S_3 y S_4 están cerrados. La conmutación periódica de la tensión de la carga entre $+V_{cc}$ y $-V_{cc}$ genera en la carga una tensión con forma de onda cuadrada. Aunque esta salida alterna no es sinusoidal, puede ser una onda de alterna adecuada para algunas aplicaciones.

La forma de onda de la corriente en la carga depende de los componentes de la carga. En una carga resistiva, la forma de onda de la corriente se corresponde con la forma de la tensión de salida. Una carga inductiva tendrá una corriente con más calidad sinusoidal que la tensión, a causa de las propiedades de filtrado de las inductancias. Una carga inductiva requiere ciertas consideraciones a la hora de diseñar los interruptores en el circuito en puente de onda completa, ya que las corrientes de los interruptores deben ser bidireccionales.

Para una carga serie R-L y una tensión de salida con forma de onda cuadrada, suponemos que los interruptores S_1 y S_2 de la Figura 8.1a se cierran en $t = 0$. La tensión en la carga es $+V_{cc}$, y la corriente comienza a aumentar en la carga y en S_1 y S_2. La corriente se expresa como la suma de las respuestas natural y forzada:

$$\begin{aligned} i_o(t) &= i_f(t) + i_n(t) \\ &= \frac{V_{cc}}{R} + Ae^{-t/\tau}, \qquad 0 \leqslant t \leqslant \frac{T}{2} \end{aligned} \tag{8.1}$$

donde A es una constante que se calcula a partir de la condición inicial y $\tau = L/R$.

En $t = T/2$, S_1 y S_2 se abren, y S_3 y S_4 se cierran. La tensión en la carga R-L pasa a ser $-V_{cc}$, y la corriente tiene la forma:

$$i_o(t) = \frac{-V_{cc}}{R} + Be^{-(t-T/2)/\tau}, \qquad \frac{T}{2} \leqslant t \leqslant T \tag{8.2}$$

donde la constante B se calcula a partir de la condición inicial.

Cuando se proporciona energía al circuito por primera vez y la corriente inicial de la inductancia es cero, tenemos un transitorio antes de que la corriente de la carga alcance el régimen permanente. En régimen permanente, i_o es periódica y simétrica con respecto a cero, como se muestra en la Figura 8.2. Hacemos que la condición inicial de la corriente que se describe en la Ecuación 8.1 sea $I_{mín}$, y que la condición inicial de la corriente que se describe en la Ecuación 8.2 sea $I_{máx}$.

Calculando la Ecuación 8.1 en $t = 0$,

$$i_o(0) = \frac{V_{cc}}{R} + Ae^0 = I_{mín}$$

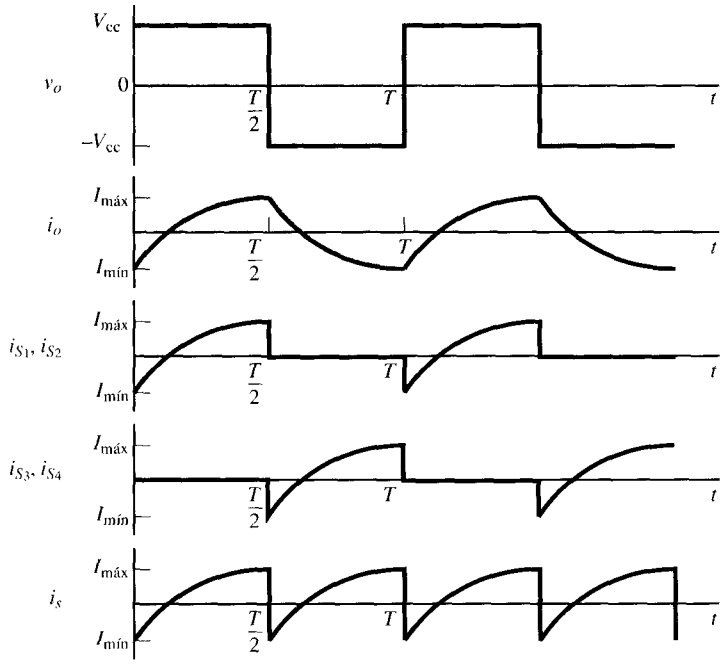


Figura 8.2. Tensión de salida con forma de onda cuadrada y forma de onda de la corriente en régimen permanente para una carga R-L.

o

$$A = I_{mín} - \frac{V_{cc}}{R} \tag{8.3}$$

De igual manera, evaluamos la Ecuación 8.2 en $t = T/2$:

$$i_o(T/2) = \frac{-V_{cc}}{R} + Be^0 = I_{máx}$$

o

$$B = I_{máx} + \frac{V_{cc}}{R} \tag{8.4}$$

En régimen permanente, las formas de onda de la corriente descritas por las Ecuaciones 8.1 y 8.2 se convierten en

$$i_o(t) = \begin{cases} \dfrac{V_{cc}}{R} + \left(I_{mín} - \dfrac{V_{cc}}{R}\right)e^{-t/\tau} & \text{para} \quad 0 \leqslant t \leqslant \dfrac{T}{2} \\ \dfrac{-V_{cc}}{R} + \left(I_{máx} + \dfrac{V_{cc}}{R}\right)e^{-(t-T/2)/\tau} & \text{para} \quad \dfrac{T}{2} \leqslant t \leqslant T \end{cases} \tag{8.5}$$

Obtenemos una expresión de $I_{máx}$ evaluando la primera parte de la Ecuación 8.5 en $t = T/2$:

$$i(T/2) = I_{máx} = \frac{V_{cc}}{R} + \left(I_{mín} - \frac{V_{cc}}{R}\right)e^{-(T/2\tau)} \tag{8.6}$$

y, por simetría,

$$I_{mín} = -I_{máx} \tag{8.7}$$

Sustituyendo $-I_{máx}$ por $I_{mín}$ en la Ecuación 8.6 y despejando $I_{máx}$,

$$\boxed{I_{máx} = -I_{mín} = \frac{V_{cc}}{R}\left[\frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}}\right]} \tag{8.8}$$

Así, las Ecuaciones 8.5 y 8.8 describen la corriente en una carga R-L en régimen permanente cuando se le aplica una tensión con forma de onda cuadrada. La Figura 8.2 muestra las corrientes resultantes en la carga, la fuente y los interruptores.

La potencia absorbida por la carga puede calcularse a partir de $I_{rms}^2 R$, donde la corriente rms de la carga viene determinada por la ecuación que la define, expuesta en el Capítulo 2. Se puede simplificar la integración aprovechándose de la simetría de la onda. Como el cuadrado de cada uno de los semiperiodos de la corriente es idéntico, sólo hemos de evaluar la primera mitad del período:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,d(t)} = \sqrt{\frac{2}{T}\int_0^{T/2}\left[\frac{V_{cc}}{R} + \left(I_{mín} - \frac{V_{cc}}{R}\right)e^{-t/\tau}\right]^2 dt} \tag{8.9}$$

Si los interruptores son ideales, la potencia entregada por la fuente debe ser la misma que la absorbida por la carga. La potencia de una fuente de continua viene determinada por

$$P_{cc} = V_{cc} I_s \tag{8.10}$$

tal y como se dedujo en el Capítulo 2.

Ejemplo 8.1. Inversor de onda cuadrada con carga R-L

El puente inversor de onda completa de la Figura 8.1 tiene un esquema de conmutación que genera una tensión con forma de onda cuadrada en una carga R-L serie. La frecuencia de conmutación es de 60 Hz, $V_{cc} = 100$ V, $R = 10\ \Omega$ y $L = 25$ mH. Calcule (a) una expresión para la corriente de la carga, (b) la potencia absorbida por la carga, (c) la corriente media en la fuente de continua.

Solución. **(a)** A partir de los parámetros dados,

$$T = 1/f = 1/60 = 0{,}0167 \text{ s}$$

$$\tau = L/R = 0{,}025/10 = 0{,}0025 \text{ s}$$

$$T/2t = 3{,}33$$

La Ecuación 8.8 se utiliza para calcular la corriente mínima y la máxima

$$I_{máx} = -I_{mín} = \frac{100}{10}\left[\frac{1 - e^{-3{,}33}}{1 + e^{-3{,}33}}\right] = 9{,}31 \text{ A}$$

Evaluamos la Ecuación 8.5 para hallar la corriente de carga:

$$i_o(t) = \frac{100}{10} + \left(-9{,}31 - \frac{100}{10}\right)e^{-t/0{,}0025}$$

$$= 10 - 19{,}31e^{-t/0.0025} \qquad 0 \leqslant t \leqslant \frac{1}{120}$$

$$i_o(t) = -\frac{100}{10} + \left(9{,}31 + \frac{100}{10}\right)e^{-(t-0{,}0167/2)/0{,}0025}$$

$$= -10 + 19{,}31e^{-(t-0{,}00835)/0{,}0025} \qquad \frac{1}{120} \leqslant t \leqslant \frac{1}{60}$$

(b) La potencia se calcula a partir de I_{rms}^2R, donde I_{rms} se obtiene de la Ecuación 8.9:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{120}\int_0^{1/120} [(10 - 19{,}31)e^{-t/0{,}0025}]^2\,dt} = 6{,}64 \text{ A}$$

La potencia absorbida por la carga es

$$P = I_{rms}^2R = (6{,}64)^2 10 = 441 \text{ W}$$

(c) La corriente media de la fuente también se puede calcular igualando la potencia de la carga y de la fuente, suponiendo un convertidor sin pérdidas. Usando la Ecuación 8.10:

$$I_s = \frac{P_{cc}}{V_{cc}} = \frac{441}{100} = 4{,}41 \text{ A}$$

La potencia media también se puede calcular a partir de la media de la corriente obtenida mediante la expresión hallada en el apartado a.

Las corrientes de los interruptores en la Figura 8.2 muestran que los interruptores en el circuito en puente de onda completa deben ser capaces de transportar tanto corrientes positivas como negativas para cargas R-L. Sin embargo, los dispositivos electrónicos reales suelen conducir la corriente sólo en una dirección. Este problema lo resolvemos situando diodos de realimentación en paralelo con cada interruptor. En el intervalo de tiempo en el que la corriente en el interruptor debería ser negativa, es el diodo de realimentación el que deja pasar la corriente. Los diodos están polarizados en inversa cuando la corriente en el interruptor es positiva. La Figura 8.3a muestra el inversor en puente de onda completa, con los interruptores implementados mediante transistores de unión bipolar con diodos de realimentación. Las corrientes de transistor y de diodo para una tensión con forma de onda cuadrada y una carga R-L se muestran en la Figura 8.3b. Los módulos semiconductores de potencia suelen incluir diodos de realimentación junto a los interruptores.

Cuando los transistores Q_1 y Q_2 son apagados en la Figura 8.3a, la corriente de la carga debe ser mantenida y se transferirá a los diodos D_3 y D_4, haciendo que la tensión de salida sea $-V_{cc}$, y poniendo en conducción encender de conmutación 3 y 4 antes de que Q_3 y Q_4 son encendidos. Hay que encender los transistores Q_3 y Q_4 antes de que la corriente de la carga disminuya hasta cero.

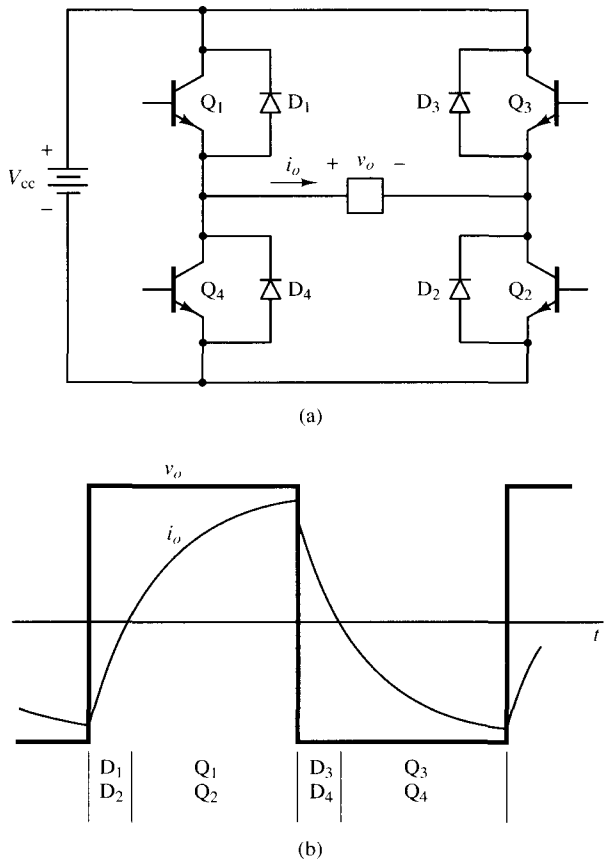


Figura 8.3. (a) Puente inversor de onda completa utilizando transistores BJT. (b) Corriente en régimen permanente en una carga R-L.

8.4. ANÁLISIS MEDIANTE SERIES DE FOURIER

El método de las series de Fourier suele ser la manera más práctica de analizar la corriente de la carga y de calcular la potencia absorbida en una carga, especialmente cuando la carga es más compleja que una simple carga resistiva o R-L. Un enfoque útil en el análisis de inversores es expresar la tensión de salida y la corriente de la carga en términos de una serie de Fourier. Si no hay componente de continua en la salida,

$$v_0(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t + \theta_n) \tag{8.11}$$

y

$$i_o(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t + \phi_n) \tag{8.12}$$

La potencia absorbida por una carga con una resistencia serie se calcula a partir de $I_{\text{rms}}^2 R$, donde la corriente rms se puede determinar a partir de las corrientes eficaces correspondientes a cada una de las componentes de la serie de Fourier:

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_{n,\text{ rms}}^2} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{I_n}{\sqrt{2}}\right)^2} \tag{8.13}$$

donde

$$I_n = \frac{V_n}{Z_n} \tag{8.14}$$

y Z_n es la impedancia de la carga para el armónico n.

De igual manera, se puede determinar la potencia absorbida en la resistencia de carga para cada frecuencia en las series de Fourier. La potencia total se determina a partir de

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} I_{n,\text{ ef}}^2 R \tag{8.15}$$

donde $I_{n,\text{ rms}}$ es $I_n/\sqrt{2}$.

En el caso de una onda cuadrada, las series de Fourier contienen los armónicos impares, y pueden representarse así:

$$v_o(t) = \sum_{n,\text{ odd}} \frac{4V_{\text{cc}}}{n\pi} (\text{sen}\, n\omega_0 t) \tag{8.16}$$

Ejemplo 8.2. Solución mediante series de Fourier para un inversor de onda cuadrada

Para el inversor del Ejemplo 8.1 ($V_{\text{cc}} = 100$ V, $R = 10\ \Omega$, $L = 25$ mH, $f = 60$ Hz), calcular las amplitudes de los términos de las series de Fourier tanto para la tensión de onda cuadrada de la carga, como para la corriente de la carga, y la potencia absorbida por la carga.

Solución. La tensión de la carga se representa como serie de Fourier en la Ecuación 8.16. La amplitud de cada uno de los términos de la tensión es

$$V_n = \frac{4V_{\text{cc}}}{n\pi} = \frac{4(100)}{n\pi}$$

La amplitud de cada uno de los términos de la corriente se calcula a partir de la Ecuación 8.14:

$$I_n = \frac{V_n}{Z_n} = \frac{V_n}{\sqrt{R^2 + (n\omega_0 L)^2}} = \frac{4(100)/n\pi}{\sqrt{10^2 + [n(2\pi 60)(0{,}25)]^2}}$$

La potencia para cada frecuencia se calcula a partir de la Ecuación 8.15:

$$P_n = I_{n,\text{ rms}}^2 R = \left(\frac{I_n}{\sqrt{2}}\right)^2 R$$

La Tabla 8.1 resume las magnitudes de las componentes de las series de Fourier para el circuito del Ejemplo 8.1. A medida que aumenta el número de armónico n, la amplitud de la componente de tensión de Fourier disminuye y el valor de las impedancias correspondientes aumenta, dando como

resultado corrientes de pequeño tamaño para los armónicos de orden superior. Por tanto, únicamente los primeros términos de la serie son de interés práctico. Observe cómo los términos de corriente y potencia disminuyen y son despreciables para todas las frecuencias excepto las primeras.

La potencia absorbida por la carga se calcula a partir de la Ecuación 8.15:

$$P = \Sigma P_n = 429{,}3 + 10{,}0 + 1{,}40 + 0{,}37 + 0{,}14 + \cdots \approx 441 \text{ W}$$

lo que coincide con el resultado del Ejemplo 8.1.

Tabla 8.1. Componentes de las series de Fourier para el Ejemplo 8.2

n	f_n(Hz)	V_n(V)	$Z_n(\Omega)$	I_n(A)	P_n(W)
1	60	127,3	13,7	9,27	429,3
3	180	42,4	30,0	1,42	10,0
5	300	25,5	48,2	0,53	1,40
7	420	18,2	66,7	0,27	0,37
9	540	14,1	85,4	0,17	0,14

8.5. DISTORSIÓN ARMÓNICA TOTAL

Como el objetivo del inversor es utilizar una fuente de tensión continua para alimentar a una carga que requiera corriente alterna, resulta útil describir la calidad de la tensión o corriente de salida alternas. La calidad de una onda no sinusoidal puede expresarse en términos del factor DAT, definido en el Capítulo 2. Suponiendo que no hay componente de continua en la salida,

$$\text{DAT} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (V_{n,\text{rms}})^2}}{V_{1,\text{rms}}} = \frac{\sqrt{V_{\text{rms}}^2 - V_{1,\text{rms}}^2}}{V_{1,\text{rms}}} \tag{8.17}$$

La DAT de la corriente se calcula sustituyendo la corriente por la tensión en la ecuación anterior. La DAT de la corriente de carga suele ser de más interés que la de la tensión de salida. Esta definición del factor DAT se basa en las series de Fourier, por lo que existe una ventaja al utilizar el método de las series de Fourier para el análisis cuando hay que calcular el factor DAT. Otras medidas de la distorsión, como el factor de distorsión, explicado en el Capítulo 2, también pueden aplicarse para describir las formas de onda de salida en los inversores.

Ejemplo 8.3. DAT en un inversor de onda cuadrada

Determine el factor DAT de la tensión de la carga y la corriente de la carga para el inversor de onda cuadrada de los Ejemplos 8.1 y 8.2.

Solución. Utilice la serie de Fourier para una onda cuadrada expuesta en la Ecuación 8.16 y la definición de DAT de la Ecuación 8.17. El valor rms de la tensión de una onda cuadrada es igual al valor de pico, y la componente de la frecuencia fundamental es el primer término de la Ecuación 8.16:

$$V_{\text{rms}} = V_{\text{cc}}$$

$$V_{1,\text{rms}} = \frac{V_1}{\sqrt{2}} = \frac{4V_{\text{cc}}}{\sqrt{2}\pi}$$

Usando la Ecuación 8.17 para calcular el factor DAT de la tensión:

$$\text{DAT}_V = \frac{\sqrt{V_{\text{rms}}^2 - V_{\text{rms}}^2}}{V_{1,\text{rms}}} = \frac{\sqrt{V_{\text{cc}}^2 - \left(\frac{4V_{\text{cc}}}{\sqrt{2}\pi}\right)^2}}{\frac{4V_{\text{cc}}}{\sqrt{2}\pi}} = 0{,}483 = 48{,}3\,\%$$

La DAT de la corriente se calcula usando la serie de Fourier truncada que se determinó en el Ejemplo 8.2:

$$\text{DAT}_I = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (I_{n,\text{rms}})^2}}{I_{1,\text{rms}}}$$

$$\approx \frac{\sqrt{\left(\frac{1{,}42}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}53}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}27}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}17}{\sqrt{2}}\right)^2}}{\left(\frac{9{,}27}{\sqrt{2}}\right)}$$

$$= 0{,}167 = 16{,}7\,\%$$

8.6. SIMULACIÓN EN PSpice DE LOS INVERSORES DE ONDA CUADRADA

La simulación por computador de los circuitos inversores puede incluir varios niveles de detalle. Si sólo se desea la forma de onda de la corriente en la carga, basta con proporcionar una fuente que produzca la tensión apropiada que se esperaría en la salida del inversor. Por ejemplo, un puente inversor de onda completa que genere una salida con forma de onda cuadrada podría sustituirse por una fuente de tensión con forma de onda cuadrada, utilizando el generador PULSE. Esta simulación simplificada permitirá predecir la corriente en la carga, pero no ofrecerá información directa sobre los interruptores. Asimismo, este enfoque supone que la operación de conmutación genera de manera correcta la salida deseada.

Ejemplo 8.4. Simulación para el Ejemplo 8.1

Para una carga serie R-L en un circuito inversor en puente de onda completa con una salida con forma de onda cuadrada, la fuente de continua es de 100 V, $R = 10\ \Omega$, $L = 25$ mH, y la frecuencia de conmutación es de 60 Hz (consulte el Ejemplo 8.1). (a) Suponiendo interruptores ideales, utilice PSpice para calcular la corriente máxima y mínima en la carga en régimen permanente. (b) Calcule la potencia absorbida por la carga. (c) Calcule el factor DAT de la corriente de la carga.

Solución. Como las corrientes individuales de los interruptores no son importantes en este problema, se puede simular la salida del convertidor con un generador de tensión de onda cuadrada en bornas de la carga. El archivo de entrada de PSpice para este circuito es el siguiente:

```
INVERSOR EN PUENTE COMPLETO (sqrinv.cir)
*******SE USA UNA ONDA CUADRADA PARA SIMULAR LA CONMUTACIÓN*****
*************** LA SALIDA ES V(1) ****************************
VSQUARE 1 0 PULSE(-100 100 0 1NS 1NS {.5/60} {1/60})
```

```
********************** CARGA ***********************************
R 1 2 10
L 2 0 25MH IC=0
****************** INSTRUCCIONES DE CONTROL: *****************
.PROBE
.TRAN 0.5MS 100MS 0 .1MS UIC
.FOUR 60 15 V(1) I(R)      ;fundamental de 60 Hz, 15 términos
.OPTIONS NOPAGE
.END
```

(a) Dentro de Probe, introduzca la expresión I(R) para obtener una representación de la corriente en la resistencia de carga. El primer período contiene el transitorio inicial, pero después es representada la corriente en régimen permanente como la de la Figura 8.2. Los valores máximo y mínimo de la corriente en régimen permanente son aproximadamente 9.31 y −9.31 A, que pueden obtenerse con precisión utilizando la opción de cursor.

(b) Podemos obtener la potencia media con Probe representando la corriente de la carga, restringiendo los datos a la condición de régimen permanente (por ejemplo, de 50 ms a 100 ms), e introduciendo la expresión AVG(V(1,2)*I(R)). Esto muestra que la resistencia absorbe aproximadamente 441 W. La corriente rms se determina introduciendo RMS(I(R)), obteniendo 6,64 A. Estos resultados coinciden con el análisis del Ejemplo 8.1.

(c) La DAT se obtiene a partir de la serie de Fourier para I(R) en el archivo de salida, y es 16,7 %, lo que coincide con el análisis de Fourier realizado en los Ejemplos 8.2 y 8.3. Observe que el factor DAT para la onda cuadrada en el archivo de salida es de 45,3 %, que es menor que el 48,3 % que se calculó en el Ejemplo 8.3. El factor DAT en PSpice se basa en la serie de Fourier truncada hasta $n = 15$. Los valores de los armónicos de orden superior no son insignificantes para la onda cuadrada, y al omitirlos subestimamos el factor DAT. Sin embargo, los armónicos de orden superior de la corriente son pequeños, por lo que es poco el error cometido al omitirlos del análisis.

Si el comportamiento de los interruptores resulta de interés, podemos incluir en una simulación de PSpice modelos para los interruptores del inversor. Una forma de enfocar la investigación del comportamiento del inversor de la Figura 8.3a es el uso de los modelos predeterminados de PSpice para transistores y diodos. Los resultados de esta simulación ofrecerán información sobre las corrientes y las tensiones de los dispositivos de conmutación. Una simulación más completa incluiría modelos más exactos de los dispositivos de potencia.

Como ejemplo adicional, proporcionamos el archivo de entrada de PSpice para el circuito con transistores BJT de la Figura 8.3a en el Ejemplo 8.5. Se utilizan los modelos predeterminados para los transistores y los diodos. Habrá ligeras diferencias entre los resultados de la simulación de este circuito y el circuito con interruptores ideales. Los circuitos de excitación ideales para los transistores proceden de fuentes de tensión pulsatorias. El ciclo de trabajo se hace algo menor que el 50 % para prevenir que se solape el cierre de los interruptores, lo que resultaría en un cortocircuito en la fuente de tensión.

Ejemplo 8.5. Simulación en PSpice con interruptores BJT

Repita el Ejemplo 8.4, pero utilizando el circuito de la Figura 8.3a para el puente.

Solución. El archivo de entrada de PSpice es el siguiente. Se utilizan los modelos predeterminados de PSpice para los transistores NPN y los diodos.

```
INVERSOR EN PUENTE COMPLETO (invbjt.cir)
**CONMUTADORES BJT CON CIRCUITOS DE EXCITACIÓN DE BASE IDEALIZADOS**
****************** LA SALIDA ES V(2, 3) ******************
******************* PARÁMETROS *******************
.PARAM VDC=100          ;entrada de continua
.PARAM F=60             ;frecuencia fundamental
.PARAM R=10             ;resistencia de la carga
.PARAM L=25MH           ;inductancia de la carga
.PARAM T={1/F}          ;periodo
.PARAM EPS=0.1MS        ;tiempo muerto de los interruptores
********************** CIRCUITO **********************
VDC 1 0 DC {VDC}
*****BJT'S*****
Q1 1 6 2 QMOD
Q2 3 8 0 QMOD
Q3 1 10 3 QMOD
Q4 2 12 0 QMOD
***DIODOS DE REALIMENTACIÓN***
D1 2 1 DMOD
D2 0 3 DMOD
D3 3 1 DMOD
D4 0 2 DMOD
***** CONTROL DE BASE IDEALIZADO ************
.PARAM VG = 10 RG = 50 TRF = 10US
VBASE1 7 2 PULSE(0 {VG} 0 {TRF} {TRF} {T/2-EPS} {T})
RG1 7 6 {RG}
VBASE2 9 0 PULSE(0 {VG} 0 {TRF} {TRF} {T/2-EPS} {T})
RG2 9 8 {RG}
VBASE3 11 3 PULSE(0 {VG} {T/2} {TRF} {TRF} {T/2-EPS} {T})
RG3 11 10 {RG}
VBASE4 13 0 PULSE(0 {VG} {T/2} {TRF} {TRF} {T/2-EPS} {T})
RG4 13 12 {RG}
******************CARGA*********************************
R 2 4 {R}
L 4 3 {L} IC=-9.31      ;condición inicial a partir del ejemplo previo
******************MODELOS*********************************
.MODEL DMOD D           ;modelos predeterminados
.MODEL QMOD NPN
.PROBE
.TRAN 0.5MS 50MS 16.67MS 0.1MS UIC
.OPTIONS NOPAGE
.END
```

En Probe, las formas de onda de la corriente de los transistores, los diodos y la fuente de tensión continua se representan introduciendo IC(Q1), I(D3), −I(VDC), etc.

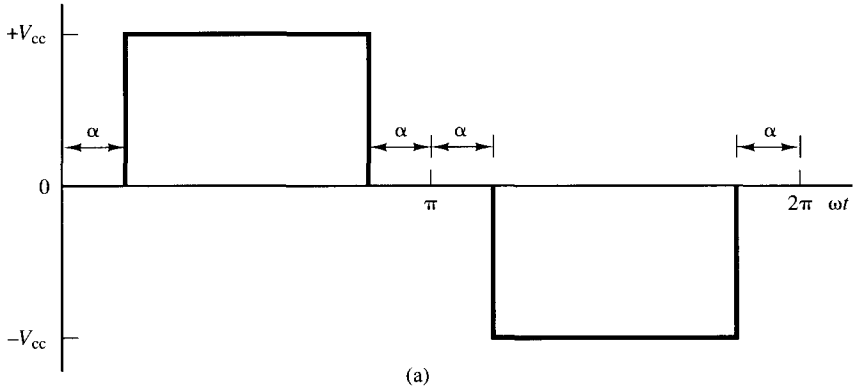
Un inconveniente en el uso de modelos específicos de dispositivos para los interruptores en PSpice, es que el tiempo de ejecución del programa puede ser grande. Una solución de compromiso sería utilizar interruptores controlados por tensión en lugar de transistores. Con interruptores controlados por tensión, no se necesitan circuitos excitadores, y el tiempo de ejecución del programa será menor que utilizando transistores.

8.7. CONTROL DE ARMÓNICOS Y DE AMPLITUD

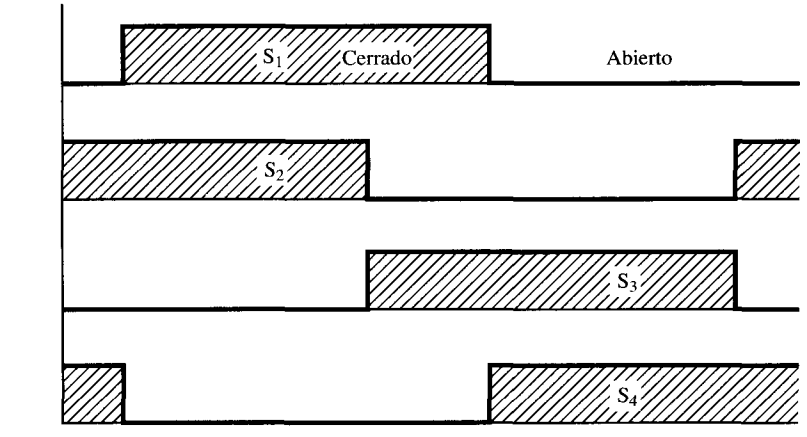
La amplitud de la frecuencia fundamental de una salida con forma de onda cuadrada del puente inversor de onda completa está determinada por la tensión de entrada de continua (Ecuación 8.16). Se puede generar una salida controlada modificando el esquema de conmutación. Una tensión de salida con la forma mostrada en la Figura 8.4a tiene intervalos en los que la salida es cero, así como $+V_{cc}$ y $-V_{cc}$. Se puede controlar esta tensión de salida ajustando el intervalo α a cada lado del pulso donde la salida es cero.

El valor rms de la forma de onda de la tensión en la Figura 8.4a es

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} V_{cc}^2\, d(\omega t)} = V_{cc}\sqrt{1-\frac{2\alpha}{\pi}} \tag{8.18}$$



(a)



(b)

Figura 8.4. (a) Salida del inversor para control de armónicos y amplitud. (b) Esquema de conmutación para el puente inversor de onda completa de la Figura 8.1a.

La serie de Fourier de la forma de onda se expresa como

$$v_o(t) = \sum_{n,\ \text{odd}} V_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t) \tag{8.19}$$

Aprovechándonos de la simetría de media onda, las amplitudes son:

$$V_n = \frac{2}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} V_{cc} \operatorname{sen}(n\omega_0 t)\, d(\omega_0 t) = \left(\frac{4V_{cc}}{n\pi}\right)\cos(n\alpha) \tag{8.20}$$

donde α es el ángulo de tensión cero a cada extremo del pulso. La amplitud en la salida para cada frecuencia de salida es una función de α. En particular, la amplitud a la frecuencia fundamental se controla ajustando α:

$$\boxed{V_1 = \left(\frac{4V_{cc}}{\pi}\right)\cos(\alpha)} \tag{8.21}$$

El contenido armónico también puede controlarse ajustando α. Si $\alpha = 30^\circ$, por ejemplo, $V_3 = 0$. Esto resulta significativo, porque el tercer armónico se puede eliminar de la corriente y la tensión de salida. Se pueden eliminar otros armónicos seleccionando un valor de α que haga que el término del coseno en la Ecuación 8.20 sea cero. El armónico n se elimina si

$$\alpha = \frac{90^\circ}{n} \tag{8.22}$$

El esquema de conmutación que se precisa para generar una salida como la de la Figura 8.4(a) debe proporcionar intervalos en los que la tensión de salida sea cero, así como $+V_{cc}$. La secuencia de conmutación de la Figura 8.4(b) es una manera de implementar la forma de onda de salida que se precisa.

El control de amplitud y la reducción de armónicos puede que no sean compatibles. Por ejemplo, al establecer α a 30° para eliminar el tercer armónico, se fija la amplitud de la frecuencia fundamental de salida en $V_1 = (4V_{cc}/\pi)\cos(30^\circ) = 1{,}1(V_{cc})$ eliminándose la posibilidad de un posterior control. Para controlar tanto la amplitud como los armónicos utilizando este esquema de conmutación, es necesario controlar la tensión continua de entrada al inversor.

Una representación gráfica de la integración en el coeficiente de la serie de Fourier de la Ecuación 8.20 ofrece algunas ideas del proceso de eliminación de los armónicos. Como se ha visto en el Capítulo 2, los coeficientes de Fourier se calculan a partir de la integral del producto de la forma de onda y una sinusoide. La Figura 8.5a muestra la forma de onda de salida para $\alpha = 30^\circ$ y la sinusoide correspondiente a $\omega = 3\omega_0$. El producto de estas dos formas de onda tiene un área igual a cero, lo que muestra que el tercer armónico es cero. La Figura 8.5b muestra la forma de onda para $\alpha = 18^\circ$ y la sinusoide correspondiente a $\omega = 5\omega_0$, mostrando que el quinto armónico se elimina para este valor de α.

Otros esquemas de conmutación pueden eliminar múltiples armónicos. Por ejemplo, la forma de onda de salida que se muestra en la Figura 8.5c elimina el tercer y el quinto armónico, como se ve al ser las áreas de ambos iguales a cero.

Ejemplo 8.6. Control de armónicos de la salida del puente inversor de onda completa

Diseñe un inversor que suministre a la carga R-L serie de los ejemplos anteriores ($R = 10\ \Omega$ y $L = 25$ mH) con una amplitud de corriente a la frecuencia fundamental igual a 9.27 A, pero con un factor DAT de menos del 10 %. Considere que hay disponible una fuente de continua variable.

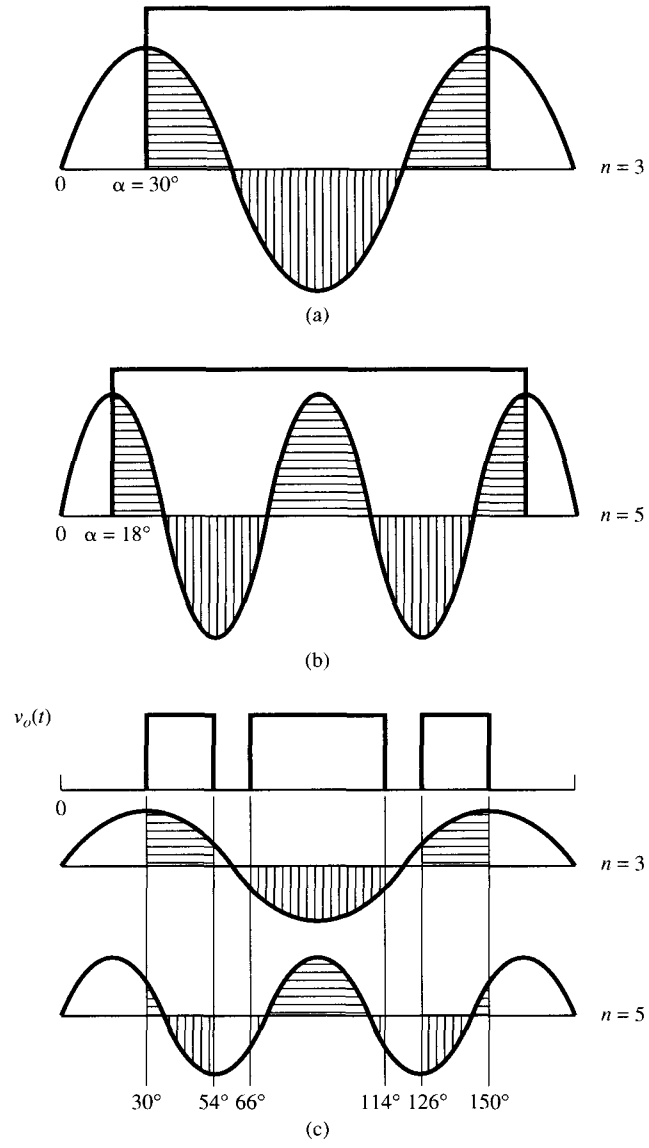


Figura 8.5. Eliminación de armónicos. (a) Tercer armónico. (b) Quinto armónico. (c) Tercer y quinto armónicos.

Solución. Un inversor de onda cuadrada genera un factor DAT para la corriente del 16,7 % (Ejemplo 8.3), que no cumple las especificaciones. La corriente del armónico dominante tiene lugar para $n = 3$, por lo que un esquema de conmutación que elimine el tercer armónico reduciría el factor DAT. La amplitud requerida de la tensión a la frecuencia fundamental es

$$V_1 = I_1 Z_1 = I_1 \sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2} = (9{,}27) \sqrt{10^2 + [2\pi 60(0{,}025)]^2} = 127 \text{ V}$$

Utilizando el esquema de conmutación de la Figura 8.4b, la Ecuación 8.21 describe la amplitud de la tensión a la frecuencia fundamental:

$$V_1 = \left(\frac{4V_{cc}}{\pi}\right) \cos(\alpha)$$

Hallando la entrada de continua requerida con $\alpha = 30$,

$$V_{cc} = \frac{V_1 \pi}{4 \cos(\alpha)} = \frac{(127)\pi}{4 \cos(30^\circ)} = 116 \text{ V}$$

La Ecuación 8.20 describe las tensiones de los dos armónicos, y las corrientes de estos armónicos se determinan a partir de la amplitud de la tensión y de la impedancia de la carga, utilizando la misma técnica que para el inversor de onda cuadrada del Ejemplo 8.2. Los resultados se resumen en la Tabla 8.2.

Tabla 8.2. Coeficientes de las series de Fourier para el Ejemplo 8.6

n	f_n(Hz)	V_n(V)	$Z_n(\Omega)$	I_n(A)
1	60	127	13,7	9,27
3	180	0	30,0	0
5	300	25,5	48,2	0,53
7	420	18,2	66,7	0,27
9	540	0	85,4	0
11	660	11,6	104	0,11

La DAT de la corriente de la carga es entonces

$$\text{DAT}_I = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (I_{n,\text{ef}})^2}}{I_{1,\text{ef}}} \approx \frac{\sqrt{\left(\frac{0,53}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,27}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,11}{\sqrt{2}}\right)^2}}{\left(\frac{9,27}{\sqrt{2}}\right)}$$

$$= 0,066 = 6,6\,\%$$

lo que cumple con las especificaciones de diseño.

A continuación mostramos un archivo de entrada de PSpice para el puente inversor de onda completa con control de amplitud y armónicos. El usuario debe introducir las cantidades correspondientes a alfa, a la frecuencia fundamental de salida, a la tensión de entrada de continua al puente, y a la carga. Los interruptores son interruptores controlados por tensión con diodos de realimentación.

```
CONTROL DE AMPLITUD DE ARMÓNICOS PARA EL INVERSOR EN PUENTE
COMPLETO(ampinv.cir)
*SE USAN INTERRUPTORES CONTROLADOS POR TENSIÓN
*********** LA SALIDA ES V(2, 3) ****************************
***************** PARÁMETROS *********************************
.PARAM ALPHA=30          ;ALPHA EN GRADOS
.PARAM FREQUENCY=60      ;FREC FUNDAMENTAL DE SALIDA EN HZ.
.PARAM VDC=116
.PARAM PERIOD={1/FREQUENCY}
.PARAM TALPHA={(ALPHA/360)*PERIOD}
```

```
Vsource 1 0 DC {VDC}
************** INTERRUPTORES ********************
S1 1 2 30 0 SWITCH
S2 3 0 40 0 SWITCH
S3 1 3 0 40 SWITCH
S4 2 0 0 30 SWITCH
************ DIODOS DE REALIMENTACIÓN *************
D1 2 1 DMOD
D2 0 3 DMOD
D3 3 1 DMOD
D4 0 2 DMOD
***************** CARGA ************************
R 2 2X 10        ;la carga está entre los nodos 2 y 3
L 2X 3 25 MH
*************** CONTROL PARA LOS INTERRUPTORES ******************
V14 31 0 PULSE (-2 2 {THALPA} 1NS 1NS {PERIOD/2} {PERIOD})
R14 31 30 1K
C14 30 0 1NF        ;(RC ayuda a la convergencia)
V23 41 0 PULSE (2-2 {PERIOD/2-TALPHA} 1NS 1NS {PERIOD/2}
{PERIOD})
R23 41 40 1K
C23 40 0 1NF
****************** MODELOS ************************************
.MODEL SWITCH VSWITCH(RON=0.001 VON=0.005 VOFF= -.005)
.MODEL DMOD D(N=.001)        ;diodo ideal
******************** INSTRUCCIONES DE CONTROL ******************
.PROBE
.TRAN 0.1MS 50MS 16.66M .01M UIC
.FOUR 60 13 V(2,3) I(R)
.OPTIONS NOPAGE NOMOD
.END
```

En la Figura 8.6 se muestra la salida de Probe para la tensión y la corriente. La corriente se presenta con un factor de escala de 10 para mostrar su relación con la forma de onda de la tensión. El factor DAT de la corriente de la carga se obtiene a partir del análisis de Fourier contenido en el archivo de salida, y es del 6,6 %.

8.8. EL INVERSOR EN MEDIO PUENTE

El convertidor en medio puente de la Figura 8.7 se puede utilizar como inversor. Este circuito se mostró en el Capítulo 7 aplicado a circuitos de fuentes de alimentación de continua. En el inversor en medio puente , el número de interruptores se reduce a dos, dividiendo la tensión de la fuente de continua en dos partes mediante los condensadores. Cada condensador deberá tener el mismo valor y tendrá en bornas del mismo una tensión de $V_{cc}/2$. Cuando se cierra S_1, la tensión en la carga es de $-V_{cc}/2$. Cuando se cierra S_2, la tensión en la carga es de $+V_{cc}/2$. Así, se puede generar una salida con forma de onda cuadrada o una salida bipolar con modulación por anchura de impulsos, como se describe en el siguiente apartado.

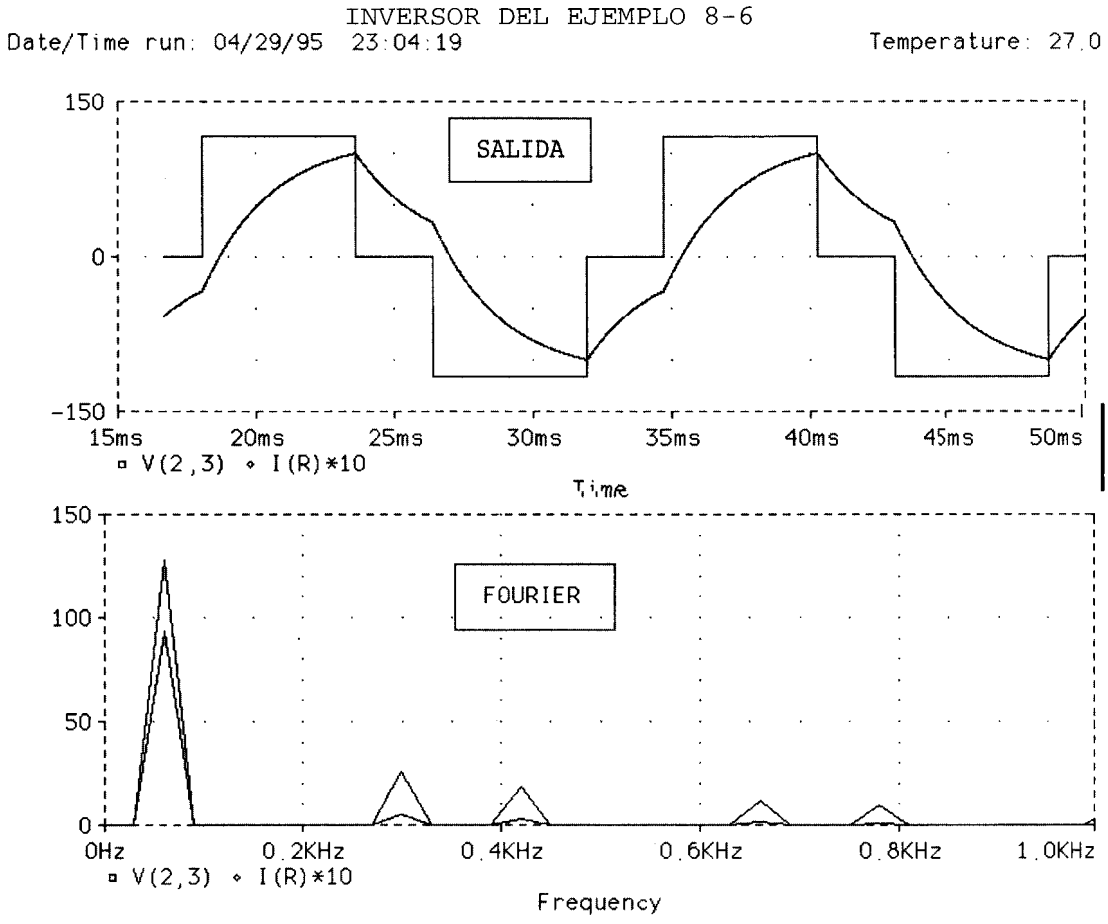


Figura 8.6. Salida de Probe para el Ejemplo 8.6, mostrando la eliminación de armónicos.

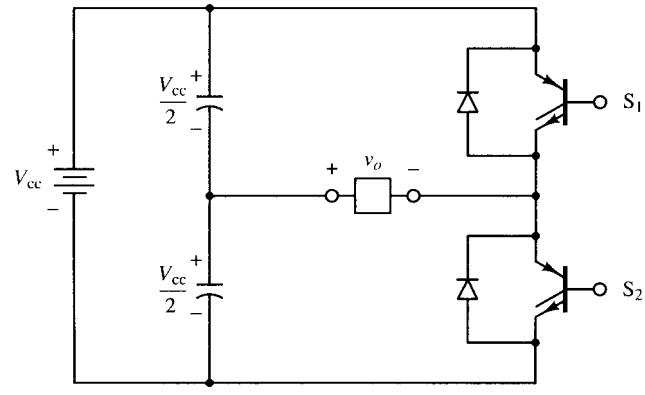


Figura 8.7. Un inversor en medio puente utilizando dispositivos IGBT. La salida es $\pm V_{cc}/2$.

La tensión en bornas de un interruptor abierto es el doble de la tensión de la carga, o V_{cc}. Al igual que en el puente inversor de onda completa, se requiere un tiempo muerto para los

interruptores, con el fin de prevenir un cortocircuito en la fuente, y se necesitan los diodos de realimentación para garantizar una continuidad de la corriente para las cargas inductivas.

8.9. SALIDA CON MODULACIÓN POR ANCHURA DE IMPULSOS

La modulación por anchura de impulsos (PWM, Pulse Width Modulation) proporciona un método de disminuir el factor DAT de la corriente de carga. Una salida de un inversor PWM, con algo de filtrado, en general cumple las especificaciones de DAT con más facilidad que el esquema de conmutación de onda cuadrada. La salida PWM sin filtrar tendrá un factor DAT relativamente elevado, pero los armónicos tendrán unas frecuencias mucho más altas que las de la onda cuadrada, haciendo más sencillo el filtrarlos.

En la modulación PWM, la amplitud de la tensión de salida se puede controlar por medio de las formas de onda moduladoras. *Dos ventajas de la modulación PWM son la reducción de los requerimientos de filtro para reducir los armónicos y el control de la amplitud de salida.* Entre las desventajas se puede citar que los circuitos de control de los interruptores son más complejos, y que hay unas mayores pérdidas debidas a una conmutación más frecuente.

El control de los interruptores para la salida sinusoidal PWM requiere (1) una señal de referencia, llamada a veces señal de control o moduladora, que en este caso es una sinusoide; y (2) una señal portadora, que es una onda triangular que controla la frecuencia de conmutación. A continuación vamos a analizar los esquemas de conmutación bipolares y unipolares.

Conmutación bipolar

La Figura 8.8 ilustra el principio de la modulación por anchura de impulsos bipolar sinusoidal. La Figura 8.8a muestra una señal sinusoidal de referencia y una señal portadora triangular. Cuando el valor instantáneo de la sinusoide de referencia es mayor que la portadora triangular, la salida está en $+V_{cc}$, y cuando la referencia es menor que la portadora, la salida está en $-V_{cc}$:

$$\begin{aligned} v_o &= +V_{cc} \quad \text{para} \quad v_{seno} > v_{tri} \\ v_o &= -V_{cc} \quad \text{para} \quad v_{seno} < v_{tri} \end{aligned} \tag{8.23}$$

Esta versión de PWM es *bipolar*, ya que la salida toma valores alternos entre más y menos la tensión de la fuente de continua.

El esquema de conmutación que permitirá implementar la conmutación bipolar utilizando el puente inversor de onda completa de la Figura 8.1 se determina comparando las señales instantáneas de referencia y portadora:

S_1 y S_2 están conduciendo cuando $v_{seno} > v_{tri}$ $(v_o = +V_{cc})$
S_3 y S_4 están conduciendo cuando $v_{seno} < v_{tri}$ $(v_o = -V_{cc})$

Conmutación unipolar

En un esquema de conmutación unipolar para la modulación por anchura de impulsos, la salida se conmuta de nivel alto a cero, o de nivel bajo a cero, en lugar de entre niveles alto y bajo,

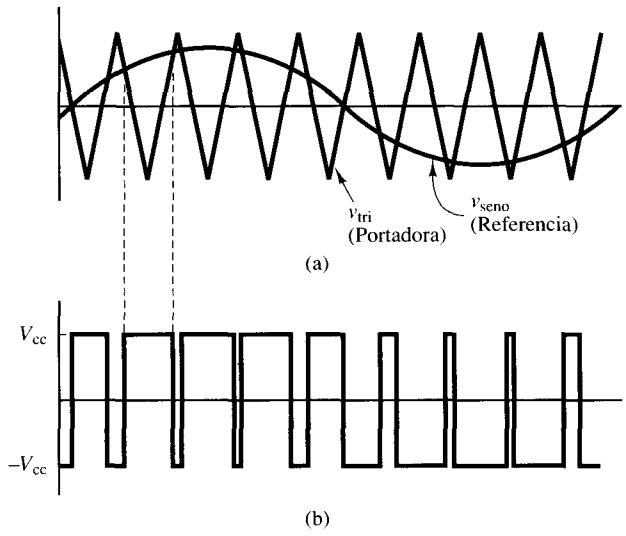


Figura 8.8. Modulación por anchura de impulsos bipolar. (a) Referencia sinusoidal y portadora triangular. (b) La salida es $+V_{cc}$ cuando $v_{seno} > v_{tri}$ y es $-V_{cc}$ cuando $v_{seno} < v_{tri}$.

como en la conmutación bipolar. Un esquema de conmutación unipolar tiene los siguientes controles de interruptores:

$$\begin{aligned} S_1 &\text{ conduce cuando } && v_{seno} > v_{tri} \\ S_2 &\text{ conduce cuando } && -v_{seno} < v_{tri} \\ S_3 &\text{ conduce cuando } && -v_{seno} > v_{tri} \\ S_4 &\text{ conduce cuando } && v_{seno} < v_{tri} \end{aligned}$$

Observe que los pares de interruptores (S_1, S_4) y (S_2, S_3) son complementarios: cuando un interruptor de uno de los pares está cerrado, el otro está abierto. Las tensiones v_a y v_b en la Figura 8.9a oscilan entre $+V_{cc}$ y cero. La tensión de salida $v_o = v_{ab} = v_a - v_b$ es tal y como se muestra en la Figura 8.9b.

Otro esquema de conmutación unipolar sólo tiene un par de interruptores trabajando a la frecuencia de la portadora mientras que el otro par trabaja a la frecuencia de referencia, con lo que tenemos dos interruptores de alta frecuencia y dos de baja frecuencia. En este esquema de conmutación,

$$\begin{aligned} S_1 &\text{ conduce cuando } v_{seno} > v_{tri} && \text{(alta frecuencia)} \\ S_4 &\text{ conduce cuando } v_{seno} < v_{tri} && \text{(alta frecuencia)} \\ S_2 &\text{ conduce cuando } v_{seno} > 0 && \text{(baja frecuencia)} \\ S_3 &\text{ conduce cuando } v_{seno} < 0 && \text{(baja frecuencia)} \end{aligned}$$

donde las ondas sinusoidal y triangular son como las mostradas en la Figura 8.10a. De forma alternativa, S_2 y S_3 podrían ser los interruptores de alta frecuencia, y S_1 y S_4 podrían ser los interruptores de baja frecuencia.

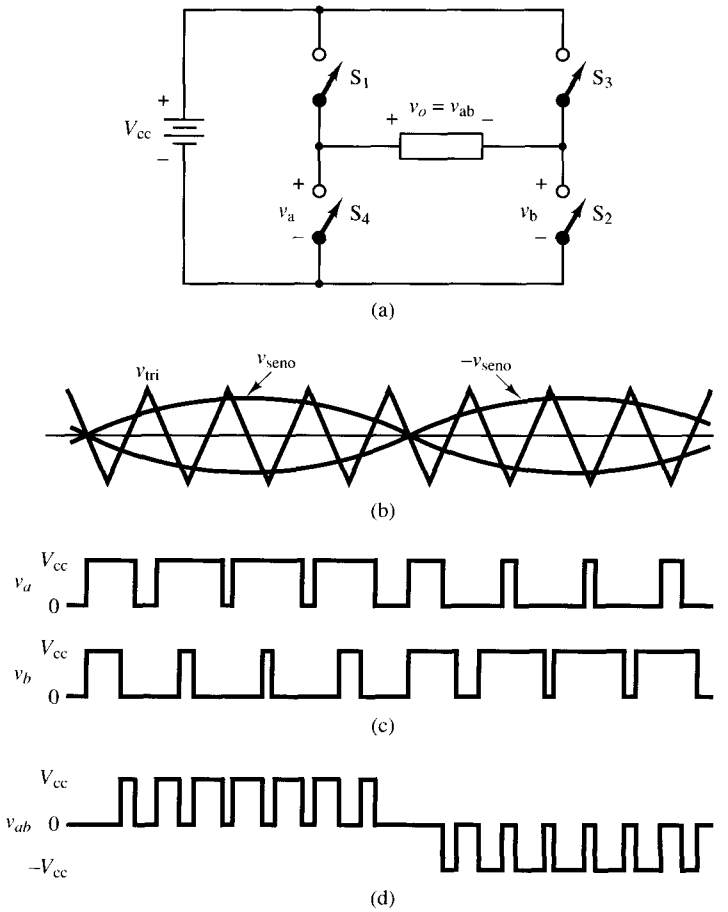


Figura 8.9. (a) Puente convertidor de onda completa para PWM unipolar. (b) Señales de referencia y portadora. (c) Tensiones v_a y v_b del puente. (d) Tensión de salida.

8.10. DEFINICIONES Y CONSIDERACIONES RELATIVAS A LA MODULACIÓN PWM

Llegados a este punto, deberían apuntarse algunas definiciones y consideraciones que resultan de utilidad al utilizar PWM.

1. Índice de modulación de frecuencia m_f: La serie de Fourier de la tensión de salida PWM tiene una frecuencia fundamental que es la misma que la de la señal de referencia. Las frecuencias armónicas existen en y alrededor de los múltiplos de la frecuencia de conmutación. Los valores de algunos armónicos son bastante grandes, a veces mayores que la componente fundamental. Sin embargo, como estos armónicos se encuentran en frecuencias altas, para eliminarlos puede bastar con un simple filtro paso bajo. En el apartado siguiente se ofrecen detalles de los armónicos para modulación PWM. El índice de modulación de frecuencia m_f se define como la relación entre las frecuencias de las señales portadora y de referencia:

$$m_f = \frac{f_{\text{portadora}}}{f_{\text{referencia}}} = \frac{f_{\text{tri}}}{f_{\text{seno}}} \tag{8.24}$$

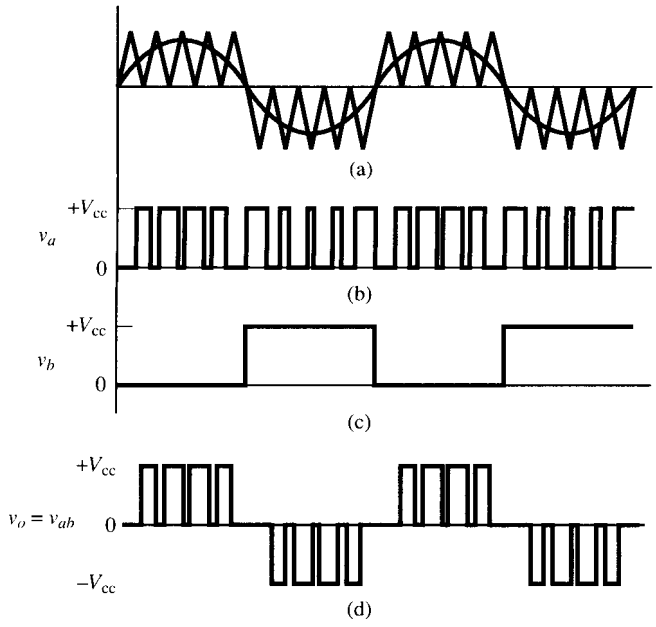


Figura 8.10. PWM unipolar con interruptores de alta y baja frecuencia. (a) Señales de referencia y de control. (b) v_a (Figura 8.9a). (c) v_b (d) Salida $v_a - v_b$.

Al aumentar la frecuencia de la portadora (aumento de m_f) aumentan las frecuencias a las que se producen los armónicos. Una desventaja de las elevadas frecuencias de conmutación son las mayores pérdidas en los interruptores utilizados para implementar el inversor.

2. Índice de modulación de amplitud m_a: El índice de modulación de amplitud m_a se define como la relación entre las amplitudes de las señales de referencia y portadora:

$$m_a = \frac{V_{m,\text{ referencia}}}{V_{m,\text{ portadora}}} = \frac{V_{m,\text{ seno}}}{V_{m,\text{ tri}}} \tag{8.25}$$

Si $m_a \leqslant 1$, la amplitud de la frecuencia fundamental de la tensión de salida, V_1, es linealmente proporcional a m_a. Es decir,

$$\boxed{V_1 = m_a V_{cc}} \tag{8.26}$$

De esta manera, la amplitud de la frecuencia fundamental de la salida PWM está controlada por m_a. Esto resulta importante en el caso de una fuente de tensión continua sin regular, porque el valor de m_a se puede ajustar para compensar las variaciones en la tensión continua de la fuente, produciendo una salida de amplitud constante. Por otra parte, m_a se puede variar para cambiar la amplitud de la salida. Si m_a es mayor que uno, la amplitud de la salida aumenta al incrementarse el valor de m_a, pero no de forma lineal.

3. Interruptores: Los interruptores en el circuito en puente de onda completa deben ser capaces de transportar la corriente en cualquier dirección para la modulación por anchura de impulsos, al igual que lo hacen para operación con una onda cuadrada. Así, son ne-

cesarios diodos de realimentación en los dispositivos de conmutación, como se hizo en el inversor de la Figura 8.3a. Otra consecuencia de utilizar interruptores reales es que no se abren o se cierran instantáneamente. Por tanto, es necesario tener en cuenta los tiempos de conmutación en el control de los interruptores, al igual que se hizo en el inversor de onda cuadrada.

4. Tensión de referencia: La tensión de referencia sinusoidal debe generarse dentro del circuito de control del inversor, o tomarse de una referencia externa. Podría parecer que la función del puente inversor es irrelevante, porque se necesita que haya una tensión sinusoidal presente antes de que el puente pueda generar una salida sinusoidal. Sin embargo, la señal de referencia requiere muy poca potencia. La potencia suministrada a la carga proviene de la fuente de potencia de continua, y éste es el propósito que se persigue con el inversor. La señal de referencia no está restringida a una señal sinusoidal. La señal podría ser una señal de audio, y el circuito en puente de onda completa podría utilizarse como amplificador de audio PWM.

11. ARMÓNICOS EN LA MODULACIÓN PWM

Conmutación bipolar

La serie de Fourier de la salida de modulación PWM bipolar mostrada en la Figura 8.8 se calcula examinando cada uno de los pulsos. La forma de onda triangular está sincronizada con la de referencia, como se muestra en la Figura 8.8a, y se elige una m_f que sea un entero impar. Entonces la salida PWM muestra una simetría impar, y se puede expresar la serie de Fourier como:

$$v_o(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t) \tag{8.27}$$

Para el k-ésimo pulso de la salida PWM en la Figura 8.11, el coeficiente de Fourier es

$$V_{nk} = \frac{2}{\pi}\int_0^T v(t)\operatorname{sen}(n\omega_0 t)\,d(\omega_0 t)$$

$$= \frac{2}{\pi}\left[\int_{\alpha_k}^{\alpha_k+\delta_k} V_{cc}\operatorname{sen}(n\omega_0 t)\,d(\omega_0 t) + \int_{\alpha_k+\delta_k}^{\alpha_{k+1}} (-V_{cc})\operatorname{sen}(n\omega_0 t)\,d(\omega_0 t)\right]$$

Integrando,

$$V_{nk} = \frac{2V_{cc}}{n\pi}\left[\cos n\alpha_k + \cos n\alpha_{k+1} - 2\cos n(\alpha_k + \delta_k)\right] \tag{8.28}$$

Cada coeficiente de Fourier V_n para la forma de onda PWM es la suma de V_{nk} para los p pulsos comprendidos en un periodo:

$$V_n = \sum_{k=1}^{p} V_{nk} \tag{8.29}$$

El espectro de frecuencia normalizado de la conmutación bipolar para $m_a = 1$ se muestra en la Figura 8.12. Las amplitudes de los armónicos son una función de m_a, porque la anchura de

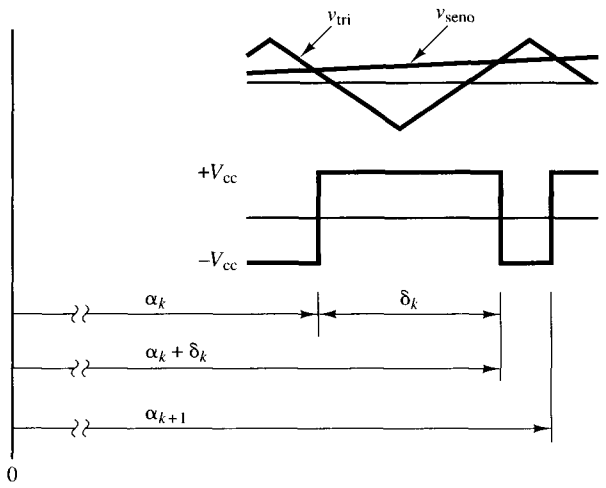


Figura 8.11. Un pulso PWM para calcular la serie de Fourier para PWM bipolar.

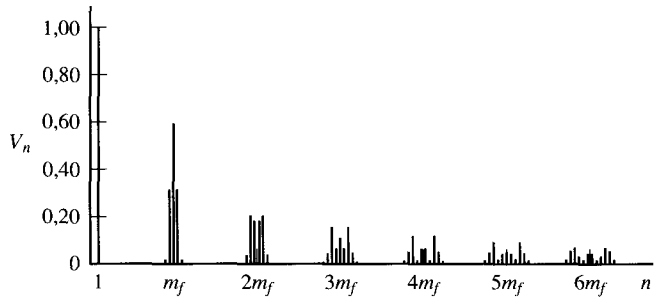


Figura 8.12. Espectro de frecuencia para PWM bipolar con $m_a = 1$.

cada pulso depende de las amplitudes relativas de las ondas sinusoidal y triangular. Las primeras frecuencias armónicas en el espectro de salida están en y alrededor de m_f. En la Tabla 8.3 se indican los primeros armónicos de salida para PWM bipolar. Los coeficientes de Fourier no son una función de m_f si m_f es elevado (≥ 9).

Tabla 8.3. Coeficientes de Fourier normalizados V_n/V_{cc} para PWM bipolar

	$m_a = 1$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$n = 1$	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10
$n = m_f$	0,60	0,71	0,82	0,92	1,01	1,08	1,15	1,20	1,24	1,27
$n = m_f \pm 2$	0,32	0,27	0,22	0,17	0,13	0,09	0,06	0,03	0,02	0,00

Ejemplo 8.7. Inversor PWM

Utilizamos un puente inversor de onda completa para generar una tensión de 60 Hz en bornas de una carga R-L serie, usando PWM bipolar. La entrada de continua del puente es de 100 V, el índice de

modulación de amplitud m_a es 0,8 y el índice de modulación de frecuencia m_f es 21 [$f_{tri} = (21)(60) = 1.260$ Hz]. La carga tiene una resistencia $R = 10\ \Omega$ y una inductancia $L = 20$ mH. Calcule (a) la amplitud de la componente de 60 Hz de la tensión de salida y la corriente de la carga, (b) la potencia absorbida por la resistencia de carga y (c) el factor DAT de la corriente de carga.

Solución. **(a)** Utilizando la Ecuación 8.26 y la Tabla 8.3, la amplitud de la frecuencia fundamental de 60 Hz es

$$V_1 = m_a V_{cc} = (0{,}8)(100) = 80 \text{ V}$$

Las amplitudes de la corriente se calculan utilizando el análisis de fasores:

$$I_n = \frac{V_n}{Z_n} = \frac{V_n}{\sqrt{R^2 + (n\omega_0 L)^2}} \tag{8.30}$$

Para la frecuencia fundamental,

$$I_1 = \frac{80}{\sqrt{10^2 + [(1)(2\pi 60)(0{,}02)]^2}} = 6{,}39 \text{ A}$$

(b) Con $m_f = 21$, los primeros armónicos tienen lugar para $n = 21$, 19 y 23. Utilizando la Tabla 8.3,

$$V_{21} = (0{,}82)(100) = 82 \text{ V}$$
$$V_{19} = V_{23} = (0{,}22)(100) = 22 \text{ V}$$

Las corrientes correspondientes a cada uno de los armónicos se calculan a partir de la Ecuación 8.30.

La potencia para cada frecuencia se calcula a partir de

$$P_n = (I_{n,\,ef})^2 R = \left(\frac{I_n}{\sqrt{2}}\right)^2 R$$

En la Tabla 8.4 se resumen las amplitudes de las tensiones, las corrientes y las potencias resultantes a estas frecuencias.

Tabla 8.4. Coeficientes de las series de Fourier para el inversor PWM del Ejemplo 8.7

n	f_n(Hz)	V_n(V)	$Z_n(\Omega)$	I_n(A)	$I_{n,\,rms}$(A)	P_n(W)
1	60	80,0	12,5	6,39	4,52	204,0
19	1.140	22,0	143,6	0,15	0,11	0,1
21	1.260	81,8	158,7	0,52	0,36	1,3
23	1.380	22,0	173,7	0,13	0,09	0,1

La potencia absorbida por la resistencia de carga es

$$P = \Sigma\, P_n \approx 204{,}0 + 0{,}1 + 1{,}3 + 0{,}1 = 205{,}5 \text{ W}$$

Los armónicos de nivel superior aportan poca potencia, y pueden ser despreciados.

(c) El factor DAT de la corriente de carga se calcula utilizando la Ecuación 8.17, aproximando la corriente eficaz de los armónicos mediante los primeros términos indicados en la Tabla 8.4:

$$\text{DAT}_I = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (I_{n,\text{ef}})^2}}{I_{1,\text{ef}}}$$

$$\approx \frac{\sqrt{(0{,}11)^2 + (0{,}36)^2 + (0{,}09^2)}}{4{,}52} = 0{,}087 = 8{,}7\,\%$$

Utilizando el desarrollo truncado en serie de Fourier de la Tabla 8.4, se subestima el factor DAT. Sin embargo, como la impedancia de la carga aumenta y las amplitudes de los armónicos en general disminuyen a medida que aumenta n, la aproximación anterior debería ser aceptable (hasta $n = 100$, se obtiene un DAT de 9,1 %).

Ejemplo 8.8. Diseño de un inversor PWM

Diseñe un inversor bipolar PWM que genere una salida de 75 V rms y 60 Hz a partir de una fuente de 150 V de continua. La carga es una combinación R-L serie con $R = 12\ \Omega$ y $L = 60$ mH. Seleccione una frecuencia de conmutación tal que el factor DAT de la corriente sea menor que el 10 %.

Solución. La relación de modulación de amplitud que se requiere se calcula a partir de la Ecuación 8.26:

$$m_a = \frac{V_1}{V_{cc}} = \frac{75\sqrt{2}}{150} = 0{,}707$$

La amplitud de la corriente a 60 Hz es:

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{75\sqrt{2}}{\sqrt{12^2 + [(2\pi 60)(0{,}06)]^2}} = 4{,}14\ \text{A}$$

El valor rms de los armónicos de corriente tiene un límite impuesto por el factor DAT requerido:

$$\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (I_{n,\text{ef}})^2} \leqslant 0{,}1 I_{1,\text{ef}} = 0{,}1\left(\frac{4{,}14}{\sqrt{2}}\right) = 0{,}293\ \text{A}$$

El término que dará la corriente del armónico dominante se halla a la frecuencia de conmutación. Como aproximación, supongamos que el contenido armónico de la corriente de carga es igual al armónico dominante a la frecuencia de la portadora:

$$\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (I_{n,\text{ef}})^2} \approx I_{mf,\text{ef}} = \frac{I_{mf}}{\sqrt{2}}$$

La amplitud del armónico de corriente a la frecuencia de la portadora es entonces, aproximadamente:

$$I_{mf} < (0{,}1)(4{,}14) = 0{,}414\ \text{A}$$

La Tabla 8.3 indica que el armónico normalizado de tensión para $n = m_f$ y $m_a = 0{,}7$ es de 0,92. La amplitud de la tensión para $n = m_f$ es, por tanto:

$$V_{mf} = (0{,}92)(V_{cc}) = (0{,}92)(150) = 138 \text{ V}$$

La impedancia mínima de la carga a la frecuencia de portadora es entonces

$$Z_{mf} = \frac{V_{mf}}{I_{mf}} = \frac{138}{0{,}414} = 333\ \Omega$$

Como la impedancia a la frecuencia de portadora debe ser mucho más grande que la resistencia de carga de 12 Ω, supondremos que la impedancia a la frecuencia de portadora es una reactancia completamente inductiva:

$$Z_{mf} \approx \omega L = m_f \omega_0 L$$

Para que la impedancia de carga sea mayor que 333 Ω:

$$m_f \omega_0 L > 333$$

$$m_f > \frac{333}{(377)(0{,}06)} = 14{,}7$$

Eligiendo una m_f que sea por lo menos de 15 cumpliríamos las especificaciones del diseño. Sin embargo, la estimación del contenido de armónicos que utilizamos en los cálculos será baja, por lo que es más prudente elegir una frecuencia de portadora más elevada. Seleccionamos así $m_f = 17$, que es el siguiente entero impar. La frecuencia de portadora será entonces:

$$f_{tri} = m_f f_{ref} = (17)(60) = 1.020 \text{ Hz}$$

Si incrementáramos más m_f, reduciríamos el factor DAT de la corriente, pero a expensas de unas mayores pérdidas de conmutación. Se puede utilizar una simulación en PSpice para verificar que el diseño cumple las especificaciones, como veremos posteriormente en este capítulo.

Conmutación unipolar

Con el esquema de conmutación unipolar de la Figura 8.9, algunos de los armónicos que había en el espectro en el esquema bipolar están ahora ausentes. Los armónicos en la salida comienzan aproximadamente a $2m_f$, y se elige una m_f que sea un entero par. La Figura 8.13 muestra el espectro de frecuencias para la conmutación unipolar con $m_a = 1$.

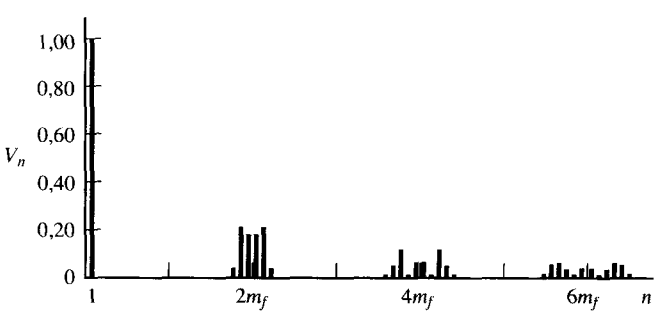


Figura 8.13. Espectro de frecuencia para PWM unipolar con $m_a = 1$.

La Tabla 8.5 muestra los primeros armónicos de salida para PWM unipolar. El esquema de PWM unipolar utilizando interruptores de alta y baja frecuencia, mostrado en la Figura 8.10, dará unos resultados similares a los indicados en la Tabla 8.5, pero los armónicos comenzarán en torno a m_f, en lugar de $2m_f$.

Tabla 8.5. Coeficientes de Fourier normalizados v_n/v_{cc} para el esquema PWM unipolar de la Figura 8.9

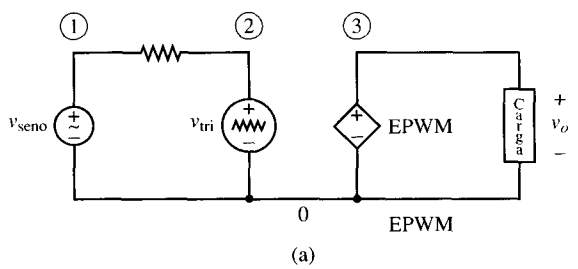
	$m_a = 1$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$n = 1$	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10
$n = 2m_f \pm 1$	0,18	0,25	0,31	0,35	0,37	0,36	0,33	0,27	0,19	0,10
$n = 2m_f \pm 3$	0,21	0,18	0,14	0,10	0,07	0,04	0,02	0,01	0,00	0,00

8.12. SIMULACIÓN DE INVERSORES CON MODULACIÓN POR ANCHURA DE IMPULSOS

PWM bipolar

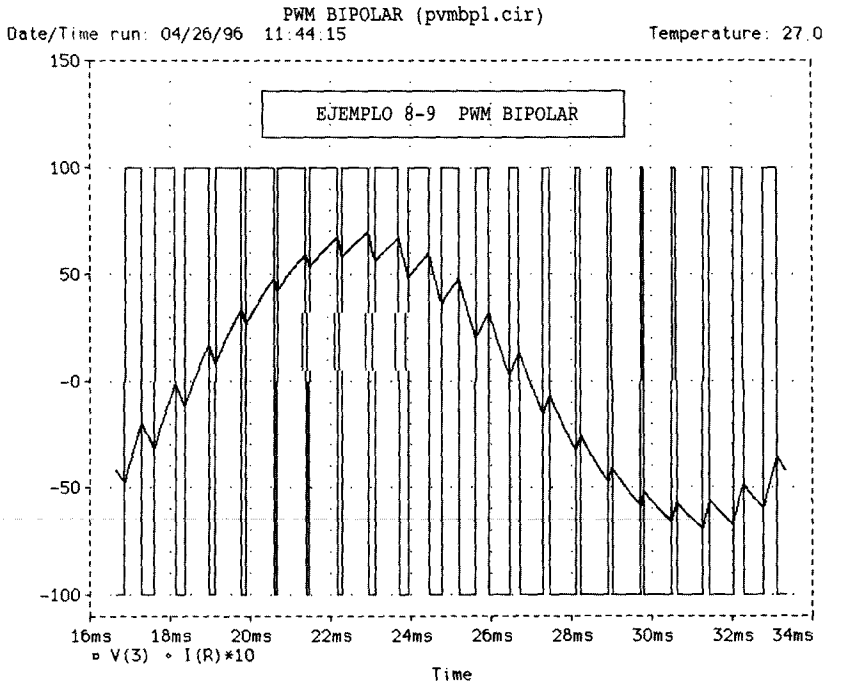
Puede utilizarse PSpice para simular los esquemas de conmutación del inversor PWM vistos anteriormente en este capítulo. Al igual que en otros circuitos electrónicos de potencia, el nivel de detalle del circuito depende del objetivo de la simulación. Si únicamente se desean las tensiones y corrientes de carga, se puede crear un generador PWM sin modelar los interruptores individuales en el circuito puente. En el circuito de la Figura 8.14a, el generador PULSE produce una onda triangular, que se compara con una onda sinusoidal de referencia utilizando la opción VALUE para definir un generador de tensión dependiente. Este generador de tensión dependiente genera una salida PWM, con lo que se puede investigar el comportamiento de una carga específica para una entrada PWM.

Si la carga contiene una inductancia y/o una capacitancia, habrá un transitorio inicial en la corriente de carga. Como lo que nos interesa suele ser la corriente de carga en régimen permanente, se debe ejecutar la simulación durante uno o más periodos de la corriente de la carga antes de obtener una salida válida. Una forma de conseguir esto en PSpice es retrasar la salida con el comando *transient*. Otra manera de eliminar el transitorio de la salida es incluir en la entrada las condiciones iniciales correctas, pero puede que éstas no se conozcan de antemano.

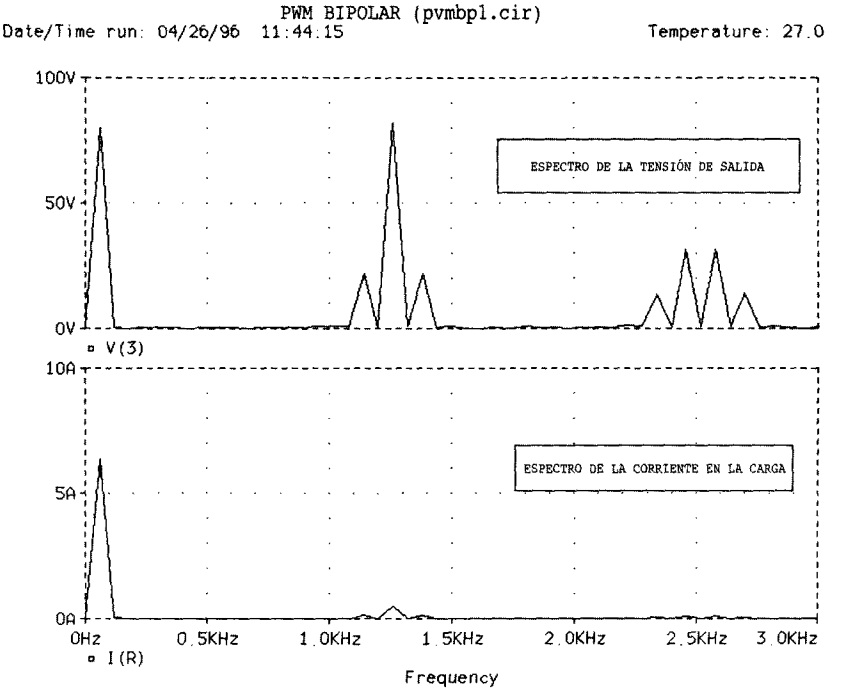


(a)

Figura 8.14. (a) Circuito de PSpice que genera una tensión PWM bipolar. (b) Salida del Probe para el Ejemplo 8.9, mostrando la tensión PWM y la corriente de la carga. (c) Espectro de frecuencia para la tensión y la corriente.



(b)



(c)

Figura 8.14. Continuación.

La señal de referencia está sincronizada con la señal de portadora, como en la Figura 8.8a. Cuando la tensión triangular de la portadora tiene una pendiente negativa que pasa por cero, la tensión de referencia sinusoidal debe tener una pendiente positiva que pase por cero. La forma de onda triangular comienza en el pico positivo con pendiente negativa. El ángulo de la onda sinusoidal de referencia se ajusta para hacer que el cruce por cero se corresponda con el de la onda triangular, usando un ángulo de $-90°/m_f$. Los ejemplos siguientes muestran una simulación en PSpice de una aplicación con modulación PWM bipolar.

Ejemplo 8.9. Simulación en PSpice de PWM

Utilice PSpice para analizar el circuito inversor PWM del Ejemplo 8.7.

Solución. A continuación se incluye un archivo de entrada PSpice que genera una tensión PWM bipolar a partir de un generador de tensión controlado por tensión:

```
PWM BIPOLAR (pwmbp1.cir)
* SE USA UN GENERADOR DEPENDIENTE PARA GENERAR LA TENSIÓN PWM
*************** LA TENSIÓN DE SALIDA ES V(3)*******************
************* PARÁMETROS ************************************
.PARAM VDC=100          ;fuente de continua
.PARAM MA=0.8           ;índice de modulación de amplitud
.PARAM FSINE=60     ;frecuencia de la onda de referencia sinusoidal
.PARAM MF=21            ;índice de modulación de frecuencia
.PARAM FTRI={FSINE*MF} ;frecuencia de la portadora triangular
********************** FUENTE PWM ****************************
VTRI 2 0 PULSE(1 -1 0 {1/(FTRI*2)} {1/(FTRI*2)} 1NS {1/FTRI})
VSIN 1 0 SIN(0 {MA} {FSINE} 0 0 {-90/MF})      ;sincronizada con
                                                 la onda triangular
EPWM 3 0 VALUE = { VDC* (V(1)-V(2)) / (ABS (V(1)-V(2) + 1N))}
********************* CARGA ***********************************
R 3 4 10      ;salida entre los nodos 3 y 0
L 4 0 20MH
***************************************************************
.TRAN .1MS 33.33MS 16.66MS .01MS  ;retardo de salida para observar
                                    la corriente en régimen permanente
.FOUR 60 25 I(R)              ;coeficientes de Fourier hasta n = 25
.PROBE
.END
```

En la Figura 8.14b se muestra la salida de Probe, donde se ven la tensión y la corriente de salida. La escala de la corriente está aumentada en un factor de 10 para que se pueda ver más claramente su relación con la tensión de salida. Observe la similitud de la corriente con una onda sinusoidal. Los coeficientes de Fourier de la tensión y la corriente se calculan usando la opción de Fourier bajo el menú del eje *x*. La Figura 8.14c muestra el espectro de frecuencia para la tensión y la corriente, con una escala del eje *x* seleccionada de forma que se muestren las frecuencias más bajas. Utilice la opción de cursor para determinar los coeficientes de Fourier. La Tabla 8.6 resume los resultados. Observe la estrecha similitud con los resultados del Ejemplo 8.7.

Tabla 8.6. Resultados de PSpice para el Ejemplo 8.9

n	f_n(Hz)	V_n(V)	I_n(A)
1	60	79,8	6,37
19	1.140	21,8	0,15
21	1.260	82,0	0,52
23	1.380	21,8	0,13

Si se desean las tensiones y corrientes en la fuente y los interruptores, el archivo de entrada de PSpice debe incluir los interruptores. En la Figura 8.15 se muestra un circuito en cierta medida idealizado, que utiliza interruptores controlados por tensión con diodos de realimentación. Para simular la modulación por anchura de impulsos, el control de los interruptores del inversor se define como la diferencia de tensión entre una tensión de portadora triangular y una tensión de referencia sinusoidal. Aunque esto no representa un modelo de los interruptores reales, este circuito resulta útil para simular una modulación PWM tanto bipolar como unipolar. Un modelo de más realista de un puente incluiría dispositivos tales como transistores BJT o MOSFET para los interruptores. A medida que aumenta la complejidad del circuito, también aumenta el tiempo de ejecución que necesita la simulación de PSpice. El modelo más apropiado dependerá de la profundidad con que deba estudiarse el funcionamiento de los interruptores. Este archivo de entrada PSpice simulará el inversor de la Figura 8.15 utilizando los parámetros de funcionamiento del Ejemplo 8.7:

```
INVERSOR EN PUENTE COMPLETO - PWM (pwmbp2.cir)
********************* LA SALIDA ES V(2,3)************************
****************PARÁMETROS DE ENTRADA ************************
.PARAM Vsource=100          ;entrada de continua del inversor
.PARAM Fo=60                ;frecuencia fundamental
.PARAM Mf=21                ;portadora, múltiplo de Fo
.PARAM Ma=.8                ;índice de amplitud
.PARAM Fc={Mf*Fo}           ;frecuencia de la portadora

VS 1 0 DC {Vsource}         ;fuente de continua
******* INTERRUPTORES CONTROLADOS POR TENSIÓN *****
S1 1 2 40 30 SWITCH
S2 3 0 40 30 SWITCH
S3 1 3 30 40 SWITCH
S4 2 0 30 40 SWITCH
************* DIODOS DE REALIMENTACIÓN *************
D1 2 1 DMOD
D2 0 3 DMOD
D3 3 1 DMOD
D4 0 2 DMOD
******************** CARGA ********************
R 2 4 10          ;carga entre los nodos 2 y 3
L 4 3 20MH
***************** PORTADORA TRIANGULAR *****************
Vtri 30 0 pulse (1 -1 0 {1/(2*Fc)} {1/(2*Fc)} 1ns {1/Fc})
```

```
****************** REFERENCIA ******************
Vcont 40 0 SIN(0 {Ma} {Fo} 0 0 {-90/Mf})
****************** MODELOS Y COMANDOS ************************
.MODEL SWITCH VSWITCH(RON=0.001 VON=.005 VOFF=-.005)
.MODEL DMOD D           ;diodo predeterminado
.PROBE
.TRAN 0.5MS 33.33MS 16.67MS 0 0.1MS
.FOUR 60 25 I(R)
.OPTIONS NOPAGE ITL5=0
.END
```

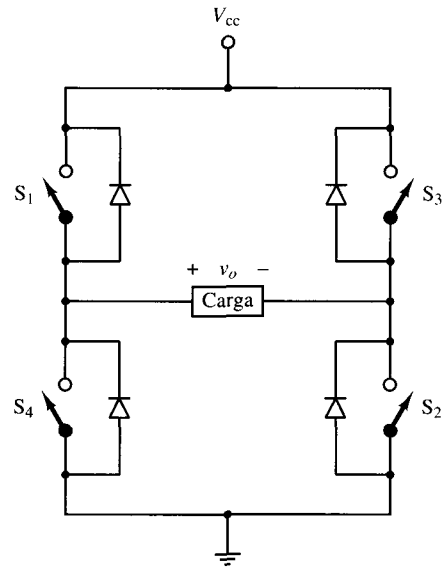


Figura 8.15. Circuito para PWM en PSpice utilizando interruptores controlados por tensión y diodos.

PWM unipolar

De nuevo, se puede simular la modulación PWM unipolar utilizando varios niveles de modelos de interruptores. El siguiente archivo de entrada utiliza fuentes dependientes para generar una salida PWM unipolar.

```
PWM UNIPOLAR (pwmup1.cir)
* UTILIZA FUENTES DEPENDIENTES PARA GENERAR LA TENSIÓN PWM
****************** LA TENSIÓN DE SALIDA ES V(A,B) ******************
*************** PARÁMETROS ***********************************
.PARAM VDC=100          ;fuente de continua
.PARAM MA=0.9           ;índice de modulación de amplitud
.PARAM FSINE=60         ;frecuencia de la onda sinusoidal de referencia
.PARAM MF=10            ;índice de modulación de frecuencia
.PARAM FTRI={FSINE*MF}  ;frecuencia de la portadora triangular
```

```
****************** GENERADOR PWM ******************************
VTRI 3 0 PULSE(1 -1 0 {1/(FTRI*2)} {1/(FTRI*2)} 1NS {1/FTRI})
*PARA LOS INTERRUPTORES 1 Y 4
VSIN1 1 0 SIN(0 {Ma} {FSINE} 0 0 {-90/Mf})
EPWMA A 0 VALUE = { VDC/2*( (V(1) - V(3)) / (ABS (V(1)-V(3)) + 1N)+1)}
* PARA LOS INTERRUPTORES 2 Y 3
VSIN2 2 0 SIN(0 {Ma} {FSINE} 0 0 {-90/Mf+180})
EPWMB B 0 VALUE = { VDC/2* ((V(2) - V(3)) / (ABS (V(2)-V(3)) + 1N)+1)}
********************** CARGA **********************************
R A X 10        ;salida entre los nodos A y B
L X B 20MH
*****************************************************************
.TRAN .1MS 33.33MS 16.66MS .01MS      ;retraso de salida para observar
                                       la corriente en régimen permanente
.PROBE
.END
```

La conmutación unipolar utilizando interruptores controlados por tensión se puede simular con el siguiente archivo de entrada de PSpice.

```
INVERSOR UNIPOLAR-PWM (pwmup2.cir)
********************** LA SALIDA ES V(2,3)**********************
* SE USAN VCONT Y -VCONT. . . .TODOS SON INTERRUPTORES DE ALTA VELOCIDAD
*SE USAN INTERRUPTORES CONTROLADOS POR TENSIÓN
****************** PARÁMETROS DEL CIRCUITO ***********************
.PARAM Mf=10
.PARAM Ma=.9
.PARAM Fo=60
.PARAM RLOAD=10
.PARAM L=20mH
.PARAM Fc={Mf*Fo}

VSOURCE 1 0 DC 100
***************** INTERRUPTORES ********************************
S1 1 2 40 30 SWITCH      ;CONDUCE CUANDO VCONT > VCARRIER
S2 3 0 30 20 SWITCH      ;CONDUCE CUANDO -VCONT < VCARRIER
S3 1 3 20 30 SWITCH      ;CONDUCE CUANDO -VCONT > VCARRIER
S4 2 0 30 40 SWITCH      ;CONDUCE CUANDO VCONT < VCARRIER
**************** DIODOS DE REALIMENTACIÓN **************************
D1 2 1 DMOD
D2 0 3 DMOD
D3 3 1 DMOD
D4 0 2 DMOD
****************** CARGA ***************************************
R 2 4 {RLOAD}      ;carga entre los nodos 2 y 3
L 4 3 {L} IC=0
*************** PORTADORA TRIANGULAR ****************************
VS 30 0 PULSE (1 -1 0 {1/(2*Fc)} {1/(2*Fc)} 1ns {1/Fc})
```

```
*************** REFERENCIA PARA INTERRUPTORES 1 Y 4 ***************
VC 40 0 SIN(0 {Ma} {Fo} 0 0 {-90/Mf})
*************** REFERENCIA PARA INTERRUPTORES 2 Y 3 ***************
VC— 20 0 SIN(0 {Ma} {Fo} 0 0 {-90/Mf+180})
****************** MODELOS ************************************
.MODEL SWITCH VSWITCH(RON=0.001 VON=.05 VOFF=—.05)
.MODEL DMOD D
***************** INSTRUCCIONES DE CONTROL ******************
.PROBE
.TRAN 0.5MS 33.33MS UIC
.OPTIONS NOPAGE ITL5=0
.END
```

El siguiente archivo de entrada de PSpice es para la salida PWM unipolar producida por un esquema de conmutación que utilice interruptores de alta y baja frecuencia, como el mostrado en la Figura 8.10.

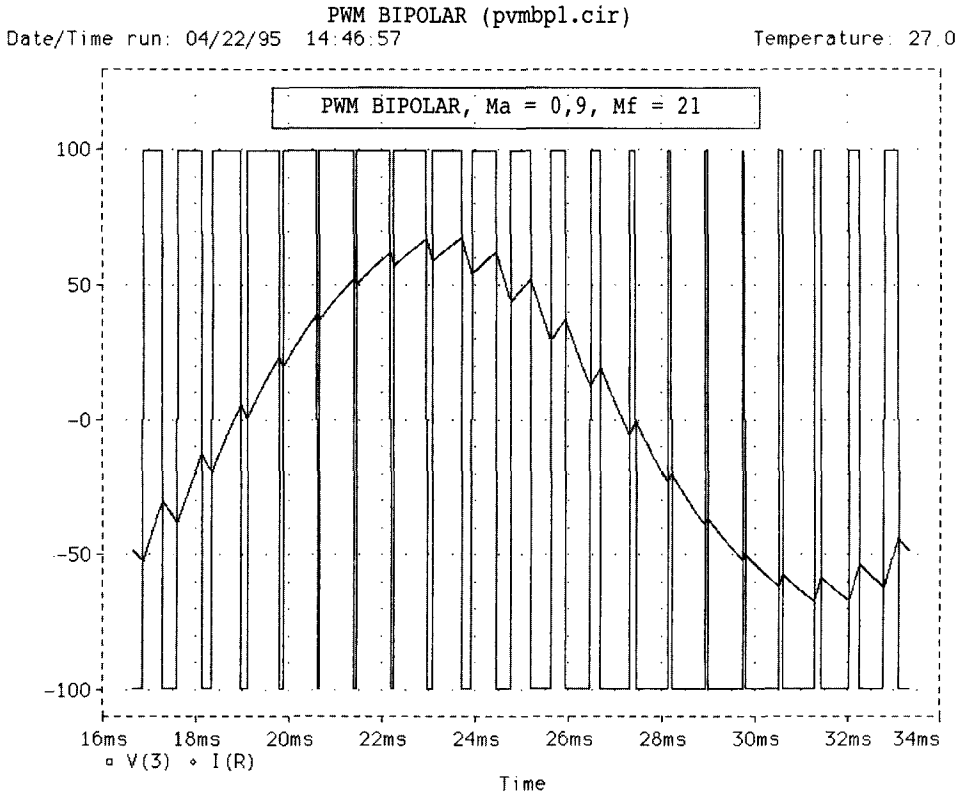
```
INVERSOR UNIPOLAR - PWM - INTERRUPTORES DE ALTA Y BAJA VELOCIDAD (pwmup3.cir)
* CONMUTACIÓN UNIPOLAR —S1,S4 ALTA FRECUENCIA; S2,S3 BAJA FRECUENCIA
************** LA SALIDA ES V(2,3)**********************
*************** PARÁMETROS **************************
.PARAM Mf=20
.PARAM VDC=100
.PARAM Fo=60
.PARAM Ma=.9
.PARAM FC={Mf*Fo}
************************************************************
VSOURCE 1 0 DC {VDC}
S1 1 2 40 50 SWITCH        ;alta velocidad
S2 3 0 40 0 SWITCH         ;baja velocidad
S3 1 3 0 40 SWITCH         ;baja velocidad
S4 2 0 50 40 SWITCH        ;alta velocidad
*DIODOS DE REALIMENTACIÓN:
D1 2 1 DMOD
D2 0 3 DMOD
D3 3 1 DMOD
D4 0 2 DMOD
*CARGA: [INTRODUZCA LA CARGA ENTRE LOS NODOS 2 Y 3]
R 2 4 1
L 4 3 2.65MH IC=0
***************** PORTADORA TRIANGULAR *****************
Vtri 30 0 PULSE (0 1 0 {1/(2*FC)} {1/(2*FC)} 1NS {1/FC})
*PARA LOS INTERRUPTORES 1 Y 4
Vsin 40 0 SIN(0 {Ma} 60)
ETRI 50 0 VALUE={V(30)*V(40)/(ABS(V(40))+1N)}
*MODELOS:
.MODEL SWITCH VSWITCH(RON=0.001 VON=.001 VOFF=—.001)
.MODEL DMOD D
*INSTRUCCIONES DE CONTROL:
.PROBE
.TRAN 0.5MS 33.33MS 16.66ms 0.01ms UIC
.OPTIONS NOPAGE ITL5=0
.END
```

Ejemplo 8.10. Modulación por anchura de impulsos: PSpice

Se utiliza modulación por anchura de impulsos para proporcionar una tensión de 60 Hz a una carga R-L en serie con $R = 1\ \Omega$ y $L = 2{,}65$ mH. La tensión de continua de alimentación de continua es de 100 V. La amplitud de la tensión de 60 Hz ha de ser de 90 V, lo que requiere un valor $m_a = 0{,}9$. Utilice PSpice para obtener la forma de onda de la corriente en la carga y el factor DAT de la forma de onda de la corriente en la carga. Utilice (a) PWM bipolar con $m_f = 21$, (b) PWM bipolar con $m_f = 41$ y (c) PWM unipolar con $m_f = 10$.

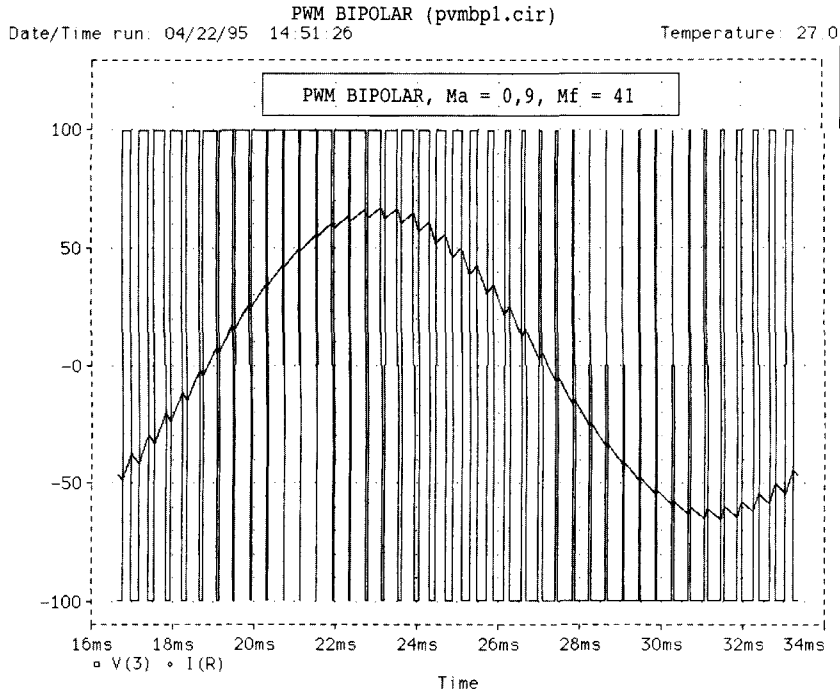
Solución. **(a)** El archivo de entrada PSpice para PWM bipolar (pwmbp1.cir) se ejecuta con $m_a = 0{,}9$ y $m_f = 21$. En la Figura 8.16a se muestra la tensión en la carga y la corriente en la resistencia de carga. Las corrientes para la componente fundamental de 60 Hz y los armónicos de orden más bajo se obtienen con la opción Fourier incluida en Probe, bajo el menú correspondiente al eje x. Las amplitudes de los armónicos se corresponden con los picos, y la opción cursor permite determinar los valores exactos. La corriente rms se puede obtener en Probe introduciendo la expresión RMS(I(R)). La distorsión armónica total basada en la serie de Fourier truncada se calcula a partir de la Ecuación 8.17. Los resultados se muestran en la tabla de este ejemplo.

(b) Se modifica el archivo de entrada de PSpice para especificar $m_f = 41$. En la Figura 8.16b se muestran las formas de onda de corriente y tensión. Las corrientes armónicas resultantes se pueden obtener con la opción Fourier de Probe.

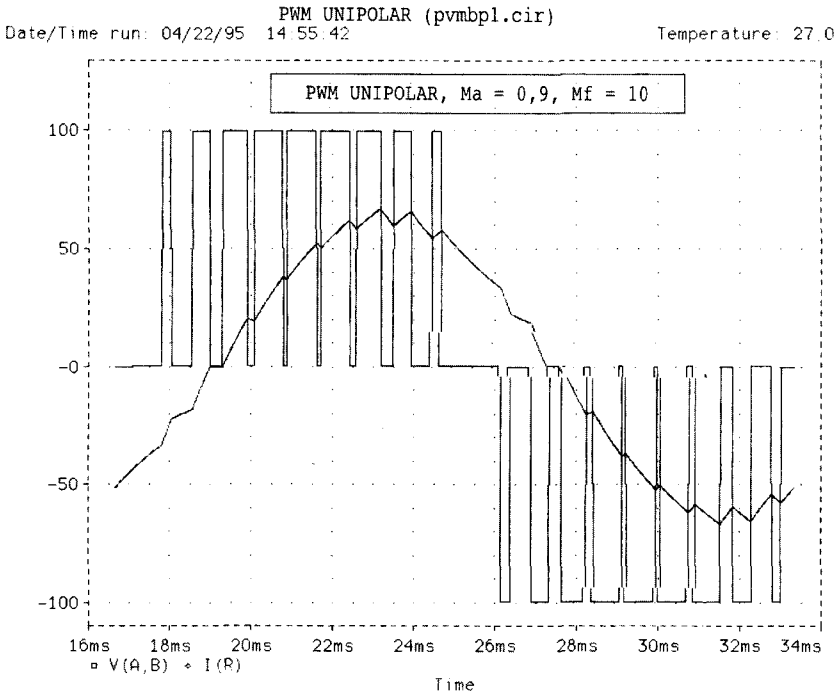


(a)

Figura 8.16. Tensión y corriente del Ejemplo 8.10 para (a) PWM bipolar con $m_f = 21$, (b) PWM bipolar con $m_f = 41$ y (c) PWM unipolar con $m_f = 10$.



(b)



(c)

Figura 8.16. Continuación.

(c) Se ejecuta el archivo de entrada de PSpice para conmutación unipolar (pwmup1.cir) con el parámetro $m_f = 10$. En la Figura 8.16c se muestran la tensión y la corriente de salida. Los resultados de las tres simulaciones de este ejemplo se muestran en la siguiente tabla.

	Bipolar $m_f = 21$		**Bipolar $m_f = 41$**		**Unipolar $m_f = 10$**	
	f_n	I_n	f_n	I_n	f_n	I_n
	60	63,6	60	64,0	60	62,9
	1.140	1,41	2.340	0,69	1.020	1,0
	1.260	3,39	2.460	1,7	1.140	1,4
	1.380	1,15	2.580	0,62	1.260	1,24
					1.380	0,76
I_{ef}		45,1		45,0		44,5
DAT		6,1 %		3,2 %		3,6 %

Observe que el factor DAT es relativamente bajo en cada una de estos esquemas de conmutación PWM, y que al aumentar la frecuencia de conmutación (al incrementarse *mf*) disminuyen las corrientes armónicas en este tipo de carga.

8.13. INVERSORES TRIFÁSICOS

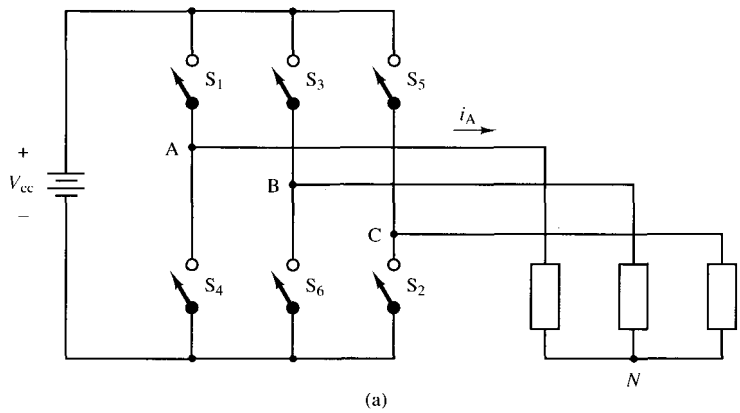
Inversor de seis pasos

La Figura 8.17a muestra un circuito que genera una salida de alterna trifásica a partir de una entrada de continua. La aplicación principal de este circuito es el control de la velocidad de los motores de inducción, donde se varía la frecuencia de salida. Los interruptores se abren y se cierran según el esquema mostrado en la Figura 8.17b.

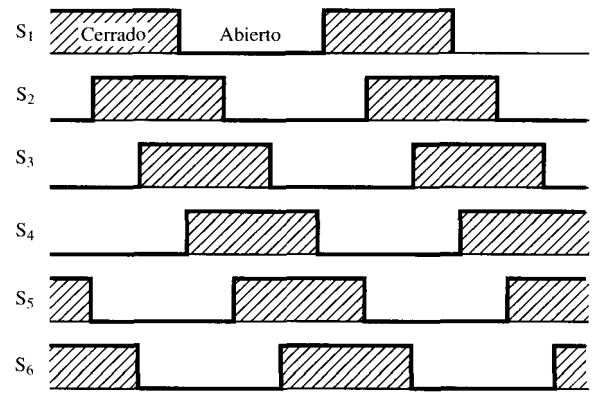
Cada interruptor tiene un ciclo de trabajo del 50 % (sin permitir tiempos muertos) y la conmutación tiene lugar cada intervalo de tiempo $T/6$, lo que representa un intervalo angular de 60°. Observe que los interruptores S_1 y S_4 se abren y se cierran de forma complementaria, al igual que los pares (S_2, S_5) y (S_3, S_6). Al igual que en el inversor monofásico, estos pares de interruptores deben estar coordinados de manera que no estén cerrados al mismo tiempo, lo cual daría como resultado un cortocircuito en la fuente. Con este esquema, las tensiones instantáneas v_{AO}, v_{BO} y v_{CO} son $+V_{cc}$ o cero, y las tensiones línea-línea de salida v_{AB}, v_{BC} y v_{CA} son $+V_{cc}$, 0 o $-V_{cc}$. El esquema de conmutación de la Figura 8.17b produce las tensiones de salida que pueden verse en la Figura 8.17c.

La carga trifásica conectada a esta tensión de salida puede estar conectada en triángulo o conectarse en estrella, con neutro sin toma de tierra. Para una carga conectada en estrella, que es la forma más común de conexión, la tensión de la carga en cada fase es la tensión de línea a neutro, como se muestra en la Figura 8.17d. A causa de los seis pulsos en las formas de onda de salida para la tensión línea a neutro, que resultan de las seis transiciones de conmutación por periodo, al circuito que posee este esquema de conmutación se le llama *inversor de seis pasos*.

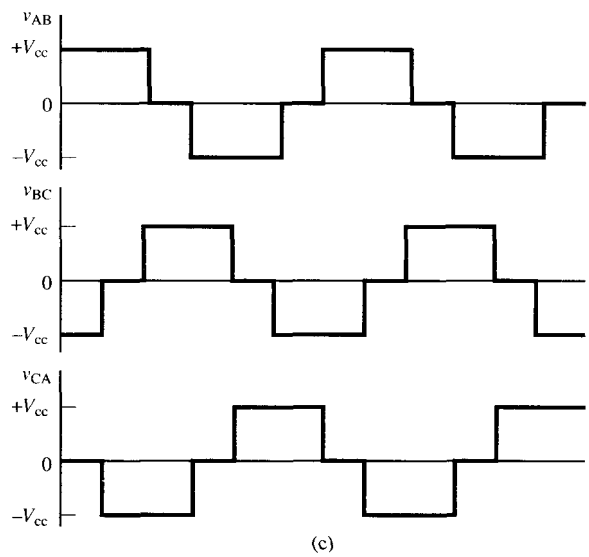
La serie de Fourier de la tensión de salida tiene una frecuencia fundamental igual a la frecuencia de conmutación. Las frecuencias de los armónicos son de orden $6k \pm 1$ para $k = 1, 2, \ldots$ ($n = 5, 7, 11, 13, \ldots$). El tercer armónico y los múltiplos del tercero no existen, y los armónicos



(a)



(b)



(c)

Figura 8.17. (a) Inversor trifásico. (b) Esquema de conmutación para salida de seis pulsos. (c) Tensiones línea-línea de salida. (d) Tensiones línea-neutro para una carga conectada en estrella sin toma de tierra. (e) Corriente en la Fase A para una carga R-L.

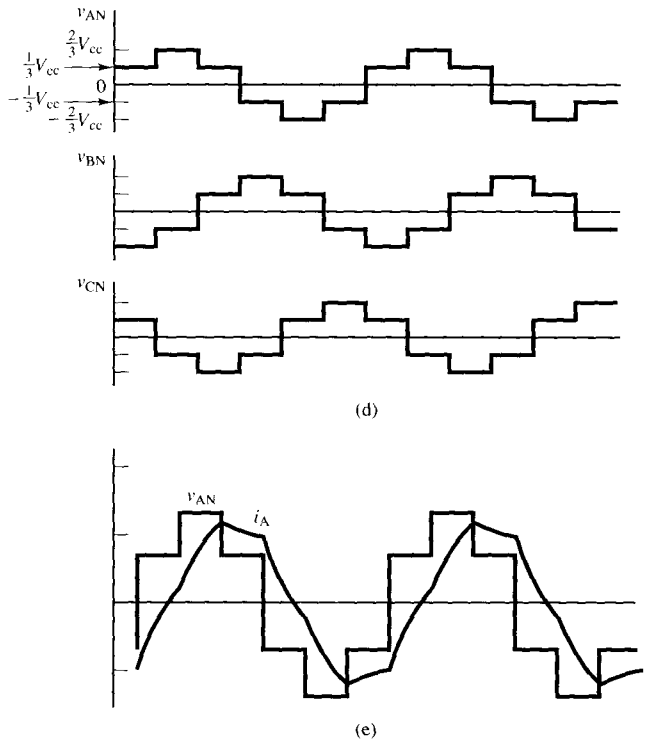


Figura 8.17. Continuación.

pares tampoco. Para una tensión de entrada V_{cc}, la salida para una carga en estrella sin toma de tierra tiene los siguientes coeficientes de Fourier:

$$V_{n,\,L-L} = \left| \frac{4V_{cc}}{n\pi} \cos\left(n\frac{\pi}{6}\right) \right|$$

$$V_{n,\,L-N} = \left| \frac{2V_{cc}}{3n\pi} \left[2 + \cos\left(n\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(n\frac{2\pi}{3}\right) \right] \right|. \qquad (8.31)$$

$$n = 1, 5, 7, 11, 13, \ldots$$

Se puede demostrar, partiendo de la Ecuación 8.17, que el factor DAT de las tensiones línea-línea y línea-neutro es del 31 %. La DAT de las corrientes depende de la carga y es menor para una carga R-L. En la Figura 8.17e se puede ver un ejemplo de la tensión línea-neutro y de la corriente de línea para una carga R-L conectada en estrella.

La frecuencia de salida puede controlarse variando la frecuencia de conmutación. El valor de la tensión de salida depende del valor de la tensión de alimentación de continua. Para controlar la tensión de salida del inversor de seis pasos, se debe ajustar la tensión continua de entrada continua.

Ejemplo 8.11. Inversor trifásico de seis pasos

Para el inversor trifásico de seis pasos de la Figura 8.17a, la entrada de continua es de 100 V, y la frecuencia fundamental de salida es de 60 Hz. La carga está conectada en estrella, siendo cada fase de la carga una conexión R-L serie, con $R = 10\ \Omega$ y $L = 20$ mH. Calcule la distorsión armónica total de la corriente de carga.

Solución. La amplitud de la corriente de carga para cada frecuencia es

$$I_n = \frac{V_{n,\,L-N}}{Z_n} = \frac{V_{n,\,L-N}}{\sqrt{R^2 + (n\omega_0 L)^2}} = \frac{V_{n,\,L-N}}{\sqrt{10^2 + [n(2\pi 60)(0{,}02)]^2}}$$

donde $V_{n,\,L-N}$ se calcula a partir de la Ecuación 8.31. La Tabla 8.7 resume los resultados de los cálculos para las series de Fourier.

El factor DAT de la corriente de carga se calcula a partir de la Ecuación 8.17:

Tabla 8.7. Componentes de Fourier para el inversor de seis pasos del Ejemplo 8.11

n	$f_{n,\,\text{L-N}}$ (Hz)	Z_n (Ω)	I_n (A)	$I_{n,\,\text{rms}}$ (A)
1	63,6	12,5	5,08	3,59
5	12,73	39,0	0,33	0,23
7	9,09	53,7	0,17	0,12
11	5,79	83,5	0,07	0,05
13	4,90	98,5	0,05	0,04

$$\text{DAT}_I = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_{n,\,\text{ef}}^2}}{I_{1,\,\text{ef}}} \approx \frac{\sqrt{(0{,}23)^2 + (0{,}12)^2 + (0{,}05)^2 + (0{,}04)^2}}{3{,}59}$$

$$= 0{,}07 = 7\,\%.$$

Inversor trifásico PWM

La modulación por anchura de impulso se puede utilizar tanto para los inversores trifásicos como para los inversores monofásicos. Las ventajas de la conmutación PWM son las mismas que en el caso monofásico: pocos requisitos de filtrado para la reducción de armónicos y el control de la amplitud a la frecuencia fundamental.

La conmutación PWM en el inversor trifásico es similar a la del inversor monofásico. Básicamente, cada interruptor se controla comparando una onda sinusoidal de referencia con una onda portadora triangular. La frecuencia fundamental de salida es igual que la de la onda de referencia, y la amplitud de la salida viene determinada por las amplitudes relativas de las ondas de referencia y portadora.

Al igual que en el caso del inversor trifásico de seis pasos, los interruptores de la Figura 8.17a se controlan por parejas (S_1, S_4), (S_2, S_5) y (S_3, S_6). Cuando uno de los interruptores de la pareja está cerrado, el otro está abierto. Cada pareja de interruptores requiere una onda sinusoidal de referencia separada. Las tres ondas sinusoidales de referencia están desfasadas 120° para producir una salida trifásica equilibrada. La Figura 8.18a muestra una portadora triangular y las tres ondas de referencia. El control de los interruptores es como sigue:

$$
\begin{aligned}
&S_1 \text{ conduce cuando } v_A > v_{tri} \\
&S_2 \text{ conduce cuando } v_C > v_{tri} \\
&S_3 \text{ conduce cuando } v_B > v_{tri} \\
&S_4 \text{ conduce cuando } v_A < v_{tri} \\
&S_5 \text{ conduce cuando } v_C < v_{tri} \\
&S_6 \text{ conduce cuando } v_B < v_{tri}.
\end{aligned} \tag{8.32}
$$

Los armónicos se minimizarán si se elige una frecuencia de portadora igual a un múltiplo impar de tres veces la frecuencia de referencia; es decir, 3, 9, 15, ... veces la referencia. La Figura 8.18b muestra las tensiones de línea de salida para un inversor trifásico PWM.

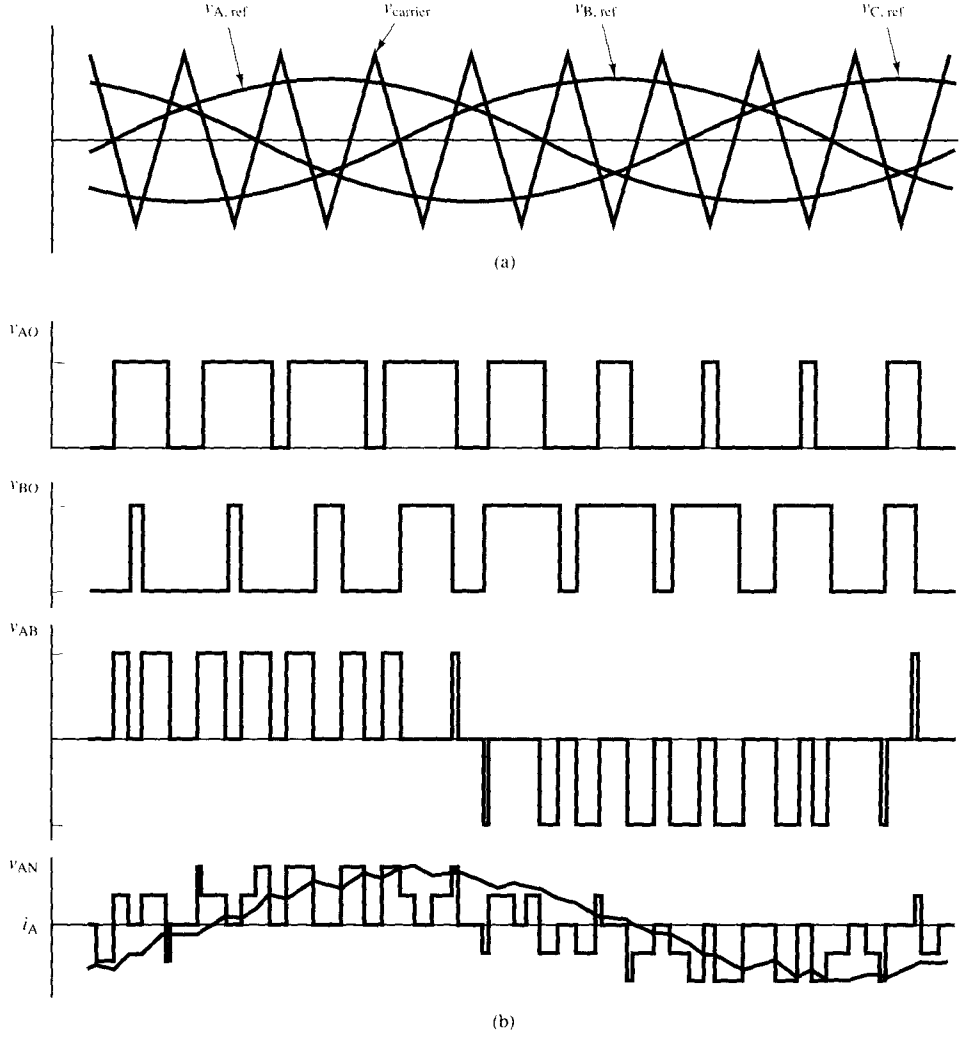


Figura 8.18. (a) Ondas portadora y de referencia para un control PWM con $m_f = 9$ y $m_a = 0{,}7$ para el inversor trifásico de la Figura 8.17a. (b) Formas de onda de salida; la corriente se corresponde con una carga R-L.

Los coeficientes de Fourier para las tensiones de línea en el esquema de conmutación trifásica PWM están relacionados con los de la modulación PWM bipolar monofásica (V_n en la Tabla 8.3) por medio de

$$V_{n3} = \sqrt{A_{n3}^2 + B_{n3}^2} \tag{8.33}$$

donde

$$\begin{aligned} A_{n3} &= V_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{3}\right) \\ B_{n3} &= V_n \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{3}\right). \end{aligned} \tag{8.34}$$

En la Tabla 8.8 se muestran los coeficientes de Fourier más significativos.

Tabla 8.8. Amplitudes normalizadas V_{n3}/V_{cc} para las tensiones línea-línea trifásicas PWM

	$m_a = 1$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$n = 1$	0,866	0,779	0,693	0,606	0,520	0,433	0,346	0,260	0,173	0,087
$m_f \pm 2$	0,275	0,232	0,190	0,150	0,114	0,801	0,053	0,030	0,013	0,003
$2m_f \pm 1$	0,157	0,221	0,272	0,307	0,321	0,313	0,282	0,232	0,165	0,086

8.14. SIMULACIÓN EN PSpice DE LOS INVERSORES TRIFÁSICOS

Inversores trifásicos de seis pasos

A continuación se muestra un archivo de entrada de PSpice que simulará un inversor trifásico de seis pasos. Para la conmutación se utilizan interruptores controlados por tensión con diodos de realimentación. Los nodos de salida del inversor son los nodos *A*, *B* y *C*. El siguiente archivo de PSpice es para el inversor del Ejemplo 8.11.

```
INVERSOR TRIFÁSICO DE SEIS PASOS (3phinv.cir)
******************** LAS SALIDAS SON V(A,B) V(A,N), etc. ********
******************** PARÁMETROS DE ENTRADA **********************
.PARAM Vdc=100      ;entrada de continua del inversor
.PARAM R=10
.PARAM L=20mH
.PARAM Fo=60        ;frecuencia fundamental
.PARAM PERIOD={1/Fo}
*************************************************************
VS 1 0 DC {Vdc}
```

```
********** INTERRUPTORES CONTROLADOS POR TENSIÓN **********
S1 1 A CON14 0 SWITCH
S2 C 0 CON25 0 SWITCH
S3 1 B CON36 0 SWITCH
S4 A 0 0 CON14 SWITCH
S5 1 C 0 CON25 SWITCH
S6 B 0 0 CON36 SWITCH
****************** DIODOS DE REALIMENTACIÓN ******************
D1 A 1 DMOD
D2 0 C DMOD
D3 B 1 DMOD
D4 0 A DMOD
D5 C 1 DMOD
D6 0 B DMOD
********* CARGA CONECTADA EN ESTRELLA: A-N, B-N, C-N *********
RA A AX {R}
LA AX N {L}
RB B BX {R}
LB BX N {L}
RC C CX {R}
LC CX N {L}
****************** CONTROL DE INTERRUPTORES ******************
VCON14 CON14 0 PULSE(-10 10 0 1US 1US {PERIOD/2} {PERIOD})
VCON25 CON25 0 PULSE(-10 10 {PERIOD/6} 1US 1US {PERIOD/2} {PERIOD})
VCON36 CON36 0 PULSE(-10 10 {PERIOD/3} 1US 1US {PERIOD/2} {PERIOD})
************* MODELOS E INSTRUCCIONES DE CONTROL *************
.MODEL SWITCH VSWITCH(RON=0.001)
.MODEL DMOD D
.PROBE
.TRAN 0.5MS 33.33MS 16.66MS UIC
.FOUR 60 20 V([A],[B]) I(RA)
.OPTIONS NOPAGE ITL5=0
.END
```

Inversores trifásicos PWM

A partir de generadores dependientes que comparan ondas sinusoidales con una portadora triangular se puede modelar un generador trifásico PWM básico, como se hizo en el Ejemplo 8.9 para el caso monofásico. A continuación se ofrece un archivo de entrada de PSpice que utiliza un generador PWM trifásico.

```
INVERSOR PWM TRIFÁSICO-GENERADORES PWM (pwm3ph1.cir)
***************** LAS SALIDAS SON V(A,B) V(B,C) V(C,A) ************
******************** PARÁMETROS DEL CIRCUITO **********************
.PARAM VDC=100      ;generador de continua
.PARAM Mf=9         ;índice de modulación de frecuencia
.PARAM Ma=.7        ;índice de modulación de amplitud
```

```
.PARAM Fo=60                ;frecuencia de referencia
.PARAM R=10                 ;resistencia de la carga
.PARAM L=20M                ;inductancia de la carga
.PARAM Fc={Mf*Fo}           ;frecuencia calculada de la portadora
******************** DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO ********************
VSOURCE 1 0 DC {VDC}
***************************** CARGA ******************************
RA A AX {R}           ;el nodo N es el neutro de la carga en estrella
LA AX N {L}
RB B BX {R}
LB BX N {L}
RC C CX {R}
LC CX N {L}
***** SE USA UNA FUNCIÓN DE PULSOS PARA LA PORTADORA TRIANGULAR *****
VS 2 0 PULSE (1 -1 0 {1/(2*Fc)} {1/(2*Fc)} 1ns {1/Fc})
********* ONDAS SENOIDALES DE REFERENCIA PARA CADA FASE *********
VA 40 0 SIN(0 {Ma} {Fo} 0 0 {-90/Mf})
VB 50 0 SIN(0 {Ma} {Fo} 0 0 {-90/Mf - 120})
VC 60 0 SIN(0 {Ma} {Fo} 0 0 {-90/Mf - 240})
************************ GENERADORES PWM ************************
EA A 0 VALUE={(VDC/2)*((V(40)-V(2))/(ABS(V(40)-V(2))+1N)+1)}
EB B 0 VALUE={VDC/2*((V(50)-V(2))/(ABS(V(50)-V(2))+1N)+1)}
EC C 0 VALUE={VDC/2*((V(60)-V(2))/(ABS(V(60)-V(2))+1N)+1)}
*************************** COMANDOS ****************************
.PROBE
.TRAN 0.5MS 33.33MS 16.667M .005MS UIC
.OPTIONS NOPAGE ITL5=0
.END
```

8.15. CONTROL DE VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN

La velocidad de un motor de inducción se puede controlar ajustando la frecuencia de la tensión aplicada. La velocidad síncrona ω_s de un motor de inducción está relacionada con el número de polos, p, y la frecuencia eléctrica aplicada, ω, por la expresión

$$\omega_s = \frac{2\omega}{p}. \tag{8.35}$$

El deslizamiento, s, se define en términos de la velocidad del rotor ω_r:

$$s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}. \tag{8.36}$$

El par es proporcional al deslizamiento.

Si se cambia la frecuencia eléctrica aplicada, la velocidad del motor cambiará proporcionalmente. Sin embargo, si la tensión aplicada se mantiene constante al disminuir la frecuencia, el flujo magnético en el entrehierro aumentará hasta el punto de saturación. Es aconsejable mantener el flujo en el entrehierro constante e igual a su valor nominal. Esto se consigue variando la

tensión aplicada de forma proporcional a la frecuencia. La relación entre la tensión aplicada y la frecuencia aplicada debería ser constante:

$$\frac{V}{f} = \text{constante.} \tag{8.37}$$

Para describir esta situación se suele utilizar el término *control de voltios/hertzio*. Las curvas par-velocidad del motor de inducción mostradas en la Figura 8.19 son para diferentes frecuencias y una relación voltios/hertzios constante.

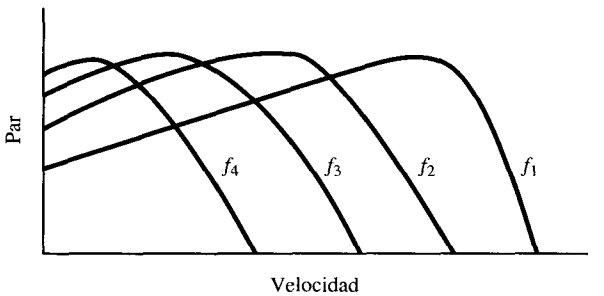


Figura 8.19. Curvas par-velocidad del motor de inducción para control de velocidad variable con relación voltios/hertzios constante.

Se puede utilizar el inversor de seis pasos para esta aplicación si la entrada de continua es ajustable. En la configuración de la Figura 8.20, se genera una tensión continua ajustable a partir de un rectificador controlado, y un inversor produce una tensión alterna a la frecuencia deseada. Si el generador de continua no es controlable, se puede insertar un convertidor de continua a continua entre el generador de continua y el inversor.

El inversor PWM resulta útil en las aplicaciones con relación voltios/hertzio constante, ya que la amplitud de la tensión de salida se puede ajustar cambiando el índice de modulación de amplitud m_a. La entrada de continua del inversor puede provenir en este caso de una fuente no controlada. La configuración que vemos en la Figura 8.20 está catalogada como un convertidor CA-CA con paso intermedio por corriente continua entre las dos tensiones de alterna.

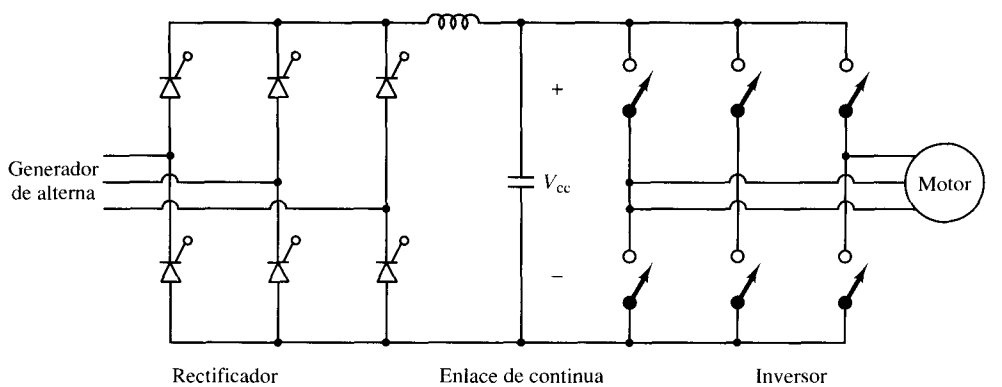


Figura 8.20. Convertidor CA-CA con paso intermedio por corriente continua.

8.16. RESUMEN

- Se pueden utilizar los convertidores en puente completo o en medio-puente para conseguir una salida de alterna a partir de una entrada de continua.
- Un esquema de conmutación simple produce una tensión de salida con forma de onda cuadrada, que tiene una serie de Fourier que contiene las frecuencias armónicas impares cuyas amplitudes son

$$V_n = \frac{4V_{cc}}{n\pi}.$$

- El control de armónicos y de amplitud se puede implementar permitiendo un intervalo de tensión cero con ángulo α en cada extremo de un pulso, dando como resultado los coeficientes de Fourier

$$V_n = \left(\frac{4V_{cc}}{n\pi}\right)\cos(n\alpha).$$

- La modulación por anchura de impulso proporciona un control de la amplitud a la frecuencia fundamental de salida. Aunque los armónicos tienen grandes amplitudes, tienen lugar a frecuencias elevadas y se pueden filtrar fácilmente.
- El inversor de seis pasos es el esquema de conmutación básico para generar una salida alterna trifásica a partir de un generador de continua.
- Se puede aplicar un esquema de conmutación PWM a un inversor trifásico para reducir el factor DAT de la corriente de la carga con unos requisitos de filtrado modestos.
- El control de velocidad de los motores de inducción es una de las principales aplicaciones de los inversores trifásicos.

BIBLIOGRAFÍA

M. BOOST y P. D. ZIOGAS, «State-of-the-Art PWM Techniques: A Critical Evaluation», IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1986, pp. 425-433.

R. S. BURWEN, «Kilowatts on order», *IEEE Spectrum*, Vol. 30, n.º. 2, febrero 1993, pp. 32-37.

J. HOLTZ, «Pulse-Width Modulation—a Survey», *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 39, n.º 5, diciembre 1992, pp. 410-420.

T. KATO, «Precise PWM Waveform Analysis of Inverter for Selected Harmonic Ellimination», *IEEE/IAS Annual Meeting*, pp. 611-616, 1986.

N. MOHAN, T. M. UNDELAND y W. P. ROBBINS, *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*, John Wiley & Sons, 1995.

L. SALAZAR y G. JOOS, «PSpice Simulation of Three-Phase Inverters by Means of Switching Functions», *IEEE Trans. on Power Electronics*, Vol. 9, n.º 1, enero 1994, pp. 35-42.

J. W. A. WILSON y J. A. YEAMANS, «Intrinsic Harmonics of Idealized Inverter PWM Systems», *IEEE/IAS Annual Meeting*, pp. 967-973, 1976.

PROBLEMAS

Inversor de onda cuadrada y análisis de Fourier

8.1. El inversor de onda cuadrada de la Figura 8.1a tiene V_{cc} = 125 V, una frecuencia de salida de 60 Hz y una carga resistiva de 25 Ω. Trazar las corrientes en la carga, en cada interruptor y en la fuente, y determinar los valores medio y eficaz de cada una.

8.2. Un inversor de onda cuadrada tiene un generador de continua de 150 V y una frecuencia de salida de 60 Hz. La carga es una carga R-L en serie con $R = 5\ \Omega$ y $L = 100$ mH. Cuando se entrega energía a la carga por vez primera, hay un transitorio que precede a la onda en régimen permanente descrita por la Ecuación 8.5.

(a) Determine el valor de pico de la corriente en régimen permanente.
(b) Utilizando la Ecuación 8.1 y suponiendo una corriente inicial de la inductancia igual a cero, determine la corriente máxima que se produce durante el transitorio.
(c) Simule el circuito con el archivo de entrada de PSpice sqrinv.cir y compare los resultados con los obtenidos en los apartados (a) y (b). ¿Cuántos periodos deben transcurrir antes de que la corriente alcance el régimen permanente? ¿Cuántas constantes de tiempo L/R deben transcurrir antes del régimen permanente?

8.3. El inversor de onda cuadrada de la Figura 8.3 tiene una entrada de continua de 150 V y alimenta a una carga R-L en serie de $R = 20\ \Omega$ y $L = 20$ mH. La frecuencia de salida es de 60 Hz.

(a) Calcule una expresión para la corriente de carga en régimen permanente.
(b) Trace la gráfica de la corriente en la carga e indique los intervalos de tiempo en los que cada componente interruptor (Q1, D1, ... Q4, D4) conduce.
(c) Determine la corriente de pico en cada componente interruptor.
(d) ¿Cuál es la tensión máxima en bornas de cada interruptor? Suponga componentes ideales.

8.4. Un inversor de onda cuadrada tiene un generador de continua de 125 V, una frecuencia de salida de 60 Hz y una carga serie R-L con $R = 20\ \Omega$ y $L = 20$ mH. Determine

(a) Una expresión para la corriente de la carga.
(b) La corriente rms de la carga.
(c) La corriente media de la fuente.

8.5. Un inversor de onda cuadrada tiene una carga R-L con $R = 15\ \Omega$ y $L = 10$ mH. La frecuencia de salida del inversor es de 400 Hz.
(a) Determine el valor del generador de continua que se requiere para que se establezca una corriente en la carga con una componente de frecuencia fundamental de 10 A rms.
(b) Determine el factor DAT de la corriente de la carga.

8.6. Un inversor de onda cuadrada alimenta a una carga R-L serie con $R = 30\ \Omega$ y $L = 30$ mH. La frecuencia de salida es de 120 Hz. Especifique la tensión de la fuente de continua tal que la corriente de carga para la frecuencia fundamental sea de 2,0 A rms. Verifique los resultados mediante PSpice. Calcule el factor DAT a partir de PSpice.

8.7. Un inversor de onda cuadrada tiene una entrada de continua de 100 V, una frecuencia de salida de 60 Hz y una combinación serie R-L-C con $R = 10\ \Omega$, $L = 25$ mH y $C = 100\ \mu$F. Utilice el circuito inversor de onda cuadrada de PSpice (sqrinv.cir) para determinar los valores de pico y rms de la corriente en régimen permanente. Calcule el factor DAT de la corriente de carga. Indique, en una gráfica de un periodo de la corriente, los intervalos en los que conduce cada componente interruptor en el circuito inversor de la Figura 8.3 para esta carga.

Control de armónicos y de amplitud

8.8. Para un puente inversor de onda completa, el generador de continua es de 125 V, la carga es una combinación serie R-L con $R = 10\ \Omega$ y $L = 20$ mH y la frecuencia de conmutación es de 60 Hz.

(a) Utilice el esquema de conmutación de la Figura 8.4 y calcule el valor de α para producir una salida con una amplitud de 100 V a la frecuencia fundamental.
(b) Calcule el factor DAT de la corriente de la carga.

8.9. Un inversor que produce el tipo de salida que se muestra en la Figura 8.4a se utiliza para alimentar a una carga R-L serie con $R = 10\ \Omega$ y $L = 35$ mH. La tensión de entrada de continua es de 250 V y la frecuencia de salida es de 60 Hz.

(a) Determine el valor rms de la corriente de la carga a la frecuencia fundamental cuando $\alpha = 0$.
(b) Si la frecuencia fundamental de salida se reduce hasta los 30 Hz, determine el valor de α que se necesita para mantener la corriente de la carga a la frecuencia fundamental al mismo valor del apartado (a).

8.10. Utilice PSpice para verificar que:

(a) La forma de onda de la Figura 8.4a con $\alpha = 30°$ no contiene una frecuencia de tercer armónico.
(b) la forma de onda de la Figura 8.4a con $\alpha = 18°$ no contiene un quinto armónico.

8.11. Determine el valor de α que eliminaría el séptimo armónico de la salida del inversor de la Figura 8.4a. Verifique la respuesta con una simulación en PSpice.

8.12. Calcule el valor eficaz de la forma de onda mostrada en la Figura 8.5c, que permite eliminar el tercer y quinto armónicos.

8.13. Utilice PSpice para verificar que la forma de onda de la Figura 8.5c no contiene tercer ni quinto armónicos. ¿Cuáles son los coeficientes de la frecuencia fundamental y de los primeros cuatro armónicos distintos de cero? Pista: puede resultar útil emplear una fuente que sea lineal a tramos.

Inversores con modulación por anchura de impulsos.

8.14. El generador de continua que alimenta a un inversor con una salida PWM bipolar es de 96 V. La carga es una combinación serie R-L con $R = 32\ \Omega$ y $L = 24$ mH. La salida tiene una frecuencia fundamental de 60 Hz.

(a) Indique el índice de modulación de amplitud necesario para generar una salida a la frecuencia fundamental de 54 V rms.
(b) Si el índice de modulación de frecuencia es de 15, calcule el factor DAT de la corriente de la carga.

8.15. El generador de continua que alimenta una inversor con una salida PWM bipolar es de 250 V. La carga es una combinación serie R-L con $R = 20\ \Omega$ y $L = 50$ mH. La salida tiene una frecuencia fundamental de 60 Hz.

(a) Indique el índice de modulación de amplitud para generar una salida a la frecuencia fundamental de 160 V rms.
(b) Si el índice de modulación de frecuencia es de 27, calcule el factor DAT de la corriente de la carga.

8.16. Utilice PSpice para verificar que el diseño del Ejemplo 8.8 cumple con las especificaciones de DAT.

8.17. Diseñe un inversor con una salida PWM a una carga serie R-L con $R = 14\ \Omega$ y $L = 28$ mH. La frecuencia fundamental de la tensión de salida debe ser de 120 V rms a 60 Hz y el factor DAT de la corriente de la carga debe ser menor del 8 %. Especifique la tensión de entrada de continua, el índice de modulación de amplitud m_a y la frecuencia de conmutación (frecuencia de la portadora). Verifique la validez del diseño mediante una simulación de PSpice.

8.18. Diseñe un inversor con una salida PWM a una carga serie R-L con $R = 34\ \Omega$ y $L = 25$ mH. La tensión de salida debe ser de 100 V rms y con una frecuencia fundamental de 60 Hz y el factor DAT de la corriente de la carga debe ser menor del 10 %. Especifique el valor de la tensión de entrada de continua, el índice de modulación de amplitud m_a y la frecuencia de conmutación (frecuencia de la portadora). Verifique la validez del diseño mediante una simulación de PSpice.

8.19. Simule el inversor del Ejemplo 8.7 mediante el archivo de PSpice que utiliza interruptores controlados por tensión (pwmbp2.cir). Determine el valor medio de la corriente de la fuente de continua y determine la potencia entregada por la fuente. ¿Cómo se compara esto con la potencia absorbida por la carga?

8.20. Se utiliza modulación por anchura de impulso para entregar una tensión de 60 Hz a una carga R-L serie con $R = 12\ \Omega$ y $L = 20$ mH. La tensión continua de alimentación es de 150 V. La amplitud de la tensión de 60 Hz ha de ser de 120 V. Utilice PSpice para obtener la forma de onda de la corriente en la carga y el factor DAT de la forma de onda de la corriente en la carga. Utilice

(a) PWM bipolar con $m_f = 21$.
(b) PWM bipolar con $m_f = 41$.
(c) PWM unipolar con $m_f = 10$.

Inversores trifásicos

8.21. Un inversor trifásico de seis pasos tiene un generador de continua de 250 V y una frecuencia de salida de 60 Hz. Una carga equilibrada conectada en estrella está compuesta por una resistencia en serie de 30 Ω y una inductancia de 25 mH en cada fase. Determine

(a) el valor rms de la componente de 60 Hz de la corriente de la carga.
(b) el factor DAT de la corriente de la carga.

8.22. Un inversor trifásico de seis pasos tiene un generador de continua de 400 V y una frecuencia de salida que varía entre 25 y 100 Hz. La carga está conectada en estrella y está compuesta por una combinación serie de una resistencia de 20 Ω y una inductancia de 30 mH en cada fase.

(a) Determine el rango que recorre el valor rms de la componente de frecuencia fundamental de la corriente de la carga, a medida que varía la frecuencia.
(b) ¿Qué efecto tiene la variación de la frecuencia en el factor DAT de la corriente de la carga y en el factor DAT de la tensión línea-neutro?

8.23. Un inversor trifásico de seis pasos tiene una entrada de continua ajustable. La carga es una conexión en estrella equilibrada, con una combinación R-L serie en cada fase, con $R = 5\ \Omega$ y $L = 70$ mH. La frecuencia de salida variará entre 30 y 60 Hz.

(a) Determine el intervalo de la tensión de entrada de continua que se necesita para mantener la componente de frecuencia fundamental de la corriente en 10 A rms.
(b) Utilice PSpice para determinar el factor DAT de la corriente de la carga en cada caso. Determine la corriente de pico y la corriente eficaz de la carga para cada caso.

9

CONVERTIDORES RESONANTES

9.1. INTRODUCCIÓN

La conmutación imperfecta es uno de los mayores contribuyentes a la pérdida de potencia en los convertidores, como se estudio en el Capítulo 6. Los dispositivos de conmutación absorben potencia cuando se encienden o se apagan, si la transición se produce cuando tanto la tensión como la corriente son distintas de cero. A medida que aumenta la frecuencia de conmutación, esas transiciones suceden más a menudo y la pérdida de potencia media en el dispositivo aumenta. Por otra parte, las altas frecuencias de conmutación son deseables a causa del menor tamaño de los componentes de filtrado y de los transformadores, lo que a su vez reduce el tamaño y el peso de los convertidores.

En los circuitos de conmutación resonantes, la conmutación tiene lugar cuando la tensión y/o la corriente son cero, evitando las transiciones simultáneas de la tensión y la corriente, y eliminando por tanto las pérdidas de conmutación. A este tipo de conmutación se le denomina conmutación «suave» (*soft switching*). Los convertidores resonantes se clasifican en convertidores de conmutación resonante, convertidores resonantes de carga, y convertidores resonantes con paso intermedio por corriente continua. En este capítulo pretendemos presentar los conceptos básicos del convertidor resonante, a la par que ofrecer algunos ejemplos.

9.2. CONVERTIDOR RESONANTE CONMUTADO: CONMUTACIÓN A CORRIENTE CERO

Funcionamiento básico

En el circuito de la Figura 9.1a se muestra una forma de aprovecharnos de las oscilaciones que provoca un circuito L-C para reducir las pérdidas de potencia en un convertidor CC-CC. Este circuito es similar al convertidor reductor descrito en el Capítulo 6. Se supone que la corriente en la inductancia de salida L_o no tiene rizado y es igual a la corriente de carga I_o. Cuando está abierto el interruptor, el diodo se polariza en directa para dejar pasar la corriente de salida de la inductancia y la tensión en C_r es cero. Cuando se cierra el interruptor, el diodo permanece inicialmente polarizado en directa para dejar pasar I_o, y la tensión en L_r es la misma que la tensión de la fuente V_s (Figura 9.1b). La corriente en L_r aumenta de forma lineal, y el diodo

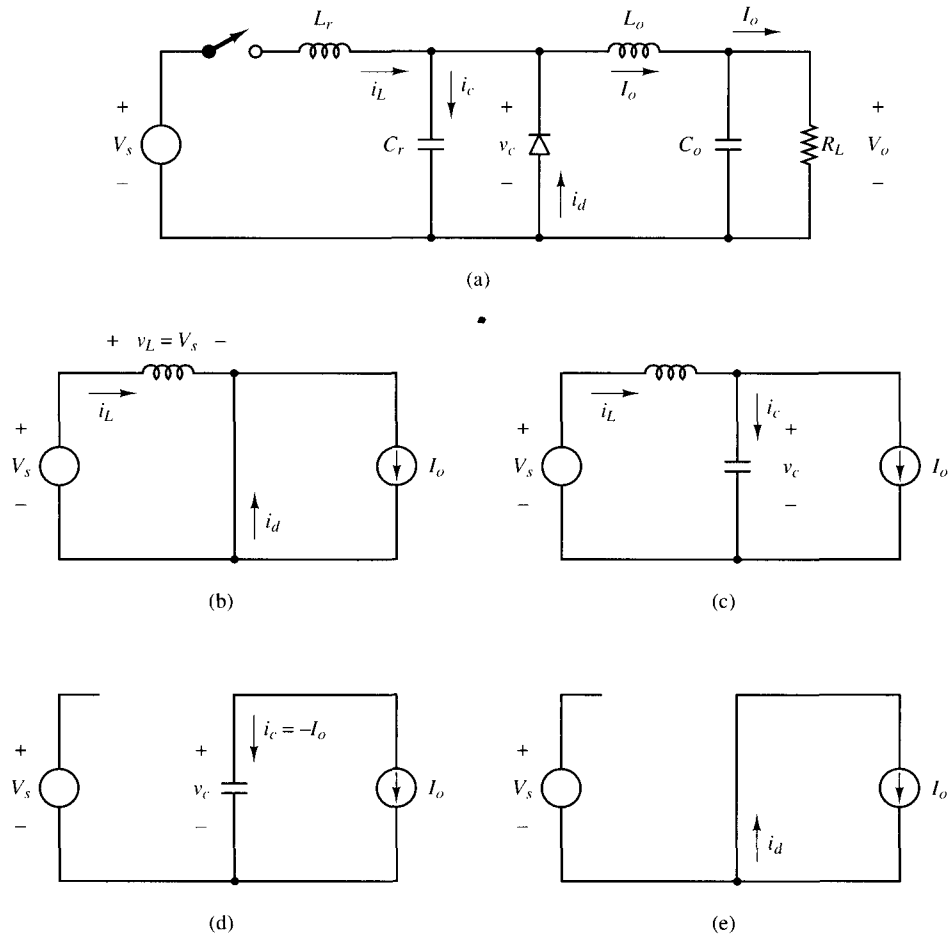
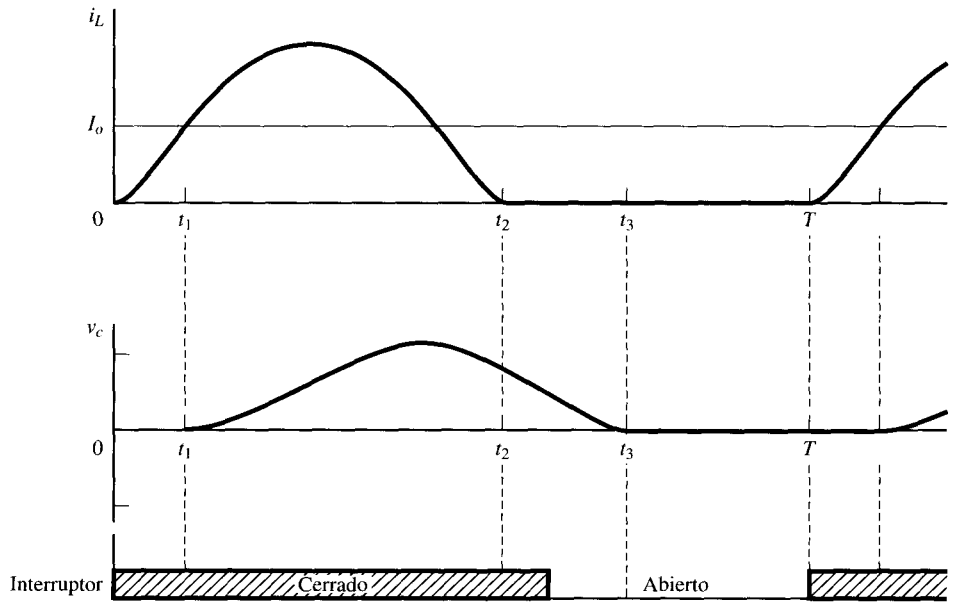
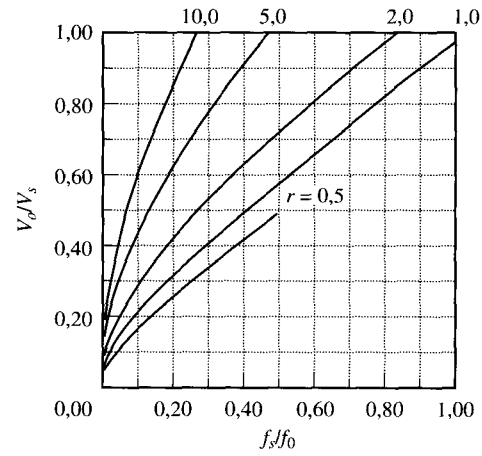


Figura 9.1. (a) Convertidor resonante con conmutación a corriente cero. (b) Interruptor cerrado y diodo en conducción ($0 < t < t_1$). (c) Interruptor cerrado y diodo al corte ($t_1 < t < t_2$). (d) Interruptor abierto y diodo al corte ($t_2 < t < t_3$). (e) Interruptor abierto y diodo en conducción ($t_3 < t < T$). (f) Formas de onda. (g) Salida normalizada en función de la frecuencia de conmutación con $r = R_L/Z_0$ como parámetro. (© 1985 IEEE).



(f)



(g)

Figura 9.1. Continuación.

permanece polarizado en directa mientras que i_L sea menor que I_o. Cuando i_L alcanza el valor de I_o, el diodo se apaga y el circuito equivalente es el de la Figura 9.1c. Si I_o es constante, la carga aparece como una fuente de corriente, y el circuito subamortiguado L-C oscila. En consecuencia, i_L vuelve a cero y se mantiene allí, suponiendo que el interruptor sea unidireccional. El interruptor se abre después de que la corriente llega a cero, lo que da lugar a una conmutación a corriente cero y sin que se produzcan pérdidas de potencia debido a la conmutación.

Después de que la corriente en el interruptor llegue a cero, la tensión positiva del condensador mantiene al diodo polarizado en inversa, con lo que la corriente de carga I_o fluye por C_r,

con $i_c = -I_o$ (Figura 9.1d). Si I_o es constante, la tensión del condensador disminuye de forma lineal. Cuando la tensión del condensador llega a cero, el diodo se polariza en directa para permitir el paso de I_o (Figura 9.1e). Entonces el circuito vuelve al punto de comienzo. A continuación se ofrece el análisis para cada intervalo de tiempo.

Análisis para $0 < t < t_1$

El interruptor está cerrado en $t = 0$, el diodo conduce y la tensión en L_r es V_s (Figura 9.1b). La corriente en L_r es cero inicialmente y se expresa como

$$i_L(t) = \frac{1}{L_r}\int_0^t V_s d\lambda = \frac{V_s}{L_r}\, t. \tag{9.1}$$

En $t = t_1$, i_L llega a I_o y el diodo se apaga. Resolviendo para calcular t_1,

$$i_L(t_1) = I_o = \frac{V_s}{L_r}\, t_1 \tag{9.2}$$

o

$$t_1 = \frac{I_o L_r}{V_s}. \tag{9.3}$$

La tensión del condensador es cero en este intervalo.

Análisis para $t_1 < t < t_2$

Cuando el diodo se apaga en $t = t_1$, el circuito es equivalente al de la Figura 9.1c. En el circuito de la Figura 9.1c se aplican estas ecuaciones:

$$v_C(t) = V_s - L_r \frac{di_L(t)}{dt} \tag{9.4}$$

$$i_C(t) = i_L(t) - I_o. \tag{9.5}$$

Diferenciando la Ecuación 9.4 y utilizando la relación tensión-corriente para el condensador,

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = -L_r \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} = \frac{i_C(t)}{C_r}. \tag{9.6}$$

Sustituyendo i_C de acuerdo con la Ecuación 9.5,

$$L_r \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} = \frac{I_o - i_L(t)}{C_r} \tag{9.7}$$

o

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \frac{i_L(t)}{L_r C_r} = \frac{I_o}{L_r C_r}. \tag{9.8}$$

La solución de la Ecuación 9.8 con la condición inicial $i_L(t_1) = I_o$ es

$$i_L(t) = I_o + \frac{V_s}{Z_0} \operatorname{sen} \omega_0(t - t_1) \tag{9.9}$$

donde Z_o es la impedancia característica

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_r}{C_r}} \tag{9.10}$$

y ω_0 es la frecuencia de oscilación

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}}. \tag{9.11}$$

La Ecuación 9.9 es válida hasta que i_L llega a cero en $t = t_2$. Resolviendo en el intervalo de tiempo $t_2 - t_1$ cuando tiene lugar la oscilación,

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{\omega_0}\left[\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{-I_o Z_0}{V_s}\right)\right], \tag{9.12}$$

que se puede expresar como

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{\omega_0}\left[\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{I_o Z_0}{V_s}\right) + \pi\right]. \tag{9.13}$$

Hallamos la tensión del condensador sustituyendo en la Ecuación 9.4 el valor de i_L dado por la Ecuación 9.9,

$$v_C(t) = V_s[1 - \cos \omega_0(t - t_1)], \tag{9.14}$$

que también es válido hasta que $t = t_2$. La tensión máxima del condensador es por tanto $2V_s$.

Análisis para $t_2 < t < t_3$

Después de que la corriente de la inductancia llega a cero en t_2, la corriente del interruptor es cero y éste se puede abrir sin que haya pérdida de potencia. En la Figura 9.1d se muestra el circuito equivalente. El diodo está al corte porque $v_C > 0$. La corriente del condensador es $-I_o$, lo que resulta en una tensión del condensador que disminuye de forma lineal, y se expresa como

$$v_C(t) = \frac{1}{C_r}\int_{t_2}^{t} -I_o d\lambda + v_C(t_2) = \frac{I_o}{C_r}(t_2 - t) + v_C(t_2). \tag{9.15}$$

La Ecuación 9.15 es válida hasta que la tensión del condensador llega a cero y el diodo comienza a conducir. Haciendo que el tiempo en el que la tensión del condensador llega a cero sea t_3, la Ecuación 9.15 nos da una expresión para el intervalo de tiempo $t_3 - t_2$:

$$t_3 - t_2 = \frac{C_r v_C(t_2)}{I_o} = \frac{C_r V_s[1 - \cos \omega_0(t_2 - t_1)]}{I_o} \tag{9.16}$$

donde $v_C(t_2)$ se obtiene a partir de la Ecuación 9.14.

Análisis para $t_3 < t < T$

En este intervalo de tiempo, i_L es cero. El interruptor está abierto, el diodo está conduciendo para dejar pasar I_o, y $v_C = 0$ (Figura 9.1e). La duración de este intervalo es la diferencia entre el periodo de conmutación T y los restantes intervalos de tiempo, que se determinan a partir de otros parámetros del circuito.

Tensión de salida

La tensión de salida se puede calcular a partir del equilibrio de energía. La energía suministrada por la fuente es igual a la energía absorbida por la carga durante el periodo de conmutación. La energía suministrada por la fuente en un periodo es

$$W_s = \int_0^T p_s(t)d(t) = V_s \int_0^T i_L(t)\,dt. \tag{9.17}$$

La energía absorbida por la carga es

$$W_o = \int_0^T p_o(t)\,dt = V_o I_o T = \frac{V_o I_o}{f_s} \tag{9.18}$$

donde f_s es la frecuencia de conmutación. A partir de las Ecuaciones 9.1 y 9.9,

$$\int_0^T i_L(t)\,dt = \int_0^{t_1} \frac{V_s t}{L_r}\,dt + \int_{t_1}^{t_2} \left[I_o + \frac{V_s}{Z_0} \operatorname{sen} \omega_0 (t - t_1) \right] dt. \tag{9.19}$$

Utilizando $W_s = W_o$ y resolviendo para hallar V_o a partir de las Ecuaciones 9.17 a la 9.19,

$$V_o = V_s f_s \left(\frac{t_1}{2} + (t_2 - t_1) + \frac{V_s C_r}{I_o} [1 - \cos(t_2 - t_1)] \right). \tag{9.20}$$

A partir de la Ecuación 9.16, se puede expresar la tensión de salida en términos de los intervalos de tiempo para cada condición del circuito:

$$\boxed{V_o = V_s f_s \left[\frac{t_1}{2} + (t_2 - t_1) + (t_3 - t_2) \right]} \tag{9.21}$$

donde los intervalos de tiempo se calculan a partir de las Ecuaciones 9.3, 9.13 y 9.16.

La Ecuación 9.21 nos muestra que la tensión de salida está en función de la frecuencia de conmutación. Al aumentar f_s, aumenta V_o. El periodo de conmutación debe ser mayor que t_3, y la tensión de salida es menor que la tensión de entrada, como sucede en el convertidor reductor del Capítulo 6. Observe que los intervalos de tiempo están en función de la corriente de salida I_o, por lo que la tensión de salida en este circuito depende de la carga. Cuando cambia la carga, se debe ajustar la frecuencia de conmutación para mantener una tensión de salida constante. La Figura 9.1g muestra la relación entre la tensión de salida y la frecuencia de conmutación. El valor $r = R_L/Z_o$ se utiliza como parámetro, donde R_L es la resistencia de carga y Z_o se define en la Ecuación 9.10.

Un diodo colocado en paralelo con el interruptor en la Figura 9.1a crea un convertidor de conmutación resonante que incluye una corriente de inductancia negativa. Para este circuito, V_o/V_s es prácticamente una función lineal de la frecuencia de conmutación e independiente de la carga (es decir, $V_o/V_s = f_s/f_o$).

El convertidor de conmutación resonante con conmutación a corriente cero, tiene teóricamente cero pérdidas de conmutación. Sin embargo, las capacidades de unión en los dispositivos de conmutación almacenan energía que se disipa en el dispositivo, lo que produce pequeñas pérdidas.

Observe que la tensión de salida es la media de la tensión del condensador v_c, lo que ofrece un método alternativo de deducir la Ecuación 9.21.

Ejemplo 9.1. Convertidor CC-CC de conmutación resonante: conmutación a corriente cero

En el circuito de la Figura 9.1a,

$$V_s = 12 \text{ V}$$
$$C_r = 0{,}1 \ \mu\text{F}$$
$$L_r = 10 \ \mu\text{H}$$
$$I_o = 1 \text{ A}$$
$$f_s = 100 \text{ kHz}.$$

(a) Calcule la tensión de salida del convertidor. (b) Calcule la corriente de pico en L_r y la tensión de pico en C_r. (c) ¿Cuál es la frecuencia de conmutación requerida para generar una tensión de salida de 6 V para la misma corriente de carga? (d) Calcule la máxima frecuencia de conmutación. (e) Si se cambia la resistencia de la carga a 20 Ω, calcule la frecuencia de conmutación requerida para generar una tensión de salida de 8 V.

Solución. **(a)** Utilizando los parámetros del circuito que se ofrecen,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}} = \frac{1}{\sqrt{10(10)^{-6}(0{,}1)(10)^{-6}}} = (10)^6 \text{ rad/s}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_r}{C_r}} = \sqrt{\frac{10(10)^{-6}}{0{,}1(10)^{-6}}} = 10 \ \Omega.$$

La tensión de salida se determina a partir de la Ecuación 9.21. El tiempo t_1 se determina a partir de la Ecuación 9.3:

$$t_1 = \frac{I_o L_r}{V_s} = \frac{(1)(10)(10)^{-6}}{12} = 0{,}833 \ \mu\text{s}.$$

Partiendo de la Ecuación 9.13:

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{\omega_0}\left[\text{sen}^{-1}\left(\frac{I_o Z_0}{V_s}\right) + \pi\right] = \frac{1}{(10)^6}\left[\text{sen}^{-1}\left(\frac{(1)(10)}{12}\right) + \pi\right] = 4{,}13 \ \mu\text{s}.$$

Partiendo de la Ecuación 9.16:

$$t_3 - t_2 = \frac{C_r V_s}{I_o}[1 - \cos\omega_0(t_2 - t_1)]$$

$$= \frac{(0{,}1)(10)^{-6}(12)}{1}[1 - \cos(10)^6(4{,}13)(10)^{-6}] = 1{,}86 \ \mu\text{s}.$$

La tensión de salida de la Ecuación 9.21 es entonces

$$V_o = V_s f_s\left(\frac{t_1}{2} + (t_2 - t_1) + (t_3 - t_2)\right)$$

$$= (12)(100)(10)^5\left(\frac{0{,}833}{2} + 4{,}13 + 1{,}86\right)(10)^{-6} = 7{,}69 \text{ V}.$$

(b) La corriente de pico en L_r se calcula a partir de la Ecuación 9.9:

$$I_{L,\text{ pico}} = I_o + \frac{V_s}{Z_0} = 1 + \frac{12}{10} = 2{,}2 \text{ A}.$$

La tensión de pico en C_r se determina a partir de la Ecuación 9.14:

$$V_{C,\text{ pico}} = 2V_s = 2(12) = 24 \text{ V}.$$

(c) Como la tensión de salida es proporcional a la frecuencia (Ecuación 9.21), si I_o no cambia, la frecuencia de conmutación requerida para una salida de 6 V es:

$$f_s = 100 \text{ kHz}\left(\frac{6 \text{ V}}{7{,}69 \text{ V}}\right) = 78 \text{ kHz}.$$

(d) La frecuencia máxima de conmutación para este circuito tiene lugar cuando el intervalo $T - t_3$ es cero. El tiempo $t_3 = t_1 + (t_2 - t_1) + (t_3 - t_2) = (0{,}833 + 4{,}13 + 1{,}86)\ \mu\text{s} = 6{,}82\ \mu\text{s}$, lo que nos da:

$$f_{s,\text{ máx}} = \frac{1}{T_{\text{mín}}} = \frac{1}{t_3} = \frac{1}{(6{,}82)10^{-6}} = 146 \text{ kHz}.$$

(e) La gráfica de la Figura 9.1g se puede utilizar para estimar la frecuencia de conmutación necesaria para obtener una salida de 8 V con una carga de 20 Ω. Con $V_o/V_s = 8/12 = 0{,}67$, la curva para el parámetro $r = R_L/Z_o = 20/10 = 2$ da $f_s/f_o \approx 0{,}45$. La frecuencia de conmutación es de $f_s = 0{,}45(f_o) = 0{,}45(\omega_o/2\pi) = 0{,}45(10)6/2\pi = 71{,}7$ kHz. El método utilizado en el apartado (a) de este problema se puede emplear para verificar los resultados. Observe que I_o es ahora $V_o/R_L = 8/20 = 0{,}4$ A.

9.3. CONVERTIDOR RESONANTE CONMUTADO: CONMUTACIÓN A TENSIÓN CERO

Funcionamiento básico

El circuito de la Figura 9.2a nos muestra un método para utilizar las oscilaciones de un circuito L-C para la conmutación a tensión cero. El análisis presupone que el filtro de salida produce una corriente sin rizado I_o en L_o. Comenzando con el interruptor cerrado, la corriente en el interruptor y en L_r es I_o, las corrientes en D_1 y D_S son cero, y la tensión en C_r y en el interruptor es cero.

Se abre el interruptor (con una tensión cero en él), e $i_L = I_o$ fluye por el condensador C_r, haciendo que v_C aumente de forma lineal (Figura 9.2b). Cuando v_C alcanza la tensión de la fuente V_s, el diodo D_1 se polariza en directa, formando de hecho un circuito serie con V_s, C_r y L_r,

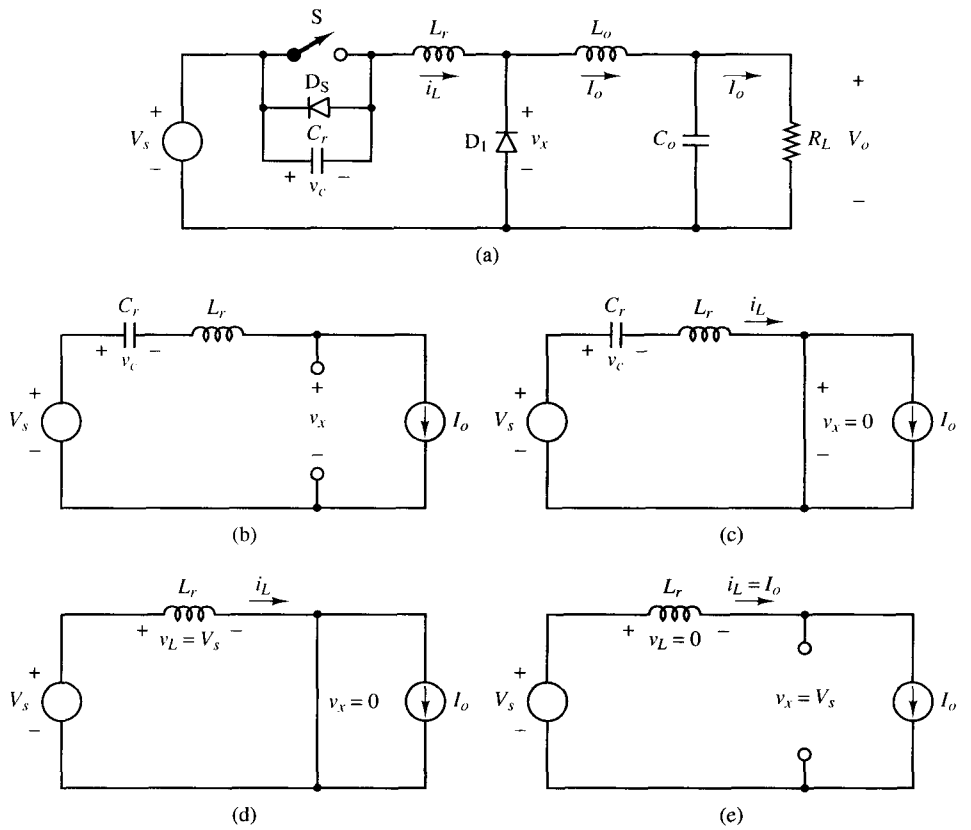


Figura 9.2. (a) Convertidor resonante con conmutación a tensión cero. (b) Interruptor abierto y D_1 apagado ($0 < t < t_1$). (c) Interruptor abierto y D_1 en conducción ($t_1 < t < t_2$). (d) Interruptor cerrado y D_1 en conducción ($t_2 < t < t_3$). (e) Interruptor cerrado y D_1 apagado ($t_3 < t < T$). (f) Formas de onda. (g) Salida normalizada en función de la frecuencia de conmutación, con $r = R_L/Z_o$ como parámetro. (© 1986 IEEE).

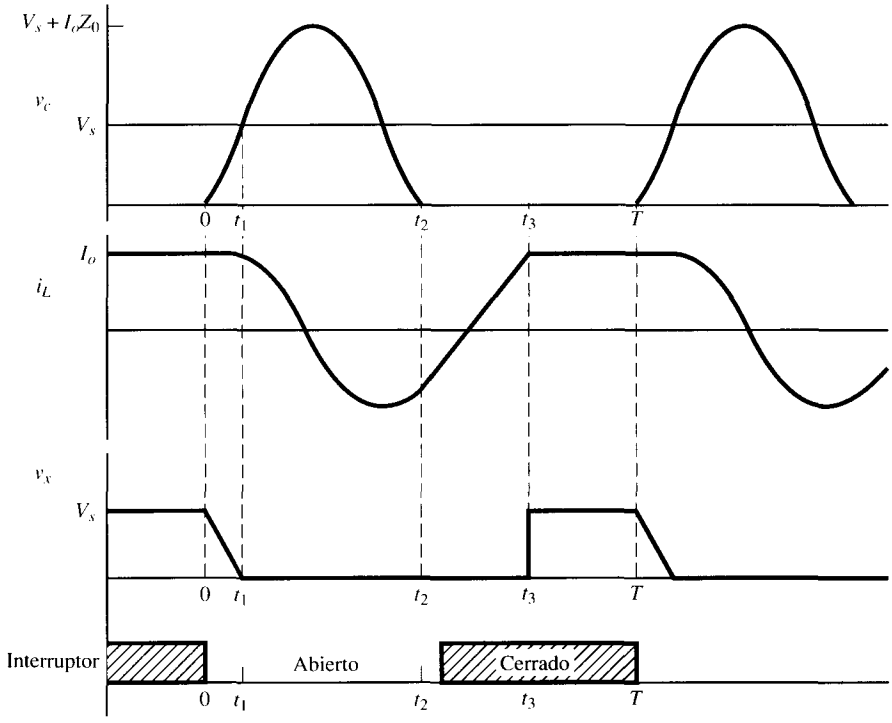
como se muestra en la Figura 9.2c. En este momento, i_L y v_C en este circuito subamortiguado en serie comienzan a oscilar.

Cuando v_C vuelve a cero, el diodo D_S comienza a conducir para dejar pasar i_L, que es negativa (Figura 9.2d). La tensión en L_r es V_s, lo que hace que i_L aumente de forma lineal. El interruptor debería cerrarse justo después de que D_S comenzara a conducir, para que la conmutación se produzca a tensión cero. Cuando i_L se hace positiva, D_S es apagado e i_L pasa a través del interruptor. Cuando i_L alcanza I_o, D_1 es apagado y las condiciones del circuito vuelven a ser las iniciales. A continuación se ofrece el análisis para cada condición del circuito.

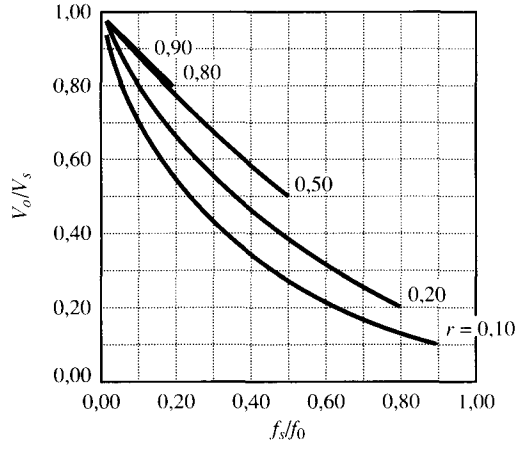
Análisis para $0 < t < t_1$

El interruptor se encuentra abierto en $t = 0$. Entonces la corriente del condensador es I_o (Figura 9.2b), lo que provoca que la tensión del condensador, que inicialmente es cero, aumente de forma lineal. La tensión en C_r es

$$v_C(t) = \frac{1}{C_r}\int_0^t I_0 d\lambda = \frac{I_o}{C_r}\,t, \tag{9.22}$$



(f)



(g)

Figura 9.2. Continuación.

La tensión en L_r es cero, porque la corriente de la inductancia es I_o, que se supone que es constante. La tensión a la entrada del filtro, v_x, es

$$v_x(t) = V_s - v_C(t) = V_s - \frac{I_o}{C_r}\, t, \tag{9.23}$$

que es una función linealmente decreciente que comienza en V_s. En $t = t_1$, $v_x = 0$ y el diodo comenzara a conducir. Despejando t_1 en la ecuación anterior,

$$t_1 = \frac{V_s C_r}{I_o}. \tag{9.24}$$

La Ecuación 9.23 se puede expresar entonces del siguiente modo

$$v_x(t) = V_s\left(1 - \frac{t}{t_1}\right). \tag{9.25}$$

Análisis para $t_1 < t < t_2$

El diodo D_1 está polarizado en directa y hay cero voltios en bornas del mismo; en la Figura 9.2c se muestra el circuito equivalente. La ley de Kirchhoff para tensiones nos da

$$L_r \frac{di_L(t)}{dt} + v_C(t) = V_s. \tag{9.26}$$

Diferenciando,

$$L_r \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \frac{dv_C(t)}{dt} = 0 \tag{9.27}$$

La corriente del condensador está relacionada con la tensión por

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{i_C(t)}{C_r}. \tag{9.28}$$

Como las corrientes de la inductancia y del condensador son las mismas en este intervalo de tiempo, la Ecuación 9.27 se puede expresar como

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \frac{i_L(t)}{L_r C_r} = 0. \tag{9.29}$$

Despejando i_L en la ecuación anterior, usando la condición inicial $i_L(t_1) = I_o$,

$$i_L(t) = I_o \cos \omega_0 (t - t_1) \tag{9.30}$$

donde

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}}. \tag{9.31}$$

La tensión del condensador se expresa como

$$v_c(t) = \frac{1}{C_r}\int_{t_1}^{t} i_C(\lambda)\, d\lambda + v_C(t_1) = \frac{1}{C_r}\int_{1}^{t} I_o \cos \omega_0(\lambda - t_1)\, d\lambda + V_s,$$

que se puede simplificar como

$$v_C(t) = V_s + I_o Z_0 \operatorname{sen} \omega_0 (t - t_1) \tag{9.32}$$

donde

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_r}{C_r}}. \tag{9.33}$$

Observe que la tensión de pico del condensador es

$$V_{C,\text{pico}} = V_s + I_o Z_0 = V_s + I_o \sqrt{\frac{L_r}{C_r}}, \tag{9.34}$$

que también es la tensión inversa máxima en el diodo D_S y es mayor que la tensión de la fuente.

Con el diodo D_1 polarizado en directa,

$$v_x = 0. \tag{9.35}$$

El diodo D_S en paralelo con C_r evita que v_C se haga negativa, por lo que la Ecuación 9.32 es válida para $v_C > 0$. Resolviendo la Ecuación 9.32 para el instante $t = t_2$ en que v_C vuelve a cero,

$$t_2 = \frac{1}{\omega_0}\left[\text{sen}^{-1}\left(\frac{-V_s}{I_o Z_0}\right)\right] + t_1 = \frac{1}{\omega_0}\left[\text{sen}^{-1}\left(\frac{V_s}{I_o Z_0}\right) + \pi\right] + t_1. \tag{9.36}$$

En $t = t_2$, el diodo D_S entra en conducción.

Análisis para $t_2 < t < t_3$

Después de t_2, ambos diodos están polarizados en directa (Figura 9.2d), la tensión en L_r es V_s, e i_L aumenta de forma lineal hasta que llega a I_o en t_3. El interruptor se vuelve a cerrar justo después de t_2 cuando $v_C = 0$ (entrada en conducción a tensión cero) y el diodo conduce dejando pasar una i_L negativa. La corriente i_L en el intervalo entre t_2 y t_3 se puede expresar como

$$i_L(t) = \frac{1}{L_r}\int_{t_2}^{t} V_s\, d\lambda + i_L(t_2) = \frac{V_s}{L_r}(t - t_2) + I_o \cos\omega_0(t_2 - t_1) \tag{9.37}$$

donde $i_L(t_2)$ viene de la Ecuación 9.30. La corriente en t_3 es I_o:

$$i_L(t_3) = I_o = \frac{V_s}{L_r}(t_3 - t_2) + I_o \cos\omega_0(t_2 - t_1). \tag{9.38}$$

Despejando t_3,

$$t_3 = \left(\frac{L_r I_o}{V_s}\right)[1 - \cos\omega_0(t_2 - t_1)] + t_2. \tag{9.39}$$

La tensión v_x es cero en este intervalo:

$$v_x = 0. \tag{9.40}$$

En $t = t_3$, el diodo D_1 se apaga.

Análisis para $t_3 < t < T$

En este intervalo, el interruptor está cerrado, ambos diodos están apagados, la corriente en el interruptor es I_o y

$$v_x = V_s. \tag{9.41}$$

El circuito permanece en esta condición hasta que se vuelve a abrir el interruptor. El intervalo de tiempo $T - t_3$ se determina a partir de la frecuencia de conmutación del circuito. Todos los demás intervalos de tiempo vienen determinados por otros parámetros del circuito.

Tensión de salida

La tensión $v_x(t)$ a la entrada del filtro de salida puede verse en la Figura 9.2f. Resumiendo las Ecuaciones 9.25, 9.35, 9.40 y 9.41,

$$v_x(t) = \begin{cases} V_s\left(1 - \dfrac{t}{t_1}\right) & 0 < t < t_1 \\ 0 & t_1 < t < t_3 \\ V_s & t_3 < t < T. \end{cases} \tag{9.42}$$

La tensión de salida es la media de $v_x(t)$. La tensión de salida es

$$V_0 = \frac{1}{T}\int_0^T v_x\,dt = \frac{1}{T}\left[\int_0^{t_1} V_s\left(1 - \frac{t}{t_1}\right)dt + \int_{t_3}^T V_s\,dt\right]$$

$$= \frac{V_s}{T}\left[\frac{t_1}{2} + (T - t_3)\right]. \tag{9.43}$$

Utilizando $f_s = 1/T$,

$$\boxed{V_o = V_s\left[1 - f_s\left(t_3 - \frac{t_1}{2}\right)\right].} \tag{9.44}$$

Los tiempos t_1 y t_3 en la ecuación anterior se determinan a partir de las Ecuaciones 9.24, 9.36 y 9.39. *La tensión de salida se controla cambiando la frecuencia de conmutación.* El intervalo de tiempo en el que el interruptor está abierto es fijo, y el intervalo de tiempo en el que está cerrado es variable. Los tiempos t_1 y t_3 vienen determinados en parte por la corriente de carga I_o, por lo que la tensión de salida es función de la carga. Al aumentar la frecuencia de conmutación, disminuye el intervalo de tiempo $T - t_3$ y, por tanto, se reduce la tensión de salida. En la gráfica de la Figura 9.2g se muestra la tensión de salida normalizada en función de la frecuencia de conmutación, con el parámetro $r = R_L/Z_o$. La tensión de salida es menor que la tensión de entrada, como sucedía en el convertidor reductor del Capítulo 6.

Ejemplo 9.2. Convertidor de conmutación resonante: conmutación a tensión cero

En el circuito de la Figura 9.2a,

$$V_s = 20 \text{ V}$$
$$L_r = 1 \ \mu\text{H}$$
$$C_r = 0{,}047 \ \mu\text{F}$$
$$I_o = 5 \text{ A}$$

(a) Calcule una frecuencia de conmutación tal que la tensión de salida sea de 10 V. (b) Calcule la tensión de pico en D_S cuando se halla polarizado en inversa.

Solución. **(a)** A partir de los parámetros del circuito,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(10)^{-6}(0{,}047)(10)^{-6}}} = 4{,}61(10)^6 \text{ rad/s}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_r}{C_r}} = \sqrt{\frac{(10)^{-6}}{0{,}047(10)^{-6}}} = 4{,}61 \ \Omega$$

Usando la Ecuación 9.24 para despejar t_1,

$$t_1 = \frac{V_s C_r}{I_o} = \frac{(20)(0{,}047)(10)^{-6}}{5} = 0{,}188 \ \mu\text{s}.$$

A partir de la Ecuación 9.36,

$$t_2 = \frac{1}{\omega_0}\left[\text{sen}^{-1}\left(\frac{V_s}{I_o\sqrt{L_r/C_r}}\right) + \pi\right] + t_1$$

$$= \frac{1}{4{,}61(10)^6}\left[\text{sen}^{-1}\left(\frac{10}{(5)(4{,}61)}\right) + \pi\right] + 0{,}188 \ \mu\text{s} = 1{,}10 \ \mu\text{s}.$$

A partir de la Ecuación 9.39,

$$t_3 = \left(\frac{L_r I_o}{V_s}\right)[1 - \cos\omega_0(t_2 - t_1)] + t_2$$

$$= \left(\frac{10^6(5)}{20}\right)\{1 - \cos[(4{,}61)(10)^6(1{,}10 - 0{,}188)(10)^{-6}]\} + 1{,}10 \ \mu\text{s} = 1{,}47 \ \mu\text{s}.$$

La Ecuación 9.44 se utiliza para calcular la frecuencia de conmutación adecuada.

$$V_o = V_s\left[1 - f_s\left(t_3 - \frac{t_1}{2}\right)\right]$$

$$10 = 20\left[1 - f_s\left(1{,}47 - \frac{0{,}188}{2}\right)(10)^{-6}\right]$$

$$f_s = 363 \text{ kHz}.$$

(b) La tensión inversa de pico en D_S es igual a la tensión de pico del condensador. A partir de la Ecuación 9.25,

$$V_{D_S,\,\text{pico}} = V_{C,\,\text{pico}} = V_s + I_o\sqrt{\frac{L_r}{C_r}} = 20 + (5)(4{,}61) = 43 \text{ V}.$$

9.4. EL INVERSOR RESONANTE SERIE

El inversor resonante serie (convertidor de continua a alterna) de la Figura 9.3a es una aplicación de los convertidores resonantes. En un inversor resonante serie, se conectan un condensador y una inductancia en serie con una resistencia de carga. Los interruptores producen una tensión de onda cuadrada, y se elige una combinación de inductancia y condensador tal que la frecuencia de resonancia sea igual a la frecuencia de conmutación.

Comenzamos el análisis considerando la respuesta en frecuencia del circuito R-L-C de la Figura 9.3b. Las amplitudes de las tensiones de entrada y salida se relacionan así:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{\omega L}{R} - \dfrac{1}{\omega RC}\right)^2}}. \tag{9.45}$$

La resonancia ocurre a la frecuencia

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{9.46}$$

o

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \tag{9.47}$$

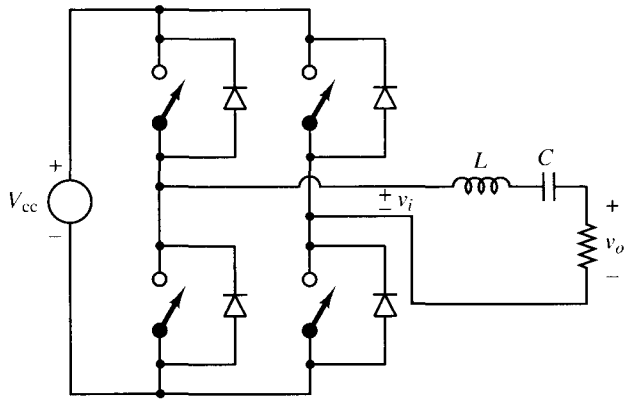
En resonancia, las impedancias de la bobina y la capacidad se cancelan, y la carga aparece como una resistencia. Si la salida del puente es una onda cuadrada a frecuencia f_o, la combinación L-C actúa como un filtro, dejando pasar la frecuencia fundamental y atenuando los armónicos. Si se eliminan eficazmente el tercer armónico y superiores de la salida del puente de onda cuadrada, la tensión en la resistencia de carga es básicamente una onda sinusoidal con la frecuencia fundamental de la onda cuadrada.

La amplitud de la frecuencia fundamental de una tensión de onda cuadrada de $\pm V_{cc}$ es

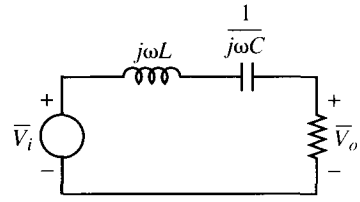
$$V_1 = \frac{4V_{cc}}{\pi}. \tag{9.48}$$

La respuesta en frecuencia del filtro se podría expresar en términos de ancho de banda, que también se puede caracterizar mediante el factor de calidad Q:

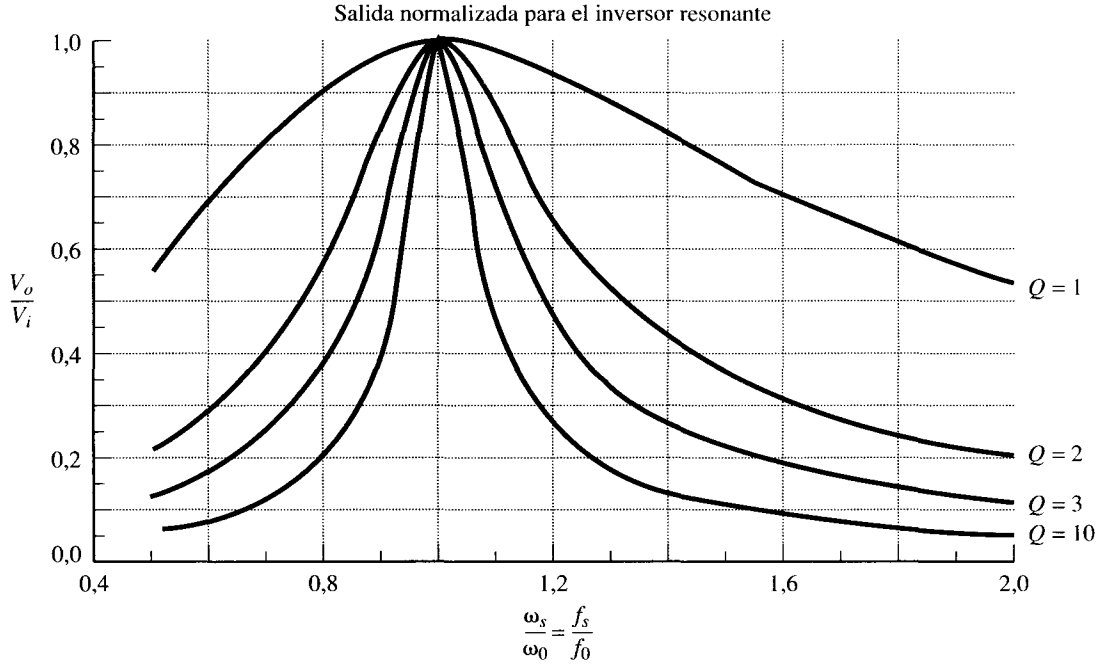
$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}. \tag{9.49}$$



(a)



(b)



(c)

Figura 9.3. (a) Inversor resonante serie. (b) Equivalente en términos de fasores de un circuito R-L-C en serie. (c) Respuesta en frecuencia normalizada.

La Ecuación 9.45 se puede expresar en términos de ω_0 y Q:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}. \tag{9.50}$$

En la Figura 9.3c se muestra la respuesta en frecuencia normalizada, con Q como parámetro. La DAT (como se definió en el Capítulo 2) de la tensión en la resistencia de carga se reduce aumentando la Q del filtro. Al aumentar la inductancia y disminuir la capacidad se incrementa Q.

Pérdidas de conmutación

Una característica importante del inversor resonante es que las pérdidas de conmutación se reducen respecto a las de los inversores estudiados en el Capítulo 8. Si la conmutación ocurre a la frecuencia de resonancia y la Q del circuito es elevada, los interruptores funcionan cuando la corriente de la carga es cero o casi cero. Esto tiene gran importancia, porque la potencia absorbida por los interruptores es menor que en el inversor no resonante.

Control de amplitud

Si la frecuencia de la tensión de la carga no es crítica, la amplitud de la frecuencia fundamental en la resistencia de carga se puede controlar desviando la frecuencia de conmutación con respecto a la de resonancia. La potencia absorbida por la resistencia de carga está controlada de esta forma por la frecuencia de conmutación. Una aplicación es la calefacción por inducción. Cuando se esté controlando la entrada, resulta preferible variar la frecuencia de conmutación por encima de la de resonancia y no por debajo. Las frecuencias de conmutación más elevadas desplazan hacia arriba los armónicos de la onda cuadrada, aumentando la efectividad del filtro a la hora de eliminarlos. Y, a la inversa, al disminuir la frecuencia por debajo de la de resonancia, se desplazan los armónicos, particularmente el tercero, acercándose a la frecuencia de resonancia y aumentando sus amplitudes de salida.

Ejemplo 9.3. Un inversor resonante

Una carga resistiva de 10 Ω requiere una tensión sinusoidal de 1.000 Hz, 50 V. La DAT de la tensión de la carga no debe ser mayor del 5 %. Tenemos a nuestra disposición una fuente ajustable de continua. (a) Diseñar un inversor para esta aplicación. (b) Calcular la tensión máxima en el condensador. (c) Verificar el diseño con una simulación en PSpice.

Solución. **(a)** El puente convertidor de onda completa de la Figura 9.3a con una conmutación de onda cuadrada de 1.000 Hz y un filtro serie resonante L-C es el elegido para este diseño. La amplitud de una tensión sinusoidal de 50 V rms es de $\sqrt{2}(50) = 70$ V. La tensión de continua de entrada se calcula a partir de la Ecuación 9.48:

$$70{,}7 = \frac{4V_{cc}}{\pi}$$

$$V_{cc} = 55{,}5 \text{ V}.$$

La frecuencia de resonancia del filtro debe ser de 1.000 Hz, lo que determina el producto L-C. Se utilizan la Q del filtro y el límite de la DAT para determinar los valores de L y C. El tercer armónico de la onda cuadrada es el mayor y será el menos atenuado por el filtro. Estimando la DAT a partir del tercer armónico:

$$\text{DAT} = \frac{\sqrt{\sum_{n \neq 1} V_n^2}}{V_1} \approx \frac{V_3}{V_1} \tag{9.51}$$

donde V_1 y V_3 son las amplitudes de la frecuencia fundamental y del tercer armónico en la carga. Utilizando la anterior aproximación, la amplitud del tercer armónico de la tensión de carga debe ser como mucho

$$V_3 < (\text{DAT})V_1 = (0{,}05)(70{,}7) = 3{,}54 \text{ V}.$$

Para la onda cuadrada, $V_3 = V_1/3 = 70{,}7/3$. Usando la Ecuación 9.50, se calcula Q dividiendo el valor de salida del tercer armónico entre la entrada correspondiente al tercer armónico, 70,7/3, para $\omega = 3\omega_0$:

$$\frac{V_{o,3}}{V_{i,3}} = \frac{3{,}54}{70{,}7/3} = \sqrt{\frac{1}{1 + Q^2\left(\dfrac{3\omega_0}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{3\omega_0}\right)^2}}.$$

Despejando Q en la ecuación anterior nos da una $Q = 2{,}47$. Usando la Ecuación 9.49,

$$L = \frac{QR}{\omega_0} = \frac{(2{,}47)(10)}{2\pi 1.000} = 3{,}93 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{Q\omega_0 R} = \frac{1}{(2{,}47)(2\pi 1.000)(10)} = 6{,}44 \ \mu\text{F}.$$

La potencia entregada a la resistencia de carga a la frecuencia fundamental es $V_{\text{rms}}^2/R = 50^2/10 = 250$ W. La potencia entregada a la carga para el tercer armónico es $(2{,}5^2)/10 = 0{,}63$ W, lo que muestra que la potencia para las frecuencias armónicas es despreciable.

(b) La tensión en el condensador se calcula mediante un análisis de fasores a la frecuencia fundamental:

$$V_C = \left|\frac{I}{j\omega_0 C}\right| = \frac{V_1/R}{\omega_0 C} = \frac{70{,}7/10}{(2\pi 1.000)6{,}44(10^{-6})} = 175 \text{ V}.$$

En resonancia, la bobina tiene la misma impedancia que el condensador, por lo que su tensión es también de 175 V. Las tensiones de la bobina y el condensador serían mayores si se aumentara Q. Observe que estas tensiones son mayores que las tensiones de entrada y del generador.

(c) Un método para realizar una simulación con PSpice es utilizar una tensión de onda cuadrada como entrada al circuito R-L-C. Esto supone que la conmutación es ideal, pero es un buen punto de comienzo para verificar que el diseño cumple con las especificaciones. A continuación se muestra un archivo de entrada de PSpice para este circuito:

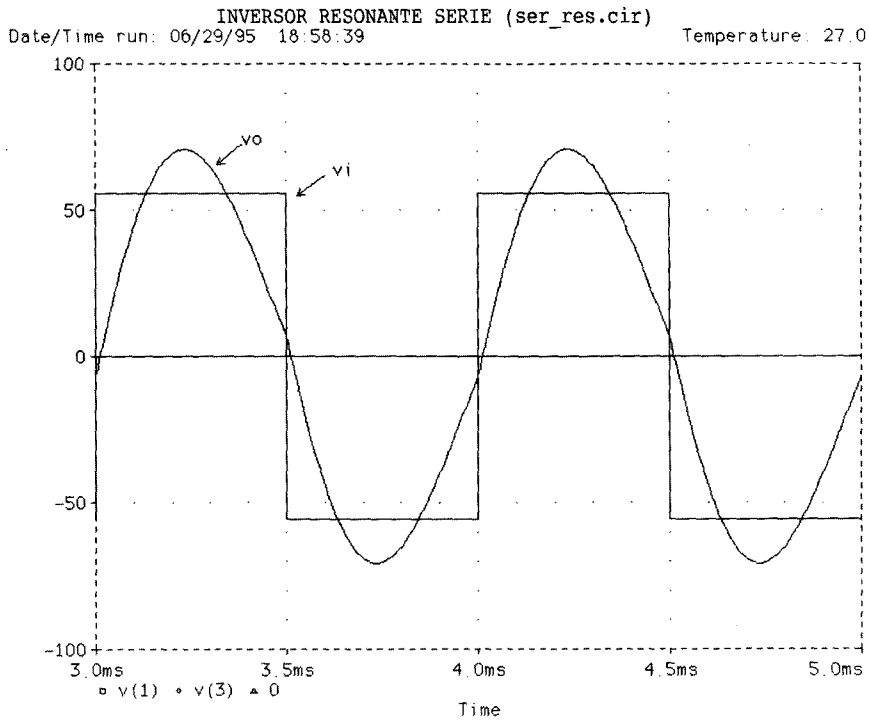
```
INVERSOR RESONANTE SERIE (ser_res.cir)
*SE USA UNA ONDA CUADRADA PARA SIMULAR LA CONMUTACIÓN
.PARAM FS=1000
.PARAM VDC=55.5
.PARAM R=10
.PARAM L=3.93MH
.PARAM C=6.44UF
VSQUARE 1 0 PULSE({-VDC} {VDC} 0 1NS 1NS {.5/FS} {1/FS})
*CARGA:
L 1 2 {L} IC=0
C 2 3 {C} IC=-175
R 3 0 {R}
*INSTRUCCIONES DE CONTROL:
.PROBE
.TRAN.01MS 5MS 3MS.01MS UIC
.FOUR 1000 V(1) V(3)
.OPTIONS NOPAGE
.END
```

La condición inicial de la tensión del condensador se obtiene a partir del resultado del apartado (b). La salida comienza tras tres periodos (3 ms) para permitir que se alcancen las condiciones de régimen permanente. En la Figura 9.4a se ofrece la salida de Probe que muestra las tensiones de entrada y salida, y en la Figura 9.4b se muestra un análisis de Fourier de Probe. Las amplitudes de la frecuencia fundamental y el tercer armónico son como las pronosticadas en el apartado (a). El análisis de Fourier para la tensión de salida es como sigue:

```
COMPONENTES DE FOURIER DE LA RESPUESTA TRANSITORIA V(3)
  COMPONENTE CC = 2.410185E-03
ARMÓNICO  FRECUENCIA  COMPONENTE  COMPONENTE      FASE      FASE (GRADOS)
  N.°        (HZ)     DE FOURIER  NORMALIZADA  (GRADO S)   NORMALIZADA
    1    1.000E+03   7.071E+01   1.000E+00   4.466E-02    0.000E+00
    2    2.000E+03   6.614E-03   9.353E-05   5.130E+00    5.085E+00
    3    3.000E+03   3.545E+00   5.013E-02  -8.134E+01   -8.138E+01
    4    4.000E+03   2.673E-03   3.780E-05   6.547E+00    6.503E+00
    5    5.000E+03   1.197E+00   1.693E-02  -8.512E+01   -8.517E+01
    6    6.000E+03   1.723E-03   2.437E-05   1.013E+01    1.008E+01
    7    7.000E+03   6.041E-01   8.543E-03  -8.654E+01   -8.658E+01
    8    8.000E+03   1.277E-03   1.806E-05   1.372E+01    1.368E+01
    9    9.000E+03   3.664E-01   5.182E-03  -8.729E+01   -8.733E+01

 DISTORSIÓN ARMÓNICA TOTAL = 5.384561E+00 POR CIENTO
```

El archivo de salida muestra que la DAT es del 5,38 %, ligeramente mayor que la especificación del 5 %. En el diseño se despreciaron las frecuencias mayores que el tercer armónico, y éstas tienen un pequeño efecto en la DAT. Un ligero aumento en L y la correspondiente disminución en C incrementarían la Q del circuito y reducirían la DAT para compensar el efecto de la aproximación. Observe que la forma de onda de la corriente tiene la misma forma que V(3) en la Figura 9.4a, y que la conmutación ocurre cuando la corriente está próxima a cero.



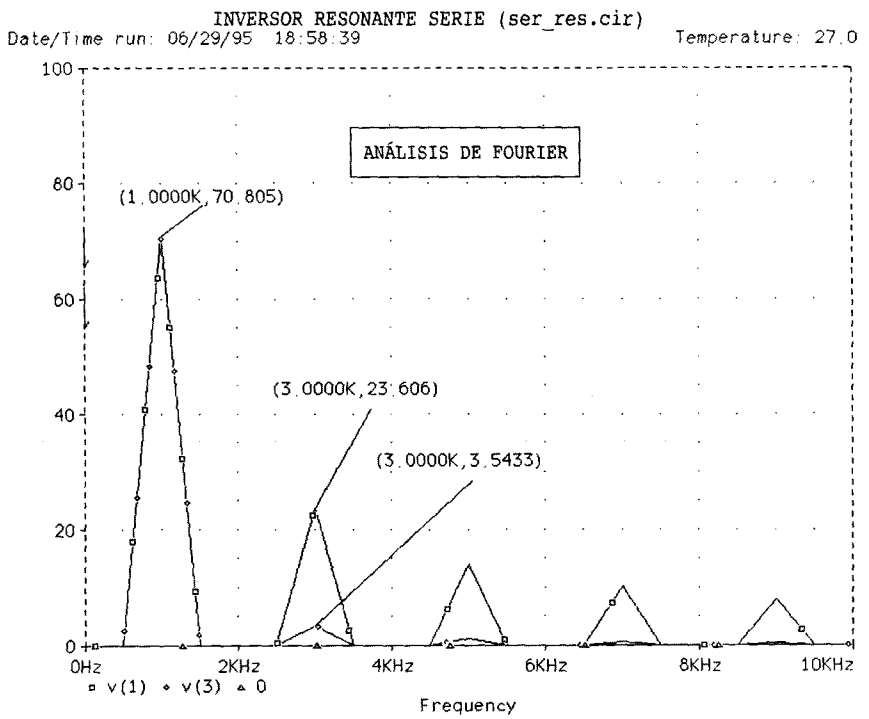


Figura 9.4. Salida de PSpice para el Ejemplo 9.3: tensiones de entrada y salida con análisis de Fourier.

9.5. CONVERTIDOR CC-CC RESONANTE SERIE

Funcionamiento básico

El límite superior de la frecuencia de conmutación en los convertidores CC-CC de los Capítulos 6 y 7 se debe principalmente a las pérdidas de conmutación, que aumentan con la frecuencia. Una manera de usar la resonancia para reducir las pérdidas de conmutación en convertidores CC-CC es comenzar con un inversor resonante para producir una señal de alterna y luego rectificar la salida para obtener una tensión de continua. La Figura 9.5a muestra un puente inversor de media onda con un rectificador de onda completa y un condensador de filtro de salida en paralelo con la resistencia de carga R_L. Los dos condensadores de entrada son grandes y sirven para dividir la tensión de la fuente. Los condensadores de entrada no forman parte del circuito resonante. El funcionamiento básico del circuito consiste en utilizar los interruptores para producir una tensión con forma de onda cuadrada en v_a. La combinación en serie de L_r y C_r forma un filtro para la corriente i_L. La corriente i_L oscila, y es rectificada y filtrada para producir una tensión de salida de continua. El funcionamiento del convertidor depende de la relación entre la frecuencia de conmutación y la frecuencia de resonancia del filtro.

Funcionamiento para $\omega_s > \omega_0$

Para el primer análisis, suponga que la frecuencia de conmutación (ω_s) es ligeramente mayor que la frecuencia de resonancia (ω_0) de la combinación en serie L-C. Si la frecuencia de conmutación está cerca de la frecuencia de resonancia del filtro L-C, i_L es aproximadamente sinusoidal, con una frecuencia igual a la frecuencia de conmutación.

La Figura 9.5b muestra la tensión de entrada con forma de onda cuadrada v_a, la corriente i_L, la corriente del interruptor i_{S_1} y la entrada al puente rectificador v_b. La corriente en los interruptores empieza a fluir a tensión cero, para eliminar las pérdidas de entrada en conducción, pero los interruptores son apagados cuando la corriente no es cero, por lo que pueden existir pérdidas de apagado. Sin embargo, se podrían situar condensadores en paralelo con los interruptores para que actuaran como elementos de protección sin pérdidas (véase el Capítulo 10), evitando así las pérdidas de apagado.

El convertidor resonante CC-CC se analiza considerando la frecuencia fundamental de las series de Fourier para las tensiones y las corrientes. La tensión de entrada del filtro, v_a, es una onda cuadrada de $\pm V_s/2$. Si se supone que la tensión de salida es constante y de valor V_o, entonces la tensión de entrada al puente, v_b, es V_o cuando i_L es positiva, y es $-V_o$ cuando i_L es negativa, debido a la condición en la que se encuentran los diodos del rectificador en cada uno de estos casos. Las amplitudes de las frecuencias fundamentales de las ondas cuadradas v_a y v_b son

$$V_{a_1} = \frac{4\left(\frac{V_s}{2}\right)}{\pi} = \frac{2V_s}{\pi} \tag{9.52}$$

$$V_{b_1} = \frac{4V_o}{\pi}. \tag{9.53}$$

La corriente a la salida del puente, i_b, es una versión de i_L con rectificación de onda completa.

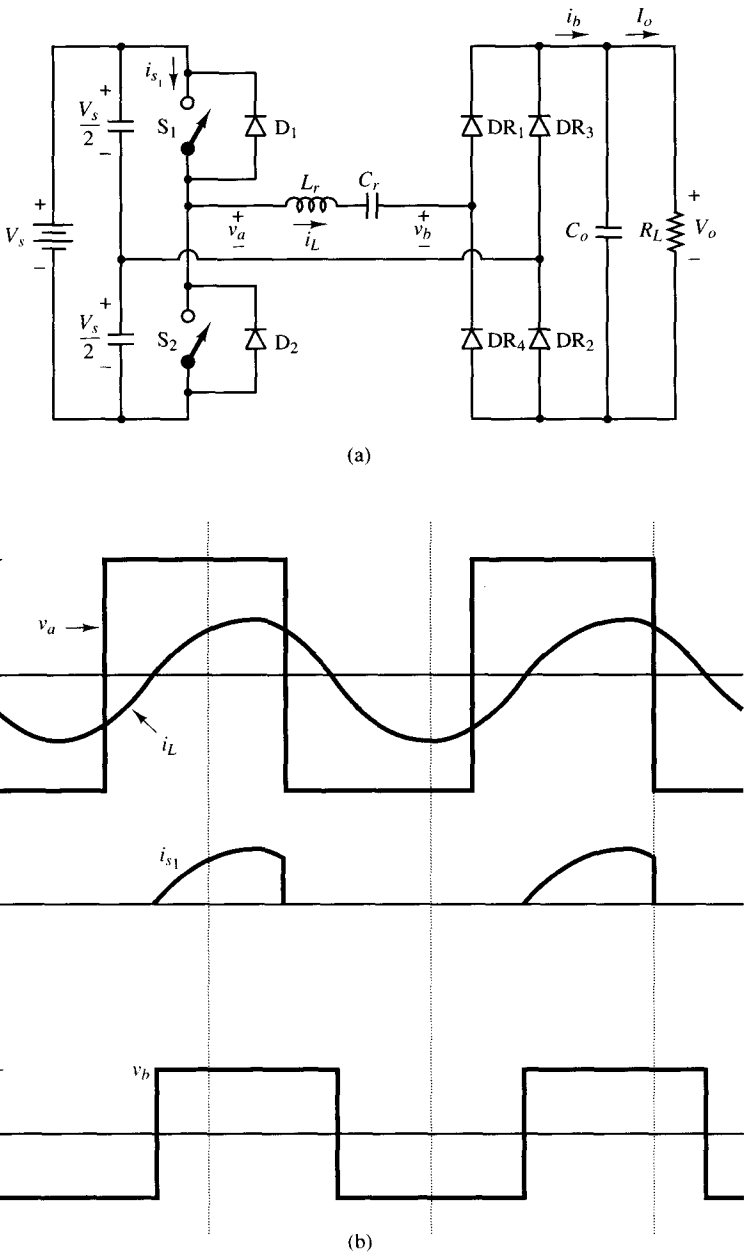
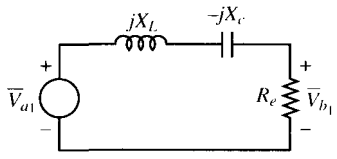


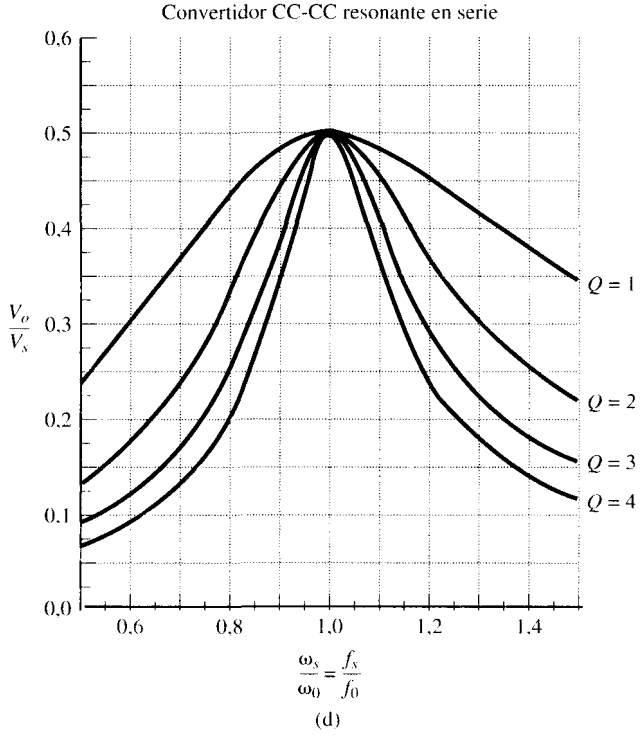
Figura 9.5. (a) Convertidor CC-CC resonante en serie utilizando un inversor en medio-puente. (b) Formas de onda de la corriente y la tensión para $\omega_s > \omega_0$. (c) Circuito de alterna equivalente para un convertidor CC-CC resonante en serie. (d) Respuesta en frecuencia normalizada.

El valor medio de i_b es la corriente de salida I_o. Si i_L se aproxima mediante una onda sinusoidal de amplitud I_{L_1}, el valor medio de i_b es

$$I_b = I_o = \frac{2I_{L_1}}{\pi}. \tag{9.54}$$



(c)



(d)

Figura 9.5. Continuación.

La relación entre la entrada y la salida puede aproximarse mediante análisis del circuito de alterna usando las frecuencias fundamentales de las formas de onda de la corriente y la tensión. La Figura 9.5c muestra el circuito de alterna equivalente. La tensión de entrada es la componente fundamental de la onda cuadrada de entrada, y las impedancias son impedancias de alterna para la frecuencia ω_s de la tensión de entrada. El valor de la resistencia de salida en este circuito equivalente se basa en la relación entre la tensión y la corriente de salida. Usando las Ecuaciones 9.53 y 9.54,

$$R_e = \frac{V_{b_1}}{I_{L_1}} = \frac{\left(\frac{4V_o}{\pi}\right)}{\left(\frac{\pi I_o}{2}\right)} = \left(\frac{8}{\pi^2}\right)\left(\frac{V_o}{I_o}\right) = \left(\frac{8}{\pi^2}\right)R_L. \tag{9.55}$$

La relación entre la entrada y la salida se determina mediante el análisis de fasores de la Figura 9.5c:

$$\frac{V_{b_1}}{V_{a_1}} = \frac{\left(\frac{4V_o}{\pi}\right)}{\left(\frac{2V_s}{\pi}\right)} = \left|\frac{R_e}{R_e + j(X_L - X_C)}\right| \tag{9.56}$$

o

$$\boxed{V_o = \frac{V_s}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_L - X_C}{R_e}\right)^2}}\right)} \tag{9.57}$$

donde las reactancias X_L y X_C son

$$X_L = \omega_s L_r \tag{9.58}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega_s C_r}. \tag{9.59}$$

Las reactancias X_L y X_C dependen de la frecuencia de conmutación ω_s. Por tanto, la tensión de salida se puede controlar cambiando la frecuencia de conmutación del convertidor. La sensibilidad de la salida a la frecuencia de conmutación depende de los valores de L_r y C_r. Si definimos Q como

$$Q = \frac{\omega_0 L_r}{R_L}, \tag{9.60}$$

la Figura 9.5d muestra V_o/V_s con Q como parámetro. Las curvas son más exactas por encima de la resonancia, porque i_L tiene una calidad sinusoidal mayor para esas frecuencias. Recuerde que las curvas se basan en la aproximación de que la corriente es sinusoidal, a pesar de que la tensión de excitación tiene una forma de onda cuadrada.

Ejemplo 9.4. Convertidor CC-CC resonante en serie

Para el convertidor CC-CC de la Figura 9.5a,

$$V_s = 100 \text{ V}$$
$$L_r = 30\ \mu\text{H}$$
$$C_r = 0{,}08\ \mu\text{F}$$
$$R_L = 10 \text{ W}$$
$$f_s = 120 \text{ kHz}.$$

Calcule la tensión de salida del convertidor. Verifique el resultado mediante una simulación con PSpice.

Solución. La frecuencia de resonancia del filtro es

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_r C_r}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{30(10)^{-6}0{,}08(10)^{-6}}} = 102{,}7 \text{ kHz}.$$

La frecuencia de conmutación es mayor que la de resonancia, y se utiliza el circuito equivalente de la Figura 9.5c para calcular la tensión de salida. Por la Ecuación 9.55, la resistencia equivalente es

$$R_e = \frac{8}{\pi^2} R_L = \frac{8}{\pi^2} 10 = 8{,}11\ \Omega.$$

Las reactancias inductiva y capacitiva son

$$X_L = \omega_s L_r = 2\pi(120.000)(30)(10)^{-6} = 22{,}6\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega_s C_r} = \frac{1}{2\pi(120.000)(0{,}08)(10)^{-6}} = 16{,}6\ \Omega$$

Usando la Ecuación 9.57, la tensión de salida es

$$V_o = \frac{V_s}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_L - X_C}{R_e}\right)^2}}\right) = \frac{100}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{22{,}6 - 16{,}6}{8{,}11}\right)^2}}\right) = 40{,}1\ \text{V}.$$

También podríamos aproximar la salida a partir de la gráfica de la Figura 9.5d. El valor de Q dado por la Ecuación 9.60 es

$$Q = \frac{\omega_0 L_r}{R_L} = \frac{2\pi(102{,}7)(10)^3 30(10)^{-6}}{10} = 1{,}94.$$

La frecuencia de conmutación normalizada es

$$\frac{f_s}{f_0} = \frac{120\ \text{kHz}}{102{,}7\ \text{kHz}} = 1{,}17.$$

La salida normalizada se obtiene a partir de la Figura 9.5d y es aproximadamente 0,4, lo que hace que la tensión de salida sea $(0{,}4)(100V) = 40$ V.

La simulación de este circuito podría incluir varios niveles de detalle. La más simple presupone que la conmutación tiene lugar de forma correcta, y que existe una onda cuadrada a la entrada del filtro. Se modela entonces la fuente como una onda cuadrada de $\pm V_s/2$ sin incluir ningún detalle de los interruptores, como se hizo en el Ejemplo 9.3.

Aquí, se utilizan un interruptor controlado por tensión y un diodo para implementar cada interruptor, con el fin de poder observar las tensiones y corrientes de conmutación. A continuación se incluye un archivo de entrada de PSpice que utiliza interruptores controlados por tensión:

```
CONVERTIDOR CC-CC RESONANTE SERIE (sresdc.cir)

.PARAM F=120K
.PARAM CR=.08uF
.PARAM LR=30uH
.PARAM RL=10
.PARAM CO=100UF
.PARAM VS=100
.PARAM TRF=10NS
VS1 1 2 DC {VS/2}
VS2 2 0 DC {VS/2}
```

```
*INTERRUPTORES      (unidireccionales)
S1 1 13 20 0 SMOD
DS1 13 3 DMOD
S2 3 12 10 0 SMOD
DS2 12 0 DMOD
VCONTROL 10 0 PULSE(-2 2 0 {TRF} {TRF} {.5/F} {1/F})
VCONT2 20 0 PULSE(2 -2 0 {TRF} {TRF} {.5/F} {1/F})

*DIODOS DE REALIMENTACIÓN:
D2 0 3 DMOD
D1 3 1 DMOD

*LC RESONANTE
LR 3 4 {LR} IC = -4
CR 4 5 {CR} IC = -80

* DIODOS RECTIFICADORES
DR1 5 6 DMOD
DR2 7 2 DMOD
DR3 2 6 DMOD
DR4 7 5 DMOD
c1 5 6 1n     ;los condensadores pequeños ayudan a la convergencia
c2 7 2 1n
c3 2 6 1n
c4 7 5 1n

*CARGA
RL 6 7 {RL}
CO 6 7 {CO} IC =  40

*MODELOS:
.MODEL DMOD D(N = 1E-2)       ;diodos idealizados
.MODEL SMOD VSWITCH(RON =.01)
*INSTRUCCIONES DE CONTROL:
.PROBE
.TRAN 0.05MS.1MS UIC
.OPTIONS NOPAGE reltol =.0001
.END
```

La condición inicial de 40 V para la tensión de salida del condensador proviene del análisis anterior. Las posibles dificultades de convergencia se pueden superar probando varias condiciones iniciales para la corriente en L_r y la tensión en C_r. Deberá ejecutar el análisis de transitorios durante varios periodos de conmutación para alcanzar las condiciones de régimen permanente.

La Figura 9.6 muestra la corriente en L_r, la tensión en C_r y la tensión de salida . Observe que la corriente de pico de la inductancia es de aproximadamente 5.8 A, la tensión de pico del condensador es de 101 V y la salida es de aproximadamente 40 V. La simulación permite verificar la solución analítica anterior. Las corrientes de conmutación también podrían analizarse a partir de esta simulación.

Ejemplo 9.5. Convertidor CC-CC resonante serie

Para el convertidor CC-CC resonante serie de la Figura 9.5a, la tensión de la fuente de continua es de 75 V. La tensión deseada de salida es 25 V, y la frecuencia de conmutación deseada es 100 kHz. La resistencia de carga R_L es de 10 Ω. Calcule L_r y C_r.

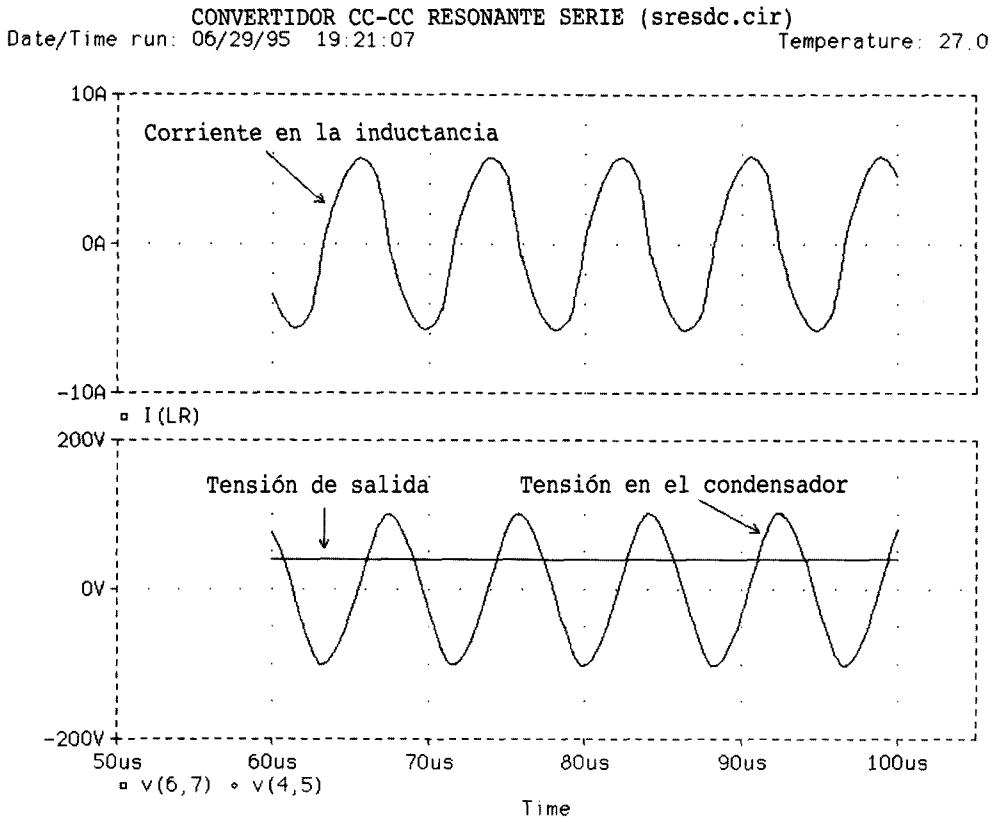


Figura 9.6. Salida de PSpice para el Ejemplo 9.4.

Solución. Elegimos una frecuencia de resonancia ω_0 que sea menor que la frecuencia de conmutación deseada ω_s. Haciendo que $\omega_s/\omega_0 = 1{,}2$:

$$\omega_0 = \frac{\omega_s}{1{,}2} = \frac{2\pi f_s}{1{,}2} = \frac{2\pi 10^5}{1{,}2} = 524(10)^3 \text{ rad/s}.$$

Partiendo de la gráfica de la Figura 9.5d con $V_o/V_s = 25/75 = 0{,}33$ y $\omega_s/\omega_0 = 1{,}2$, el factor Q requerido es de aproximadamente 2,5. Partiendo de la Ecuación 9.60,

$$L_r = \frac{QR_L}{\omega_0} = \frac{(2{,}5)(10)}{524(10)^3} = 47{,}7\ \mu\text{H}$$

y

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}} \quad \Rightarrow \quad C_r = \frac{1}{\omega_0^2 L_r} = \frac{1}{(524(10)^3 47{,}7(10)^{-6}} = 0{,}0764\ \mu\text{F}.$$

Funcionamiento para $\omega_2/2 < \omega_s < \omega_0$

El convertidor CC-CC resonante serie con una frecuencia de conmutación menor que la de resonancia pero mayor que $\omega_0/2$ tiene una forma de onda para la corriente i_L como la que se

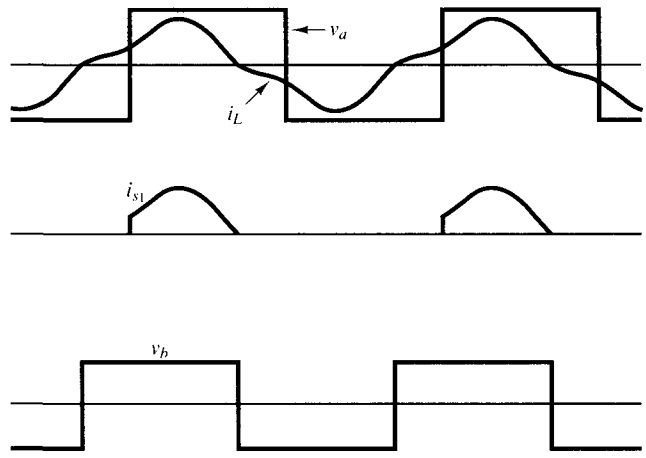


Figura 9.7. Formas de onda de corriente y tensión para el convertidor CC-CC resonante serie, $\omega_0/2 < \omega_s < \omega_0$.

muestra en la Figura 9.7. Los interruptores entran en conducción con tensión y corriente positivas, lo que se traduce en pérdidas de conmutación en el encendido. Los interruptores son apagados con corriente cero, por lo que no existen pérdidas de apagado. Además, como los interruptores son apagados con corriente cero, podrían utilizarse dispositivos SCR si la frecuencia de conmutación fuera pequeña. Se realiza el análisis usando la misma técnica que para $\omega_s > \omega_0$, pero el contenido armónico de la forma de onda de la corriente es ahora mayor y la aproximación sinusoidal no es tan exacta.

Funcionamiento para $\omega_s < \omega_0/2$

Con esta frecuencia de conmutación, la corriente en el circuito en serie L-C es como se muestra en la Figura 9.8. Cuando S_1 en la Figura 9.5a empieza a conducir, i_L se hace positiva y oscila a frecuencia ω_0. Cuando la corriente llega a cero en el instante t_1 y se hace negativa, el diodo D_1 deja pasar la corriente negativa. Cuando la corriente llega de nuevo a cero en el instante t_2, S_1 está abierto y la corriente sigue siendo cero hasta que S_2 entra en conducción para $T/2$. La forma de onda de la corriente para el segundo semiperiodo es la inversa de la del primero.

Los interruptores se abren y se cierran a corriente cero, lo que no da ninguna pérdida de conmutación. Como los interruptores se apagan a corriente cero, se podrían utilizar dispositivos SCR en aplicaciones de baja frecuencia.

La corriente en la combinación serie L-C es discontinua en este modo de funcionamiento. En los dos modos de funcionamiento previamente descritos, la corriente es permanente. Como la media de la corriente rectificada de la bobina debe ser igual a la corriente de carga, la corriente en la rama L-C tendrá un gran valor de pico.

La simulación en PSpice para corriente discontinua debe incluir modelos de interruptores unidireccionales, ya que la tensión a la entrada del circuito no es una onda cuadrada.

Variantes del convertidor CC-CC resonante serie

El convertidor CC-CC resonante serie se puede implementar utilizando variaciones de la topología básica de la Figura 9.5a. El condensador C_r puede ser incorporado a los condensadores

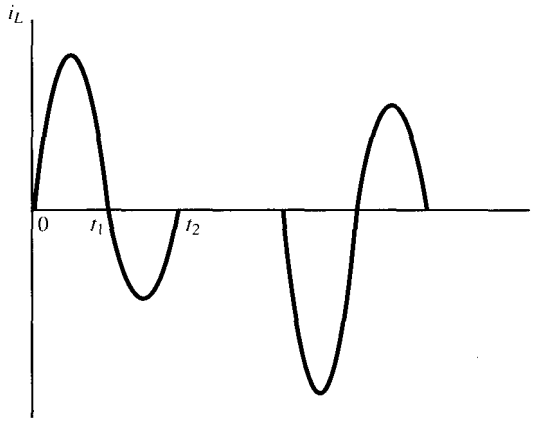


Figura 9.8. Forma de onda de corriente para el convertidor CC-CC resonante serie, $\omega_s < \omega_0/2$.

divisores de tensión en el medio-puente, teniendo cada uno el valor $C_r/2$. Se puede incluir un transformador de aislamiento como parte del rectificador de onda completa de la salida. La Figura 9.9 muestra una implementación alternativa del convertidor CC-CC resonante serie.

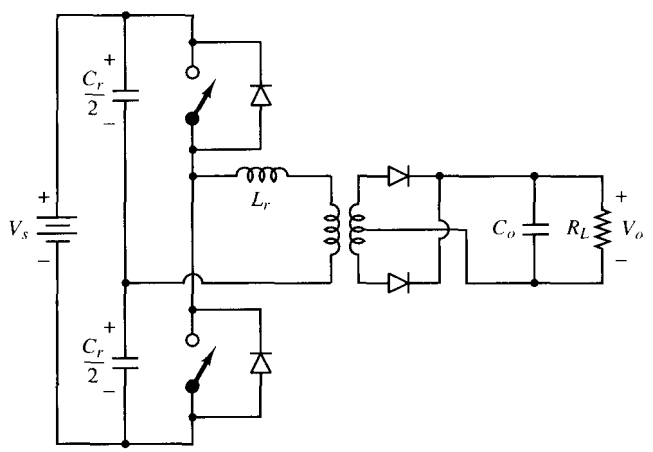


Figura 9.9. Implementación alternativa del convertidor CC-CC resonante serie.

9.6. CONVERTIDOR CC-CC RESONANTE PARALELO

El convertidor de la Figura 9.10a es un convertidor CC-CC paralelo. El condensador C_r se coloca en paralelo con el puente rectificador, en lugar de en serie. Una inductancia de filtro de salida L_o hace que haya esencialmente una corriente constante desde la salida del puente hacia la carga. La acción de conmutación hace que la tensión en bornas del condensador y a la entrada del puente oscile. Cuando la tensión del condensador es positiva, los diodos rectificadores DR_1 y DR_2 están polarizados en directa y dejan pasar una corriente I_o. Cuando la tensión del condensador es negativa, DR_3 y DR_4 están polarizados en directa y dejan pasar una corriente I_o. La corriente i_b a la entrada del puente es por tanto una corriente con forma de onda cuadrada, de

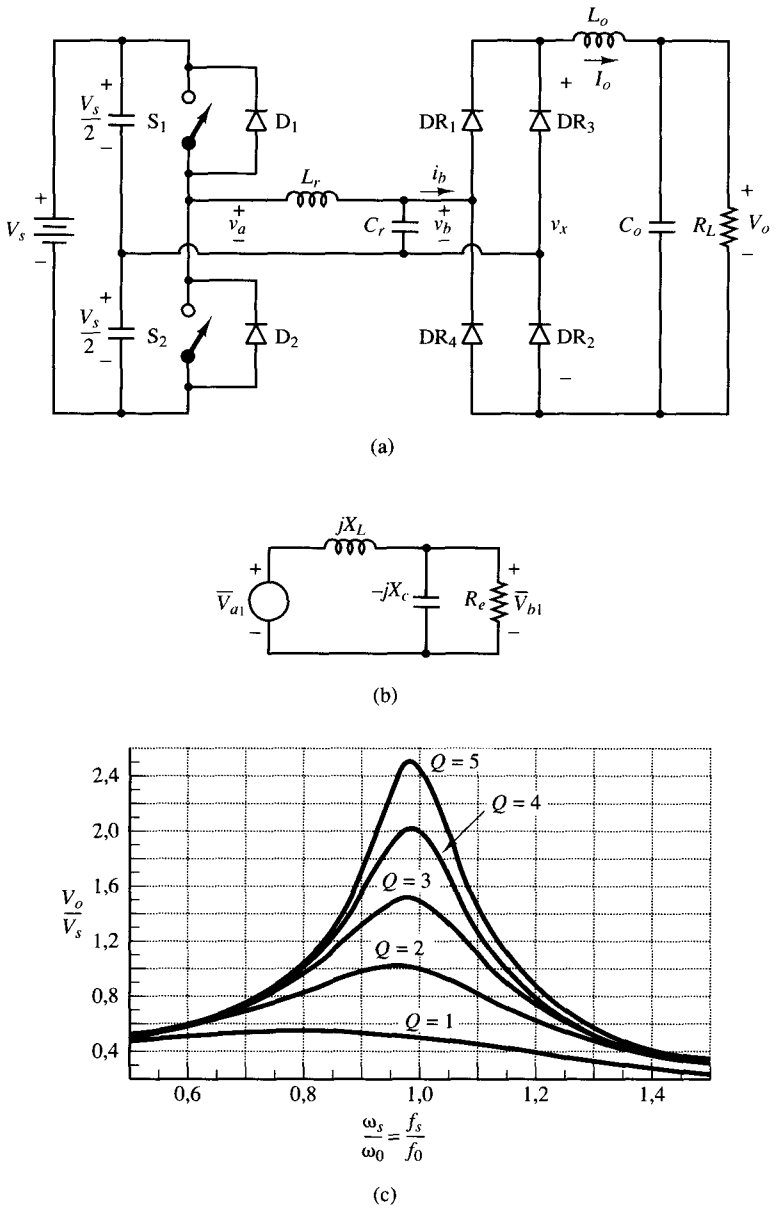


Figura 9.10. (a) Convertidor CC-CC resonante en paralelo. (b) Circuito de alterna equivalente para el convertidor CC-CC resonante en paralelo. (c) Respuesta en frecuencia normalizada.

valor $\pm I_o$. La tensión de salida del puente es la forma de onda de tensión v_b con rectificación de onda completa. La tensión media en bornas de la inductancia de salida L_o es cero, por lo que la tensión de salida es la media de la forma de onda rectificada de v_b.

El convertidor CC-CC en paralelo se puede analizar suponiendo que la tensión en el condensador C_r es sinusoidal, tomando sólo las frecuencias fundamentales de la tensión de entrada con forma de onda cuadrada y de la onda cuadrada de corriente que entra en el puente. El circuito de alterna equivalente se muestra en la Figura 9.10b. La resistencia equivalente de este

circuito es la relación entre la tensión del condensador y la frecuencia fundamental de la onda cuadrada de corriente. Suponiendo que la tensión del condensador es sinusoidal, la media de la onda sinusoidal rectificada a la salida del puente (v_x) es igual a V_o:

$$V_o = V_x = \frac{2V_{x_1}}{\pi} = \frac{2V_{b_1}}{\pi} \tag{9.61}$$

donde V_{b_1} es la amplitud de la frecuencia fundamental de v_b. La resistencia equivalente es entonces

$$R_e = \frac{V_{b_1}}{I_{b_1}} = \frac{V_o\pi/2}{4I_o/\pi} = \frac{\pi^2}{8}\left(\frac{V_o}{I_o}\right) = \frac{\pi^2}{8}R_L \tag{9.62}$$

donde I_{b_1} es la amplitud de la frecuencia fundamental de la onda cuadrada de corriente i_b.

Despejando la tensión de salida en el circuito de alterna mostrado en la Figura 9.10b,

$$\frac{V_{b_1}}{V_{a_1}} = \left|\frac{1}{1 - \dfrac{X_L}{X_C} + j\,\dfrac{X_L}{R_e}}\right|. \tag{9.63}$$

Como V_o es la media del valor rectificado de v_b,

$$V_{b_1} = \frac{V_o\pi}{2}. \tag{9.64}$$

V_{a_1} es la amplitud de la frecuencia fundamental de la onda cuadrada de entrada:

$$V_{a_1} = \frac{4\left(\dfrac{V_s}{2}\right)}{\pi}. \tag{9.65}$$

Combinando las Ecuaciones 9.64 y 9.65 con la Ecuación 9.63, la relación entre la salida y la entrada del convertidor es

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{4}{\pi^2}\left|\frac{1}{1 - \dfrac{X_L}{X_C} + j\,\dfrac{X_L}{R_e}}\right| \tag{9.66}$$

o

$$\boxed{V_o = \frac{4V_s}{\pi^2\sqrt{\left(1 - \dfrac{X_L}{X_C}\right)^2 + \left(\dfrac{X_L}{R_e}\right)^2}}}. \tag{9.67}$$

En la Figura 9.10c se muestra la gráfica de V_o/V_s con Q como parámetro, siendo Q:

$$Q = \frac{R_L}{\omega_0 L_r} \tag{9.68}$$

y

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}}. \tag{9.69}$$

Las curvas son más exactas para frecuencias de conmutación mayores que ω_0, a causa de la calidad sinusoidal de la tensión del condensador para estas frecuencias. Observe que la salida puede ser mayor que la entrada en el convertidor CC-CC resonante paralelo, mientras que está limitada a $V_s/2$ para el convertidor CC-CC resonante en serie.

Ejemplo 9.6. Convertidor CC-CC resonante paralelo

El circuito de la Figura 9.10a tiene los siguientes parámetros:

$$V_s = 100 \text{ V}$$
$$L_r = 8\ \mu\text{H}$$
$$C_r = 0{,}32\ \mu\text{F}$$
$$R_L = 10\ \Omega$$
$$f_s = 120 \text{ kHz}.$$

Determine la tensión de salida del convertidor. Suponga que los componentes del filtro de salida, L_o y C_o, producen una tensión y corriente de salida carentes de rizado.

Solución. A partir de los parámetros dados,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}} = \frac{1}{\sqrt{8(10)^{-6}0{,}32(10)^{-6}}} = 625 \text{ krad/s}$$

$$Q = \frac{R_L}{\omega_0 L_r} = \frac{10}{625(10)^3 8(10)^{-6}} = 2{,}0$$

$$\frac{\omega_s}{\omega_0} = \frac{2\pi(120 \text{ k})}{625 \text{ k}} = 1{,}21.$$

A partir de la gráfica de la Figura 9.10c se puede estimar que la salida normalizada es 0,6, lo que hace que la salida sea aproximadamente de 60 V. La tensión de salida también se puede obtener de la Ecuación 9.67. Las reactancias son

$$X_L = \omega_s L_r = 2\pi(120)(10)^3 8(10)^{-6} = 6{,}03\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega_s C_r} = \frac{1}{2\pi(120)(10)^3 0{,}32(10)^{-6}} = 4{,}14\ \Omega.$$

La resistencia equivalente es

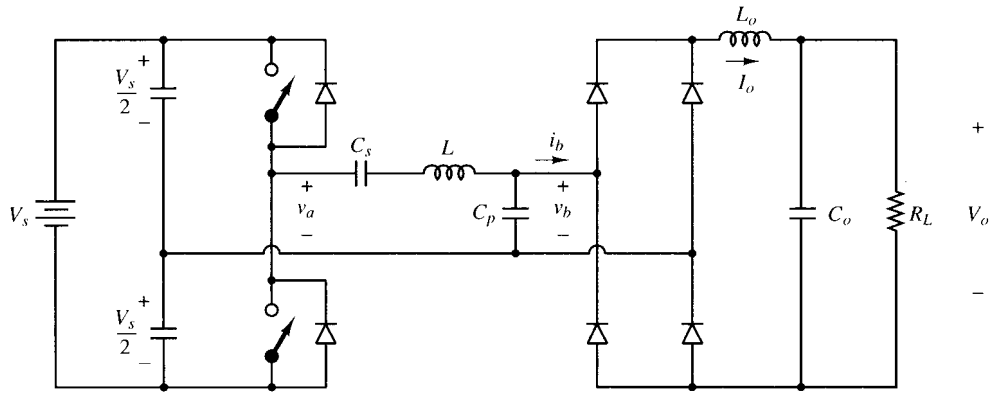
$$R_e = \frac{\pi^2}{8} R_L = \frac{\pi^2}{8} 10 = 12{,}3\ \Omega.$$

La Ecuación 9.67 para la tensión de salida se convierte en

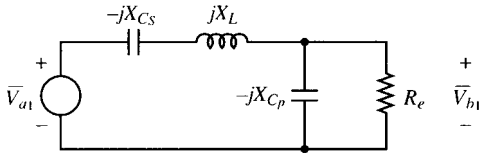
$$V_o = \frac{(4)(100)}{\pi^2 \sqrt{\left(1 - \frac{6{,}03}{4{,}14}\right)^2 + \left(\frac{6{,}03}{12{,}3}\right)^2}} = 60{,}7 \text{ V}.$$

9.7. CONVERTIDOR CC-CC SERIE-PARALELO

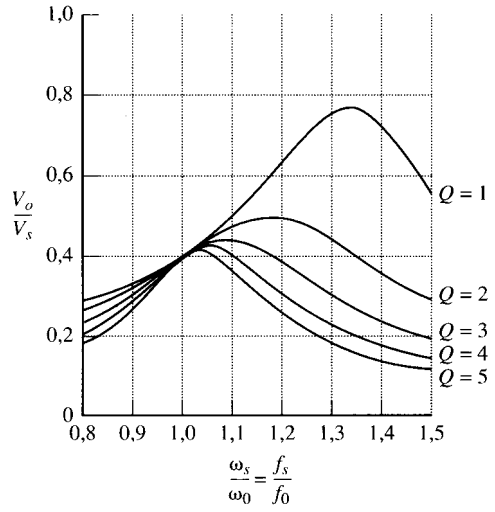
El convertidor CC-CC serie-paralelo de la Figura 9.11a tiene un condensador en serie y otro en paralelo. El análisis es similar al del convertidor paralelo estudiado previamente. Los interruptores producen una tensión con forma de onda cuadrada v_a, y la tensión v_b a la entrada del



(a)



(b)



(c)

Figura 9.11. (a) Convertidor CC-CC resonante serie-paralelo. (b) Circuito de alterna equivalente del convertidor CC-CC resonante serie-paralelo. (c) Respuesta en frecuencia normalizada para la tensión de salida.

rectificador es idealmente una onda sinusoidal a la frecuencia fundamental de la onda cuadrada de entrada. Se supone que la inductancia de salida L_o genera una corriente libre de rizado, lo que hace que la corriente de entrada i_b al puente rectificador sea una onda cuadrada.

La relación entre la entrada y la salida se calcula a partir del análisis de alterna del circuito para la frecuencia fundamental de las ondas cuadradas. En la Figura 9.11b se muestra el circuito equivalente de alterna. Un sencillo análisis mediante fasores de la Figura 9.11b nos da

$$\frac{V_{b_1}}{V_{a_1}} = \left| \frac{1}{1 + \dfrac{X_{C_s}}{X_{C_p}} - \dfrac{X_L}{X_{C_p}} + j\left(\dfrac{X_L}{R_e} - \dfrac{X_{C_s}}{R_e}\right)} \right| \tag{9.70}$$

donde R_e es la misma que para el convertidor paralelo,

$$R_e = \frac{\pi^2}{8} R_L, \tag{9.71}$$

y las reactancias a la frecuencia de conmutación son

$$\begin{aligned} X_{C_s} &= \frac{1}{\omega_s C_s} \\ X_{C_p} &= \frac{1}{\omega_s C_p} \\ X_L &= \omega_s L. \end{aligned} \tag{9.72}$$

V_{a_1} y V_{b_1} son las amplitudes de las frecuencias fundamentales de las formas de onda en v_a y v_b. Usando las Ecuaciones 9.64 y 9.65, la relación entre la entrada y la salida del convertidor es

$$\frac{V_0}{V_s} = \frac{4}{\pi^2} \left| \frac{1}{1 + \dfrac{X_{C_s}}{X_{C_p}} - \dfrac{X_L}{X_{C_p}} + j\left(\dfrac{X_L}{R_e} - \dfrac{X_{C_s}}{R_e}\right)} \right| \tag{9.73}$$

Volviendo a escribir la ecuación anterior en términos de ω_s,

$$\boxed{\frac{V_o}{V_s} = \frac{4}{\pi^2 \sqrt{\left(1 + \dfrac{C_p}{C_s} - \omega_s^2 L C_p\right)^2 + \left(\dfrac{\omega_s L}{R_e} - \dfrac{1}{\omega_s R_e C_s}\right)^2}}.} \tag{9.74}$$

En la Figura 9.11c se muestra la gráfica de la Ecuación 9.74 para $C_s = C_p$ con Q como parámetro, siendo Q

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R_L} \tag{9.75}$$

donde

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_s}}. \tag{9.76}$$

Estas curvas son más exactas por encima de ω_0 que por debajo, porque los armónicos de la onda cuadrada se filtran de forma más adecuada, lo que resulta en un análisis de alterna más representativo de la situación real.

El condensador en serie C_s se puede incorporar a los condensadores divisores de tensión, cada uno igual a $C_s/2$, en el circuito en semi-puente, como se vio en la Figura 9.9 para el convertidor CC-CC resonante serie.

Ejemplo 9.7. Convertidor CC-CC resonante serie-paralelo

El convertidor CC-CC resonante serie-paralelo de la Figura9.11a tiene los siguientes parámetros:

$$V_s = 100 \text{ V}$$
$$C_p = C_s = 0{,}1 \ \mu\text{F}$$
$$L = 100 \ \mu\text{H}$$
$$R_L = 10 \ \Omega$$
$$f_s = 60 \text{ kHz}.$$

Se supone que los componentes L_o y C_o del filtro de salida producen una salida libre de rizado. Calcule la tensión de salida del convertidor.

Solución. La frecuencia de resonancia ω_0 se calcula a partir de la Ecuación 9.76:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_s}} = \frac{1}{\sqrt{(100)(10)^{-6}(0{,}1)(10)^{-6}}} = 316 \text{ krad/s}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 50{,}3 \text{ kHz}.$$

La Q del circuito se calcula a partir de la Ecuación 9.75:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R_L} = \frac{3{,}16(10)^3(100)(10)^{-6}}{10} = 3{,}16$$

La frecuencia de conmutación normalizada es

$$\frac{f_s}{f_0} = \frac{60(10)^3}{50{,}3(10)^3} = 1{,}19.$$

A partir de la gráfica de la Figura 9.11c, vemos que la salida normalizada es ligeramente menor que 0,4, para una salida estimada de $V_o \approx 100(0{,}4) = 40$ V. La Ecuación 9.74 se evalúa utilizando $R_e = \pi^2 R_L/8 = 12{,}34 \ \Omega$:

$$\frac{V_o}{V_s} = 0{,}377$$

$$V_o = V_s(0{,}377) = (100)(0{,}377) = 37{,}7 \text{ V}.$$

Se puede hacer una simulación con PSpice adaptando los archivos de entrada correspondientes a la versión del generador de onda cuadrada, o a la versión conmutada.

9.8. COMPARACIÓN DE CONVERTIDORES RESONANTES

Un inconveniente del convertidor serie descrito anteriormente es que la salida no se puede regular para la condición de ausencia de carga. En la Ecuación 9.60, a medida que R_L tiende a infinito, Q tiende a cero. Luego la tensión de salida es independiente de la frecuencia. Sin embargo, el convertidor paralelo es capaz de regular la salida en ausencia de carga. La Q en la Ecuación 9.68 para el convertidor paralelo se hace más grande a medida que la resistencia de carga aumenta, y la salida sigue dependiendo de la frecuencia de conmutación.

Un inconveniente del convertidor paralelo es que la corriente en los componentes resonantes es relativamente independiente de la carga. Las pérdidas de conducción son fijas, y la eficiencia del convertidor es relativamente pobre para cargas pequeñas.

El convertidor serie-paralelo combina las ventajas de los convertidores serie y paralelo. La salida es controlable cuando no existe carga o ésta es pequeña, y la eficiencia con poca carga es relativamente elevada.

9.9. EL CONVERTIDOR RESONANTE CON PASO INTERMEDIO POR CORRIENTE CONTINUA

El circuito de la Figura 9.12a muestra la topología básica de un esquema de conmutación para un inversor con conmutación a tensión cero. El análisis se desarrolla del mismo modo que el del convertidor resonante de conmutación. Durante el intervalo de conmutación, se supone que la corriente de carga es prácticamente constante y de valor I_o. La resistencia representa las pérdidas en el circuito.

Cuando se cierra el interruptor, la tensión en bornas de la combinación R-L_r es V_s. Si la constante de tiempo L_r/R es grande comparada con el tiempo en el que el interruptor permanece cerrado, la corriente aumenta de forma casi lineal. Cuando se abre el interruptor, el circuito equivalente es como el mostrado en la Figura 9.12b. Las leyes de Kirchhoff de la tensión y la corriente nos dan estas ecuaciones:

$$Ri_L(t) + L_r \frac{di_L(t)}{dt} + v_C(t) = V_s \tag{9.77}$$

$$i_C(t) = i_L(t) - I_o. \tag{9.78}$$

Diferenciando la Ecuación 9.77,

$$L_r \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + R \frac{di_L(t)}{dt} + \frac{dv_C(t)}{dt} = 0. \tag{9.79}$$

La derivada de la tensión del condensador está relacionada con la corriente del condensador por la expresión

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{i_C(t)}{C_r} = \frac{i_L(t) - I_o}{C_r} \tag{9.80}$$

Sustituyendo en la Ecuación 9.79 y reordenando,

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{R}{L_r} \frac{di_L(t)}{dt} + \frac{i_L(t)}{L_r C_r} = \frac{I_o}{L_r C_r}. \tag{9.81}$$

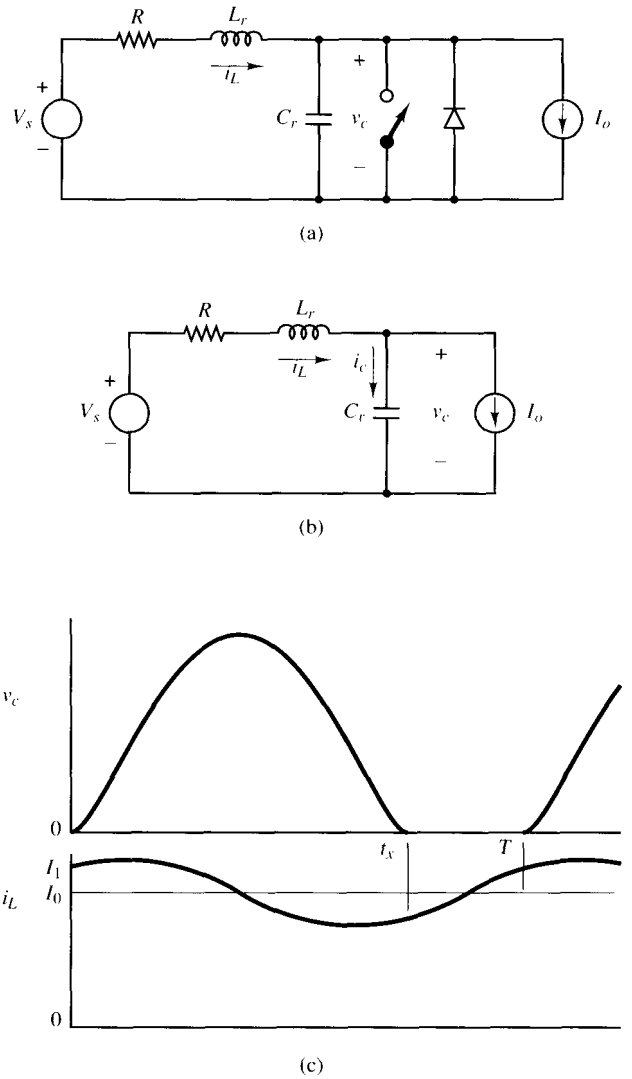


Figura 9.12. (a) Convertidor resonante con paso intermedio por corriente continua. (b) Circuito equivalente con el interruptor abierto y el diodo apagado. (c) Tensión del condensador y corriente de la inductancia.

Si las condiciones iniciales de la corriente en la inductancia y la tensión del condensador son

$$\begin{aligned} i_L(0) &= I_1 \\ v_C(0) &= 0, \end{aligned} \tag{9.82}$$

se puede demostrar que la solución para la corriente es

$$i_L(t) = I_1 + e^{-\alpha t}\left[(I_1 - I_o)\cos\omega t + \left(\frac{2V_s - R(I_1 + I_o)}{2\omega L_r}\right)\operatorname{sen}\omega t\right] \tag{9.83}$$

donde

$$\alpha = \frac{R}{2L_r} \tag{9.84}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}} \tag{9.85}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}. \tag{9.86}$$

Se puede demostrar que la tensión en el condensador es

$$v_C(t) = V_s - I_o R + e^{-\alpha t}[I_o R - V_s)\cos \omega t + \\ + \left(\frac{R}{2\omega L_r}\left(V_s - \frac{R}{2}(I_1 + I_o)\right) + \omega L_r(I_1 - I_o)\right)\text{sen}\,\omega t] \tag{9.87}$$

Si la resistencia es pequeña, haciendo $R << \omega L_r$, las Ecuaciones 9.83 y 9.87 se convierten en

$$i_L(t) \approx I_o + e^{-\alpha t}\left[(I_1 - I_o)\cos \omega_0 t + \frac{V_s}{\omega_0 L_r}\,\text{sen}\,\omega_0 t\right] \tag{9.88}$$

$$v_C(t) \approx V_s + e^{-\alpha t}[-V_s \cos \omega_0 t + \omega_0 L_r(I_1 - I_o)\,\text{sen}\,\omega_0 t]. \tag{9.89}$$

Cuando se abre el interruptor, la corriente en la inductancia y la tensión en el condensador oscilan. El interruptor se puede volver a cerrar cuando la tensión del condensador vuelve a cero, evitando así las pérdidas de conmutación. El interruptor debería permanecer cerrado hasta que la corriente de la bobina alcance un valor elegido I_1 que esté por encima de la corriente de carga I_o. Esto permite que la tensión del condensador vuelva a cero para conseguir una conmutación sin pérdidas.

Una aplicación importante de este principio de conmutación resonante es la de los circuitos inversores. El inversor trifásico de la Figura 9.13 puede disponer de conmutación PWM (véase el Capítulo 8) y puede incluir intervalos en los que los dos interruptores de una de las tres ramas están cerrados, para hacer que oscile la tensión de entrada del puente. Entonces los interruptores pueden entrar en conducción o apagarse cuando la tensión del condensador sea cero.

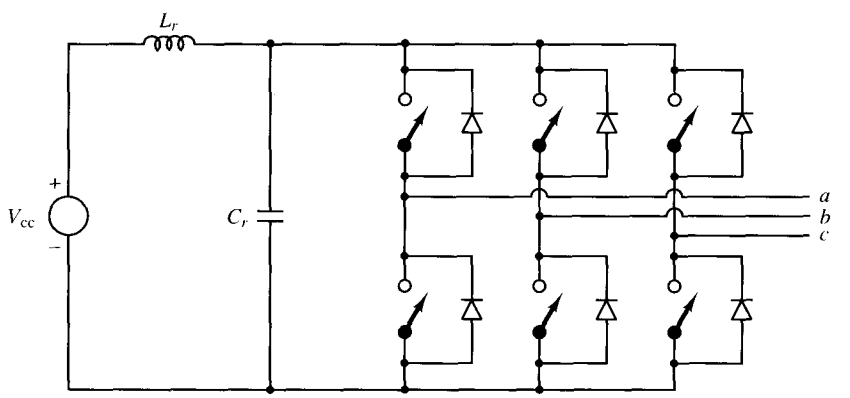


Figura 9.13. Inversor trifásico con un paso intermedio por corriente continua resonante.

Ejemplo 9.8. Paso intermedio por corriente continua resonante

El convertidor resonante con paso intermedio por corriente continua con un solo interruptor mostrado en la Figura 9.12a tiene los parámetros

$$V_s = 75 \text{ V}$$
$$L_r = 100\ \mu\text{H}$$
$$C_r = 0{,}1\ \mu\text{F}$$
$$R = 0{,}2\ \Omega$$
$$I_o = 10 \text{ A}$$
$$I_1 = 12 \text{ A}.$$

Si se abre el interruptor en el instante $t = 0$ con $i_L(0) = I_1$ y $v_C(0) = 0$, determine cuándo debería cerrarse el interruptor de manera que la tensión en bornas del mismo sea cero. Si se cierra el interruptor inmediatamente después de que la tensión del condensador se haga cero, ¿cuánto tiempo debería permanecer cerrado el interruptor para que la corriente de la inductancia vuelva a I_1?

Solución. A partir de los parámetros del circuito,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(10)^{-4}(10)^{-7}}} = 316 \text{ krad/s}$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{1}{2(10)^{-4}} = 5.000$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \approx \omega_0$$

$$\omega L_r = 316(10)^3 100(10)^{-6} = 31{,}6$$

Como $\alpha << \omega_0$, $\omega \approx \omega_0$, y las Ecuaciones 9.88 y 9.89 son unas buenas aproximaciones:

$$\begin{aligned} v_C(t) &\approx 75 + e^{-1.000t}[-75\cos\omega_0 t + 31{,}6(12 - 10)\operatorname{sen}\omega_0 t] \\ &= 75 + e^{-1.000t}[-75\cos\omega_0 t + 63{,}2\operatorname{sen}\omega_0 t] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_L(t) &\approx 10 + e^{-1.000t}\left[(12 - 10)\cos\omega_0 t + \frac{75}{31{,}6}\operatorname{sen}\omega_0 t\right] \\ &= 10 + e^{-1.000t}[2\cos\omega_0 t + 2{,}37\operatorname{sen}\omega_0 t]. \end{aligned}$$

Las gráficas de las ecuaciones anteriores se pueden ver en la Figura 9.12c. El instante en el que la tensión del condensador vuelve a cero se determina estableciendo una v_C igual a cero y calculando el valor de t numéricamente, lo que nos da $t_x = 15{,}5\ \mu$s. La corriente se evalúa en $t = 15{,}5\ \mu$s utilizando la Ecuación 9.88, lo que nos da $i_L(t = 15{,}5\ \mu\text{s}) = 8{,}07$ A.

Si el interruptor se cierra a los 15,5 μs, la tensión en la inductancia es de aproximadamente V_s y la corriente aumenta de forma lineal:

$$\Delta i_L = \frac{V_s}{L}\Delta t. \tag{9.90}$$

El interruptor debe permanecer cerrado hasta que i_L sea de 12 A, lo cual necesita de un tiempo igual a

$$\Delta t = \frac{(\Delta i_L)(L)}{V_s} = \frac{(12 - 8{,}39)(100)(10)^{-6}}{75} = 4{,}81\ \mu\text{s}.$$

9.10. RESUMEN

Los convertidores resonantes se utilizan para reducir las pérdidas de conmutación en varias topologías de convertidores. Los convertidores resonantes disminuyen las pérdidas de conmutación aprovechándose de las oscilaciones de la corriente o la tensión. Los interruptores se abren y se cierran cuando la tensión o la corriente son cero o casi cero. Las topologías estudiadas en este capítulo son las de los inversores de conmutación resonantes; el inversor resonante en serie; los convertidores CC-CC serie, paralelo y serie-paralelo; y el convertidor resonante con paso intermedio por corriente de continua. Los convertidores resonantes son en la actualidad un tema de gran interés en la electrónica de potencia a causa de su elevada eficiencia y de la posibilidad de usar frecuencias de conmutación más altas, lo que conlleva poder utilizar componentes más pequeños en los filtros asociados. Como se demostró en los ejemplos, las tensiones a las que se ven sometidos los componentes pueden ser bastante elevadas en los convertidores resonantes. Las fuentes bibliográficas indicadas a continuación ofrecen más detalles de los convertidores resonantes.

BIBLIOGRAFÍA

SIMON S. ANG, *Power Switching Converters*, Marcel Dekker, 1995.

D. M. DIVAN, «The Resonant DC Link Converter—a New Concept in Static Power Conversion», *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 25, n.º 2, pp. 317-325, marzo/abril 1989.

S. FREELAND y R. D. MIDDLEBROOK, «A Unified Analysis of Converters with Resonant Switches», *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, 1986, pp. 20-30.

Y. G. KANG y A. K. UPADHYAY, «Analysis and Design of a Half-Bridge Parallel Resonant Converter», *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, 1987, pp. 231-243.

F. C. LEE, W. A. TABISZ y M. M. JOVANOVIC, «Recent Developments in High-Frequency Quasi-Resonant and Multi-Resonant Converter Technologies», *European Power Electronics Conference Record*, Aachen, 1989.

K. LIU y F. C. LEE, «Resonant Switches—a Unified Approach to Improve Perfomances of Switching Converters», *IEEE INTELEC Conference Records*, 1984, pp. 344-351.

K. LIU y F. C. LEE, «Zero-voltage Switching Technique in dc/dc Converters», *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, 1986, pp. 58-70.

K. LIU, R. ORUGANTI y F. C. LEE, «Resonant Switches—Topologies and Characteristics», *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, 1986, pp. 106-116, enero 1987.

R. L. STEINGERWALD, «A Comparison of Half-bridge Resonant Converter Topologies», *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. IE-31, n.º 2, pp. 181-191, mayo 1984.

PROBLEMAS

Convertidor resonante de conmutación corriente cero

9.1. En el convertidor de la Figura 9.1a, $V_s = 20$ V, $I_o = 5$ A, $L_r = 4$ μH, $C_r = 0{,}3$ μF y $f_s = 100$ kHz. Determine la tensión de salida del convertidor.

9.2. En el convertidor de la Figura 9.1a, $V_s = 18$ V, $I_o = 1{,}8$ A, $L_r = 7$ μH, $C_r = 0{,}09$ μF. Calcule la frecuencia máxima de conmutación y la correspondiente tensión de salida. Calcule una frecuencia de conmutación tal que la tensión de salida sea de 9 V.

9.3. En el convertidor de la Figura 9.1a, $V_s = 100$ V, $I_o = 1{,}5$ A, $L_r = 10$ μH, $C_r = 0{,}01$ μF y $f_s = 50$ kHz.

(a) Calcule la tensión de salida del convertidor.

(b) Calcule la corriente máxima de la inductancia y la tensión máxima del condensador.
(c) Calcule la frecuencia de conmutación para una salida de 40 V.

9.4. En el convertidor de la Figura 9.1a, $V_s = 50$ V, $I_o = 3$ A, $\omega_0 = 7(10)^5$ rad/s y $V_o = 36$ V. Calcule L_r y C_r tales que la corriente máxima en L_r sea 6,5 A. Calcule la frecuencia de conmutación requerida.

9.5. En el convertidor de la Figura 9.1a, $V_s = 100$ V, $L_r = 10$ μH y $C_r = 0{,}01$ μF. La corriente en la carga oscila entre 0,5 y 3 A. Determine el rango de la frecuencia de conmutación requerida para regular la tensión de salida a 50 V.

9.6. En el convertidor de la Figura 9.1a, $V_s = 30$ V, $R_L = 5\ \Omega$ y $f_s = 200$ kHz. Calcule los valores de L_r y C_r para que Z_0 sea 2,5 Ω y $V_o = 15$ V.

9.7. Escribir un archivo de entrada de PSpice para simular el circuito de la Figura 9.1a, usando los parámetros del Problema 9.1. Modelar la corriente de la carga como una fuente de corriente. Usar un interruptor controlado por tensión para el dispositivo interruptor. Idealizar el circuito utilizando $R_{on} = 0{,}001\ \Omega$ en el modelo de interruptor y usando $n = 0{,}001$ en el modelo del diodo.

(a) Determinar la tensión (media) de salida.
(b) Determinar la tensión de pico en C_r.
(c) Determinar los valores de pico, medio y eficaz de la corriente en L_r.

Convertidor resonante de conmutación a tensión cero

9.8. En el Ejemplo 9.2, determinar la frecuencia de conmutación requerida para producir una tensión de salida de 15 V. El resto de parámetros no cambia.

9.9. En la Figura 9.2a, $V_s = 20$ V, $L_r = 10$ μH, $C_r = 0{,}1$ μF, $I_o = 2$ A y $f_s = 100$ kHz. Calcule la tensión de salida, la tensión máxima del condensador y la corriente máxima de la bobina.

9.10. En la Figura 9.2a, $V_s = 50$ V, $L_r = 20$ μH, $C_r = 0{,}01$ μF y $I_o = 3$ A.

(a) Determine la tensión de salida cuando $f_s = 80$ kHz.
(b) Calcule una frecuencia de conmutación tal que la tensión de salida sea de 20 V.

9.11. En la Figura 9.2a, $V_s = 12$ V, $L_r = 5$ μH, $C_r = 0{,}12$ μF y $I_o = 4$ A.

(a) Determine la tensión de salida cuando $f_s = 100$ kHz.
(b) Se espera que la corriente de la carga I_o varíe entre 3 A y 5 A. Determine el rango de la frecuencia de conmutación necesaria para regular la tensión de salida a 5 V.

9.12. En la Figura 9.2a, $V_s = 15$ V e $I_o = 4$ A. Calcule los valores de L_r y C_r tales que la tensión máxima del condensador sea de 40 V y la frecuencia de resonancia de $1{,}6(10)^6$ rad/s. Determine la frecuencia de conmutación para generar una tensión de salida de 5 V.

9.13. En la Figura 9.2a, $V_s = 30$ V, $R_L = 5\ \Omega$ y $f_s = 100$ kHz. Calcule los valores de L_r y C_r para que Z_0 sea de 25 Ω y $V_o = 15$ V.

9.14. Escribir un archivo de entrada de PSpice para simular el circuito de la Figura 9.2a usando los parámetros del Problema 9.9. Modelar la corriente de la carga como una fuente de corriente. Usar un interruptor controlado por tensión para el dispositivo interruptor, y hágalo unidireccional añadiendo un diodo en serie.

(a) Calcule la tensión (media) de salida.
(b) Calcule la tensión de pico en C_r.
(c) Determine la energía transferida desde la fuente a la carga en cada periodo de conmutación.

Inversor resonante

9.15. El inversor resonante en puente completo de la Figura 9.3a tiene una carga resistiva de 12 Ω que necesita una tensión sinusoidal de 400 Hz y 80 V rms. El factor DAT de la tensión de la carga no debe ser mayor que el 5 %. Calcule la entrada de continua necesaria y unos valores apropiados de L y C. Calcule la tensión de pico en C y la corriente de pico en L.

9.16. El inversor resonante en puente completo de la Figura 9.3a tiene una carga resistiva de 8 Ω que necesita una tensión sinusoidal de 1.200 Hz y 100 V rms. El factor DAT de la tensión de la carga no debe ser mayor que el 10 %. Calcule la entrada de continua necesaria y unos valores apropiados de L y C. Simule el inversor en PSpice y calcule la DAT. Ajuste si es necesario los valores de L y C para que se cumpla estrictamente el 10 % de DAT. ¿Cuál es el valor de la corriente cuando ocurre la conmutación?

9.17. Se pide que el inversor resonante de la Figura 9.3a entregue 500 W a una resistencia de carga de 15 Ω. La carga necesita una corriente alterna de 500 Hz que no tenga más de un 10 % de DAT.

(a) Determine la tensión continua de entrada requerida.
(b) Calcule los valores de L y C.
(c) Calcule la tensión de pico en C y la corriente de pico en L utilizando la frecuencia fundamental.
(d) Simule en PSpice el circuito. Calcule el factor DAT, la tensión de pico del condensador y la corriente de pico de la inductancia.

Convertidor CC-CC resonante serie

9.18. El convertidor CC-CC resonante serie de la Figura 9.5a tiene los siguientes parámetros de funcionamiento: $V_s = 100$ V, $L_r = 75$ μH, $C_r = 0{,}04$ μF, $f_s = 100$ kHz y $R_L = 10$ Ω. Calcule la tensión de salida V_o.

9.19. El convertidor CC-CC resonante serie de la Figura 9.5a tiene los siguientes parámetros de funcionamiento: $V_s = 150$ V, $L_r = 40$ μH, $C_r = 0{,}03$ μF, $f_s = 150$ kHz y $R_L = 15$ Ω. Calcule la tensión de salida V_o.

9.20. El convertidor CC-CC resonante serie de la Figura 9.5a tiene una fuente de continua de 40 V y ha de proporcionar una salida de 15 V. La resistencia de la carga es de 5 Ω y la frecuencia de conmutación deseada es de 80 kHz. Seleccione unos valores apropiados para L_r y C_r.

9.21. El convertidor CC-CC resonante serie de la Figura 9.5a tiene una fuente de continua de 50 V y ha de proporcionar una salida de 18 V. La resistencia de la carga es de 9 Ω y la frecuencia de conmutación deseada es de 120 kHz. Seleccione unos valores apropiados para L_r y C_r.

9.22. El convertidor CC-CC resonante serie de la Figura 9.5a tiene una fuente de continua de 40 V y ha de proporcionar una salida de 12 V. La resistencia de la carga es de 10 Ω y la frecuencia de conmutación deseada es de 125 kHz. Seleccione unos valores apropiados para L_r y C_r. Verifique los resultados mediante una simulación en PSpice.

9.23. El convertidor CC-CC resonante serie de la Figura 9.5a tiene una fuente de continua de 150 V y ha de proporcionar una salida de 55 V. La resistencia de la carga es de 20 Ω. Seleccione una frecuencia de conmutación y unos valores apropiados para L_r y C_r. Verifique los resultados mediante una simulación con PSpice.

Convertidor CC-CC resonante paralelo

9.24. El convertidor CC-CC resonante paralelo de la Figura 9.10a tiene los siguientes parámetros de funcionamiento: $V_s = 20$ V, $R_L = 10$ Ω, $L_r = 5$ μH, $C_r = 0{,}6$ μF y $f_s = 100$ kHz. Calcule la tensión de salida del convertidor.

9.25. El convertidor CC-CC resonante paralelo de la Figura 9.10a tiene los siguientes parámetros de funcionamiento: $V_s = 30$ V, $R_L = 20\ \Omega$, $L_r = 8{,}5\ \mu$H, $C_r = 0{,}2\ \mu$F y $f_s = 150$ kHz. Calcule la tensión de salida del convertidor.

9.26. El convertidor CC-CC resonante paralelo de la Figura 9.10a tiene: $V_s = 12$ V, $R_L = 15\ \Omega$ y $f_s = 120$ kHz. La tensión de salida deseada es de 20 V. Calcule unos valores apropiados de L_r y C_r.

9.27. El convertidor CC-CC resonante paralelo de la Figura 9.10a tiene: $V_s = 45$ V, $R_L = 20\ \Omega$ y $f_s = 90$ kHz. La tensión de salida deseada es de 36 V. Calcule unos valores apropiados de L_r y C_r.

9.28. El convertidor CC-CC resonante paralelo de la Figura 9.10a tiene una fuente de continua de 50 V y ha de proporcionar una salida de 60 V. La resistencia de la carga es de 25 Ω. Seleccione una frecuencia de conmutación y unos valores adecuados de L_r y C_r.

Convertidor CC-CC serie-paralelo

9.29. El convertidor CC-CC resonante serie- paralelo de la Figura 9.11a tiene los siguientes parámetros: $V_s = 100$ V, $f_s = 100$ kHz, $R_L = 20\ \Omega$, $L_r = 100\ \mu$H y $C_s = C_p = 0{,}03\ \mu$F. Calcule la tensión de salida.

9.30. El convertidor CC-CC resonante serie-paralelo de la Figura 9.11a tiene: $V_s = 50$ V, $f_s = 80$ kHz y $R_L = 10\ \Omega$. Calcule unos valores apropiados de L, C_s y C_p tales que la tensión de salida sea de 18 V.

9.31. El convertidor CC-CC resonante serie-paralelo de la Figura 9.11a tiene: $V_s = 20$ V y $f_s = 75$ kHz. La tensión de salida ha de ser de 5 V y ha de entregar 1 A a una carga resistiva. Calcule unos valores apropiados de L, C_s y C_p.

9.32. El convertidor CC-CC resonante serie-paralelo de la Figura 9.11a tiene: $V_s = 25$ V. La tensión de salida ha de ser de 10 V y debe entregarse 1 A a una carga resistiva. Seleccione una frecuencia de conmutación y calcule unos valores apropiados de L, C_s y C_p. Verifique los resultados mediante una simulación en PSpice.

Convertidor resonante con paso intermedio por corriente continua

9.33. Cree una simulación en PSpice para el convertidor resonante con paso intermedio de corriente continua del Ejemplo 9.8. Utilizar un modelo de diodo ideal.

(a) Verifique los resultados del Ejemplo 9.8.
(b) Calcule la energía entregada por la fuente de continua durante un periodo de conmutación.
(c) Calcule la potencia media entregada por la fuente de continua.
(d) Calcule la potencia media absorbida por la resistencia.
(e) ¿Cómo cambian los resultados si la resistencia es cero?

9.34. Para el convertidor resonante con paso intermedio por corriente continua de la Figura 9.12a, $V_s = 75$ V, $I_o = 5$ A, $R = 1\ \Omega$, $L = 250\ \mu$H y $C = 0{,}1\ \mu$F. Si el interruptor se abre en el instante $t = 0$ con $i_L(0) = I_1 = 7$ A y $v_C(0) = 0$, determine el tiempo que debería estar cerrado el interruptor para que la tensión en bornas del mismo sea cero. Si se cierra el interruptor inmediatamente después de que la tensión del condensador alcance el valor cero, ¿cuánto tiempo debería permanecer cerrado el interruptor para que la corriente de la inductancia vuelva a ser de 7 A?

9.35. Para el convertidor resonante con paso intermedio por corriente continua de la Figura 9.12a, $V_s = 100$ V, $I_o = 10$ A, $R = 0{,}5\ \Omega$, $L = 150\ \mu$H y $C = 0{,}05\ \mu$F. Si el interruptor se abre en el instante $t = 0$ con $i_L(0) = I_1 = 12$ A y $v_C(0) = 0$, determine el tiempo que debería estar cerrado el interruptor para que la tensión en bornas del mismo sea cero. Si se cierra el interruptor inmediatamente después de que la tensión del condensador alcance el valor cero, ¿cuánto tiempo debería permanecer cerrado el interruptor para que la corriente de la inductancia vuelva a ser de 12 A?

10

CIRCUITOS DE EXCITACIÓN Y DE PROTECCIÓN

10.1. INTRODUCCIÓN

Minimizar las pérdidas de potencia en los interruptores electrónicos es un importante objetivo a la hora de diseñar circuitos electrónicos de potencia. Las pérdidas de potencia en conducción se producen a causa de que la tensión en bornas de un interruptor en conducción no es cero. Las pérdidas de conmutación ocurren porque un dispositivo no hace una transición de un estado a otro instantáneamente. En algunos convertidores, las pérdidas de conmutación suelen ser mayores que las de conducción.

Los convertidores resonantes (Capítulo 9) reducen las pérdidas de conmutación aprovechándose de oscilaciones naturales para efectuar la conmutación cuando la tensión o la corriente son cero. Los interruptores en circuitos tales como los convertidores CC-CC de los Capítulos 6 y 7 realizan una transición cuando la tensión y la corriente son distintas de cero. Las pérdidas en conmutación en esos tipos de convertidores se pueden minimizar con circuitos de excitadores diseñados para proporcionar unas rápidas transiciones de conmutación. Los circuitos de protección se diseñan para alterar las formas de onda de conmutación, de forma que se reduzcan las pérdidas de potencia y se proteja el interruptor. En este capítulo se ofrece una visión general de los circuitos de excitadores y de protección para transistores y tiristores.

10.2. CIRCUITO DE EXCITACIÓN PARA MOSFET

El MOSFET es un dispositivo controlado por tensión y que resulta relativamente simple de activar y desactivar, lo cual es una ventaja respecto al transistor bipolar de unión. El estado de con-

ducción se consigue cuando la tensión puerta-fuente sobrepasa de forma suficiente la tensión umbral, lo que fuerza al MOSFET a entrar en la región de trabajo óhmica. Normalmente, la tensión puerta-fuente del MOSFET para el estado activado en circuitos conmutados está entre 10 y 20 V. El estado desactivado se consigue con una tensión menor que la tensión umbral. Las corrientes de puerta para los estados de encendido y apagado son esencialmente cero. Sin embargo, es necesario cargar la capacidad de entrada parásita para poner al MOSFET en conducción, y descargarla para apagarlo. Las velocidades de conmutación vienen determinadas básicamente por la rapidez con que la carga se puede transferir hacia y desde la puerta. Los transistores bipolares de puerta aislada (IGBT, insulated gate bipolar transistors) son similares a los MOSFET en cuanto a requerimientos de excitación, y el siguiente estudio también se aplica a ellos.

Un circuito de excitación para MOSFET debe ser capaz de absorber y generar corrientes rápidamente, para conseguir una conmutación de alta velocidad. El circuito de excitación elemental de la Figura 10.1a excitará al transistor, pero el tiempo de conmutación puede que sea inaceptablemente elevado para algunas aplicaciones. Además, si la señal de entrada proviene de dispositivos lógicos digitales de baja tensión, puede que la salida lógica no sea suficiente para poner al MOSFET en conducción.

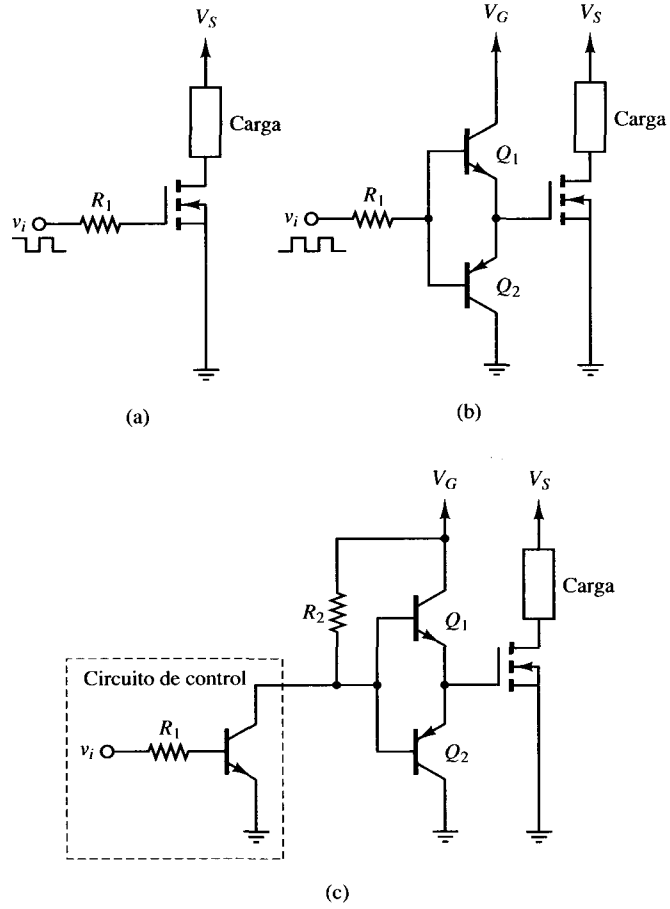


Figura 10.1. (a) Circuito elemental de excitación de MOSFET. (b) Circuito de excitación totem-pole. (c) Excitador integrado, con buffer totem-pole.

En la Figura 10.1b se muestra un circuito de excitación mejor. El doble seguidor de emisor o totem-pole consiste en un par de transistores bipolares NPN y PNP acoplados. Cuando la tensión de excitación de entrada está a nivel alto, Q_1 conduce y Q_2 está apagado, haciendo conducir al MOSFET. Cuando la señal de excitación de entrada está a nivel bajo, Q_1 está al corte y Q_2 conduce, eliminando la carga de la puerta y apagando el MOSFET. La señal de entrada puede provenir de un circuito TTL de colector abierto usado como control, con el totem-pole utilizado como buffer para suministrar y absorber las corrientes de puerta requeridas, como se muestra en la Figura 10.1c.

Algunos circuitos integrados tienen salidas con circuitos preparados para absorber y generar corriente, capaces de excitar directamente a los transistores en aplicaciones de baja potencia. El circuito de control PWM SG1525A de LINFINITY Microelectronics que se muestra en la Figura 10.2a tiene un par de transistores NPN para cada salida. Los transistores de cada pareja son excitados como transistores de activación-desactivación complementaria, con un transistor generando corriente y otro absorbiendo corriente. En las Figuras 10.2b y 10.2c se muestran algunas aplicaciones.

El siguiente ejemplo ilustra el efecto del circuito de excitación sobre las velocidades de conmutación de los MOSFET y la pérdida de potencia.

Ejemplo 10.1. Simulación de un circuito de excitación de MOSFET

En la versión de evaluación de PSpice hay un modelo para el MOSFET de potencia IRF150, en el archivo EVAL.LIB. (a) Por medio de una simulación de PSpice, calcule los tiempos de activación y desactivación y la potencia disipada en el MOSFET en el circuito de la Figura 10.1a, con $V_s = 80$ V. La carga es una resistencia de 10 Ω, v_i es un pulso de cero a 15 V y $R_1 = 100$ Ω. (b) Repita el ejemplo para el circuito de la Figura 10.1c, con $V_s = 80$ V, $V_G = 15$ V y $R_1 = R_2 = 1$ kΩ. La frecuencia de conmutación en cada caso es de 200 kHz y el ciclo de trabajo del interruptor es del 50 %.

Solución. **(a)** El archivo de entrada de PSpice para la Figura 10.1a es como sigue:

```
CIRCUITO ELEMENTAL DE EXCITACIÓN DE MOSFET (mosdr1.cir)
VS 1 0 DC 80
RL 1 2 10
M 2 3 0 0 IRF150
Vi 4 0 PULSE(0 15 0 1U 1U {PW} {T})
R1 4 3 100
.PARAM F=200K T={1/F} PW={0.5*T}
.TRAN .1U 7us 2us .005u
.PROBE
.LIB EVAL.LIB
.END
```

Las formas de onda de conmutación obtenidas en Probe se muestran en la Figura 10.3a. Los tiempos de transición para la conmutación son de apenas 1,7 μs y 0,6 μs para desactivación y activación, respectivamente. La potencia instantánea absorbida por el MOSFET se muestra introduciendo V(2)*ID(M). La potencia media absorbida por el MOSFET se calcula mediante Probe, introduciendo AVG(V(2)*ID(M)), que da un resultado de, aproximadamente, 38 W.

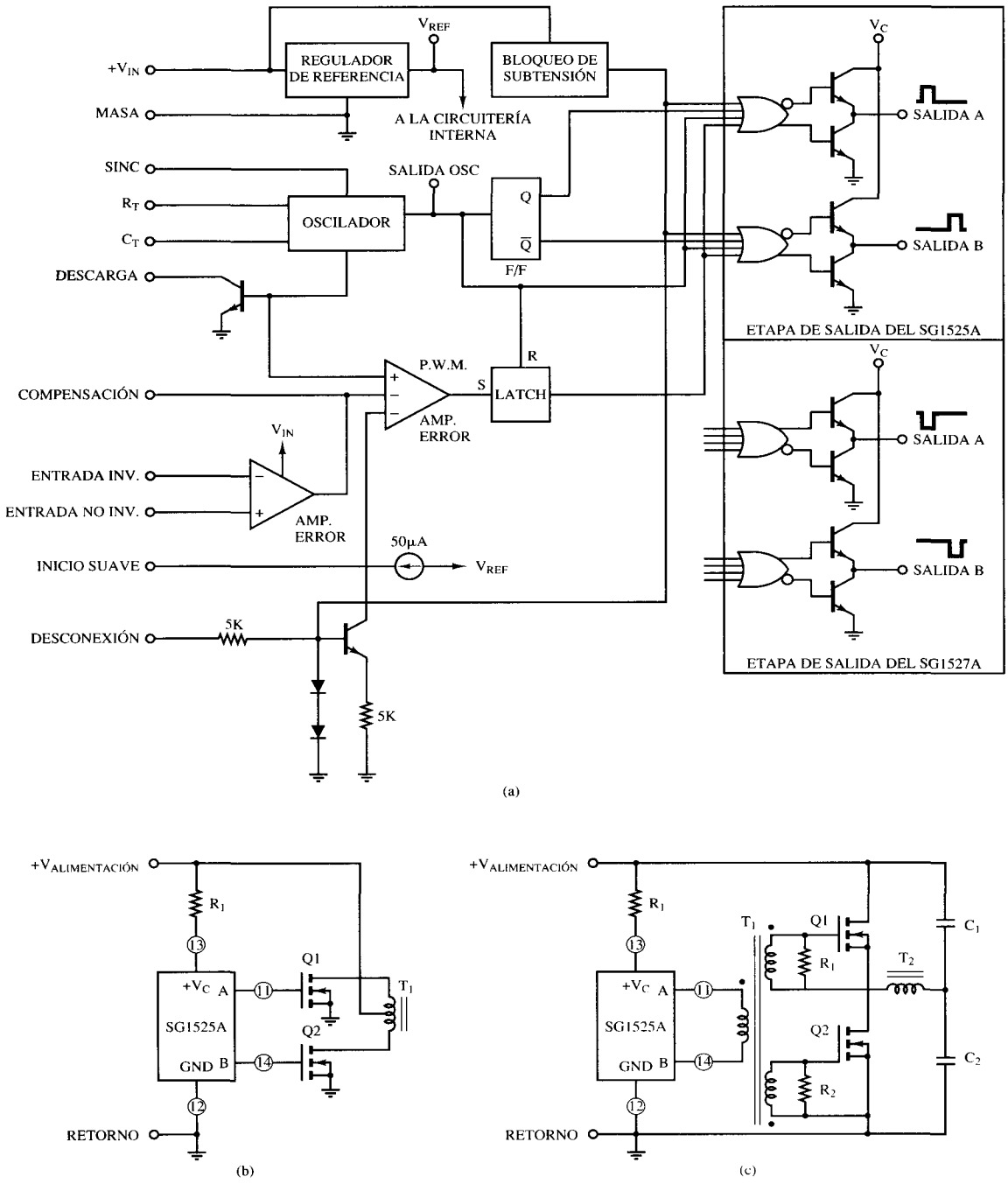
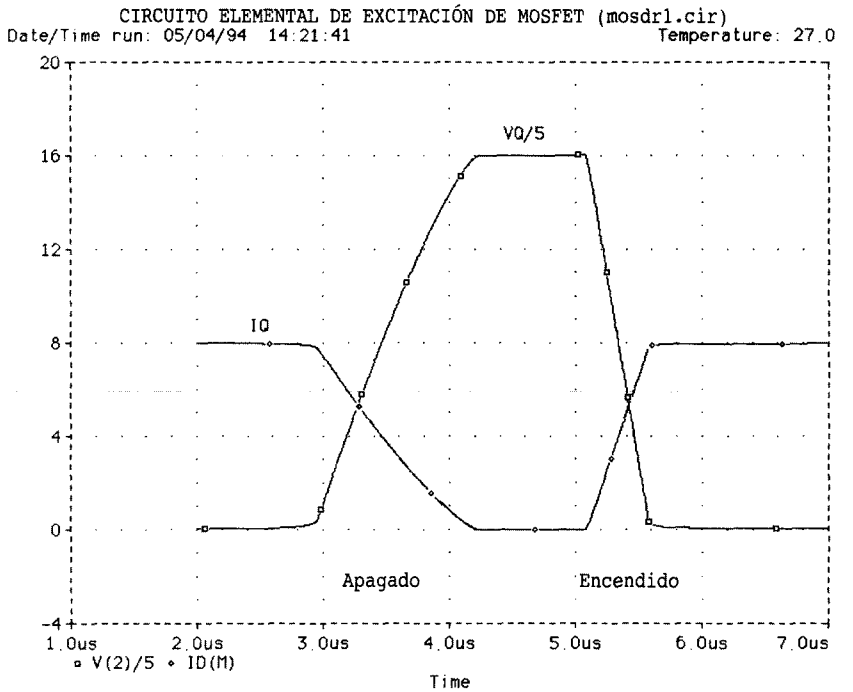
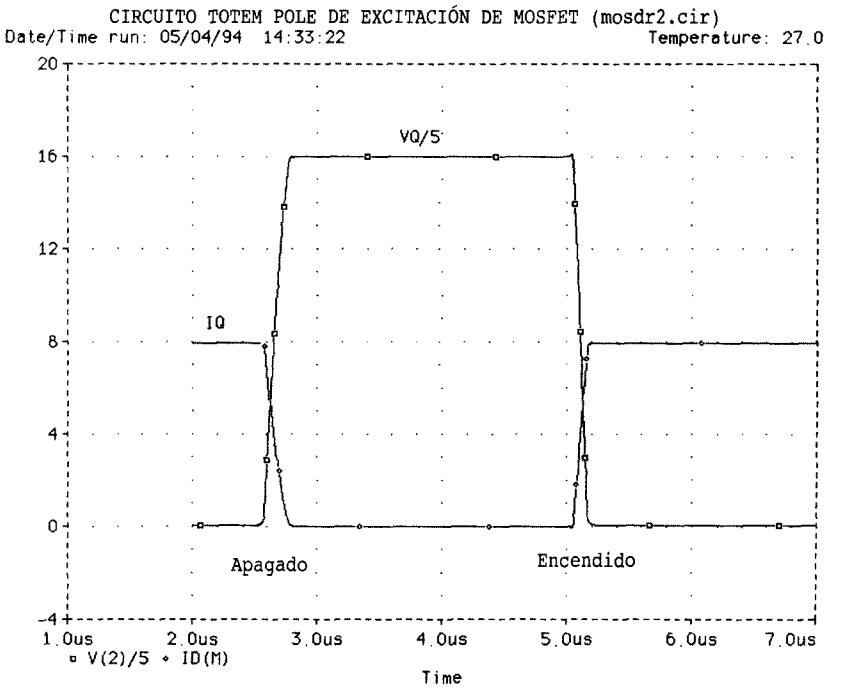


Figura 10.2. (a) Modulador regulador por anchura de impulsos SG1525A. (b) Utilizado en un convertidor push-pull. (c) Utilizado en un convertidor en medio-puente. (Por cortesía de LINFINITY Microelectronics, Inc.)



(a)



(b)

Figura 10.3. Formas de onda de conmutación para el Ejemplo 10.1. (a) Circuito elemental de excitación de MOSFET. (b) Circuito de excitación totem-pole.

(b) El archivo de entrada de PSpice para el circuito de la Figura 10.1c es:

```
CIRCUITO TOTEM POLE DE EXCITACIÓN DE MOSFET (mosdr2.cir)
VS 1 0 DC 80
RL 1 2 10
M 2 3 0 0 IRF150
Vi 8 0 PULSE(5 0 0 1U 1U {PW} {T})
R1 8 7 1K
QT 5 7 0 QMODN
R2 4 5 1K
VG 4 0 DC 15
Q1 4 5 3 Q2N2222A      ;NPN
Q2 0 5 3 Q2N2907A      ;PNP
.PARAM F=200K T={1/F} PW={0.5*T}
.TRAN .1U 7U 2U .005U
.PROBE
.MODEL QMODN NPN
.LIB EVAL.LIB
.END
```

Las formas de onda de conmutación resultantes se muestran en la Figura 10.3b. Los tiempos de conmutación son de apenas 0,3 μs y 0,2 μs para apagado y encendido, y la potencia absorbida por el transistor es de 7,7 W. Observe que el circuito totem-pole elimina la carga de la puerta con más rapidez que el circuito de excitación elemental. Las dos simulaciones anteriores se pueden comparar directamente en la misma pantalla de Probe combinando los archivos de datos con la orden `copy/b mosdr1.dat+mosdr2.dat bothmos.dat` y luego utilizando la orden de DOS probe bothmos. (No se salte las secciones de datos cuando el programa le pregunte si desea hacerlo). Añadiendo las trazas de V(2) e IC(Q) se muestran los resultados de ambas simulaciones.

Algunas topologías de convertidores, como el convertidor reductor que utiliza un MOSFET de canal *n*, requieren que el circuito de excitación del MOSFET sea flotante con respecto a la masa del circuito. A los circuitos de excitación para estas aplicaciones se les llama circuito de excitación de lado alto. Un circuito de excitación que se puede utilizar en estos casos es el circuito «bootstrap» mostrado en la Figura 10.4a. Cuando v_I está a nivel alto, Q_1 conduce y M_2 conduce. Con M_2 activado, el condensador C_1 se carga a través del diodo a la tensión V_s. Cuando v_I está a nivel bajo, Q_1 está al corte y la tensión de puerta del transistor de conmutación M_1 se eleva hasta v_{C+}, haciendo conducir a M_1. Con M_1 activado y la tensión de salida v_o igual a V_s, la puerta de M_1 está a $2V_s$ a causa de la carga almacenada en C_1. Esto mantiene en M_1 una tensión puerta-fuente de V_s, mientras M_1 esté conduciendo. Cuando v_I pasa a nivel alto y Q_1 entra en conducción, la puerta de M_1 pasa a nivel bajo para poner a M_1 al corte.

Los de excitadores de puerta para MOSFET se pueden obtener en forma de circuito integrado. El IR2110 de International Rectifier, por ejemplo, está diseñado para excitar tanto a un interruptor de lado alto como a uno de lado bajo. El convertidor reductor es una aplicación para el circuito de excitación de lado alto. Un convertidor en medio puente es una aplicación donde se utilizan tanto circuito de excitación de lado alto como de lado bajo (Figura 10.4b). El circuito de excitación de lado alto de este CI utiliza el método bootstrap.

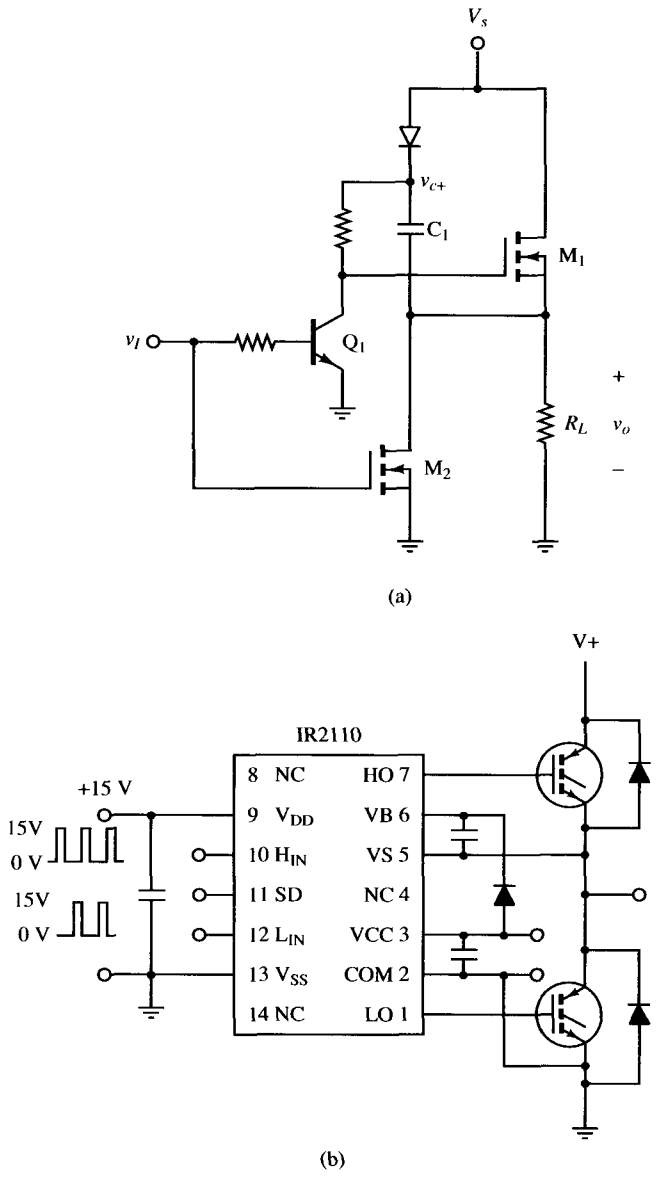


Figura 10.4. (a) Circuito bootstrap para un circuito de excitación de MOSFET de lado alto. (b) IR2110 de International Rectifier excitando a un IGBT en un convertidor en medio-puente (por cortesía de International Rectifier Corporation).

Es deseable que haya un aislamiento eléctrico entre el MOSFET y el circuito de control, a causa de los elevados niveles de tensión del MOSFET, como sucede en los transistores de la parte superior en el circuito de puente completo o en un convertidor reductor. Se suelen utilizar circuitos acoplados magnética u ópticamente para el aislamiento eléctrico. La Figura 10.5a muestra un circuito de control y otro de potencia, aislados eléctricamente por un transformador. El condensador de la parte de control evita la presencia de una tensión continua en el transformador. En la Figura 10.5b se muestra una típica forma de onda de conmutación. Como el

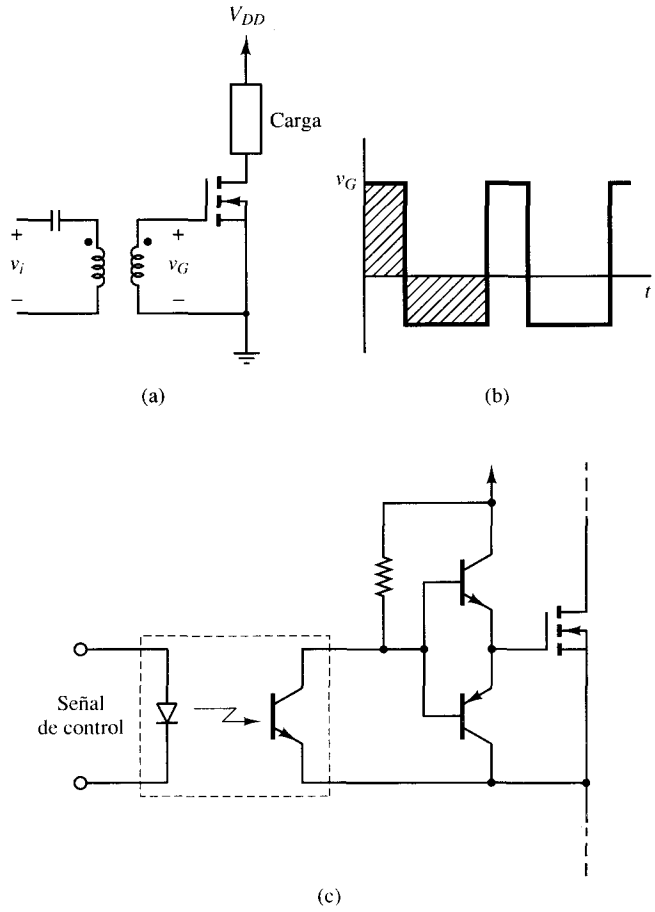


Figura 10.5. (a) Aislamiento eléctrico de los circuitos de control y de potencia. (b) Tensión en el secundario del transformador. (c) Circuitos de potencia y de control *ópticamente aislados.*

producto voltios-segundo debe ser el mismo en el primario y en el secundario del transformador, el circuito trabaja mejor cuando el ciclo de trabajo está en torno al 50 %. En la Figura 10.5c se muestra un circuito de excitación básico aislado ópticamente.

10.3. CIRCUITOS DE EXCITACIÓN PARA EL TRANSISTOR BIPOLAR

El BJT es un dispositivo controlado por corriente, que necesita una corriente de base que mantenga al transistor en estado de conducción. La corriente de base en conducción para una corriente de colector I_C debe ser al menos I_C/β. El tiempo de puesta en conducción depende de la rapidez con la que pueda entregarse a la región de la base la carga de almacenamiento necesaria. Las velocidades de conmutación de entrada en conducción se pueden reducir aplicando inicialmente un pico elevado de corriente de base y disminuyendo luego la corriente hasta la necesaria para mantener el transistor en conducción. De igual forma, es deseable un pico de

corriente negativa en el apagado para eliminar la carga almacenada, reduciendo el tiempo de transición entre conducción y corte.

La Figura 10.6a muestra una disposición de circuito adecuada para excitar dispositivos BJT. Cuando la señal de entrada pasa a nivel alto, R_2 está cortocircuitada inicialmente por el condensador descargado. La corriente de base inicial es

$$I_{B_1} = \frac{V_i - v_{BE}}{R_1} \tag{10.1}$$

A medida que se carga el condensador, la corriente de base disminuye y llega a un valor final de

$$I_{B_2} = \frac{V_i - v_{BE}}{R_1 + R_2} \tag{10.2}$$

El tiempo de carga deseado del condensador es el que determina el valor de éste. Se necesitan de tres a cinco constantes de tiempo para cargar o descargar el condensador. La constante de tiempo de carga es

$$\tau = R_E C = \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) C \tag{10.3}$$

La señal de entrada pasa a nivel bajo en la puesta al corte, y el condensador cargado proporciona un pico de corriente negativa a medida que se elimina la carga de la base. La Figura 10.6b muestra la forma de onda de la corriente de base.

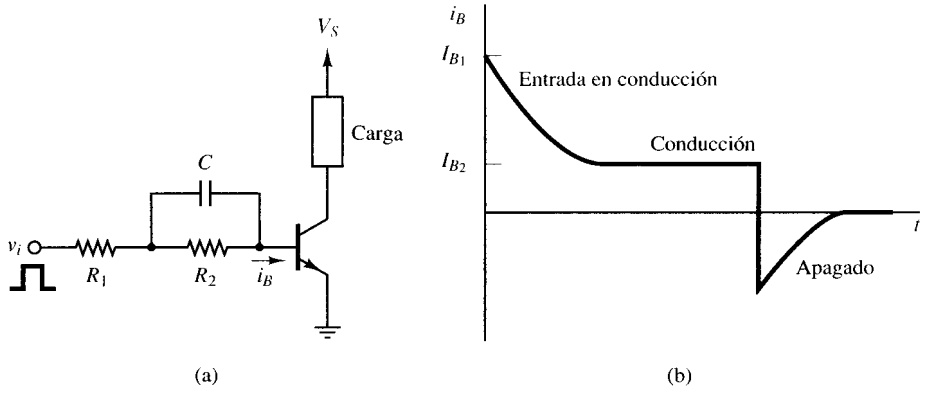


Figura 10.6. (a) Circuito de excitación para un transistor bipolar. (b) Corriente de base del transistor.

Ejemplo 10.2. Circuito de excitación para transistor bipolar

Diseñe un circuito de excitación de la base de un BJT, con la configuración de la Figura 10.6a, que tenga un pico de 3 A durante la puesta en conducción y mantenga una corriente de base de 0,4 A mientras el transistor está activado. La tensión v_i es un pulso de 0 a 50 V con un ciclo de trabajo del 50 %, y la frecuencia de conmutación es de 100 kHz. Suponga que v_{BE} es de 1 V cuando el transistor está conduciendo.

Solución. El valor de R_1 viene determinado por la necesidad del pico inicial de corriente. Despejando R_1 en la Ecuación 10.1,

$$R_1 = \frac{V_i - v_{BE}}{I_{B_1}} = \frac{50 - 1}{3} = 16\ \Omega$$

La corriente de base en conducción en régimen permanente determina el valor de R_2. A partir de la Ecuación 10.2,

$$R_2 = \frac{V_i - v_{BE}}{I_{B_2}} - R_1 = \frac{50 - 1}{0{,}4} - 16 = 106\ \Omega$$

El valor de C se calcula a partir de la constante de tiempo necesaria. Para un ciclo de trabajo del 50 % a 100 kHz, el transistor conduce durante 5 μs. Haciendo que el tiempo de conducción del transistor sea cinco veces la constante de tiempo, $t = 1$ μs. De la Ecuación 10.3:

$$\tau = R_E C = \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) C = (13{,}9)C = 1\ \mu\text{s}$$

$$C = 0{,}072\ \mu\text{F}$$

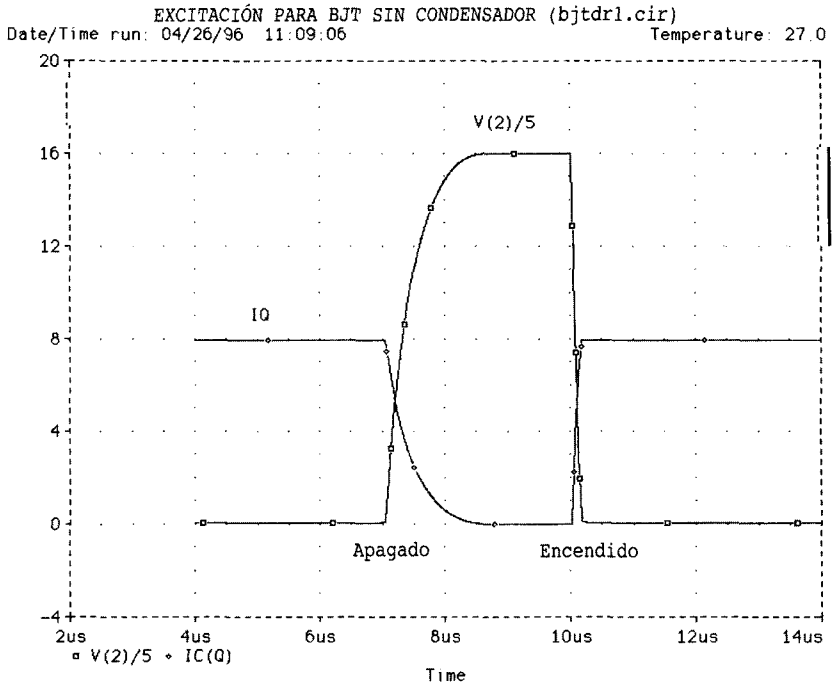
Ejemplo 10.3. Simulación en PSpice de un circuito de excitación de BJT

En la biblioteca de la versión de evaluación de PSpice no hay disponible ningún BJT de potencia. La siguiente simulación requiere la versión profesional de PSpice. Utilizando el modelo de PSpice para el Harris 2N6688 que hay en la biblioteca PWRBJT.LIB, simule el circuito de la Figura 10.6a con $V_s = 80$ V, una carga que es una resistencia de 10 Ω y los componentes de la excitación de base del Ejemplo 10.2. Efectúe la simulación en las dos condiciones siguientes: (a) omitiendo el condensador de la base y (b) incluyendo el condensador de excitación de la base. Determine la potencia absorbida por el transistor en cada caso.

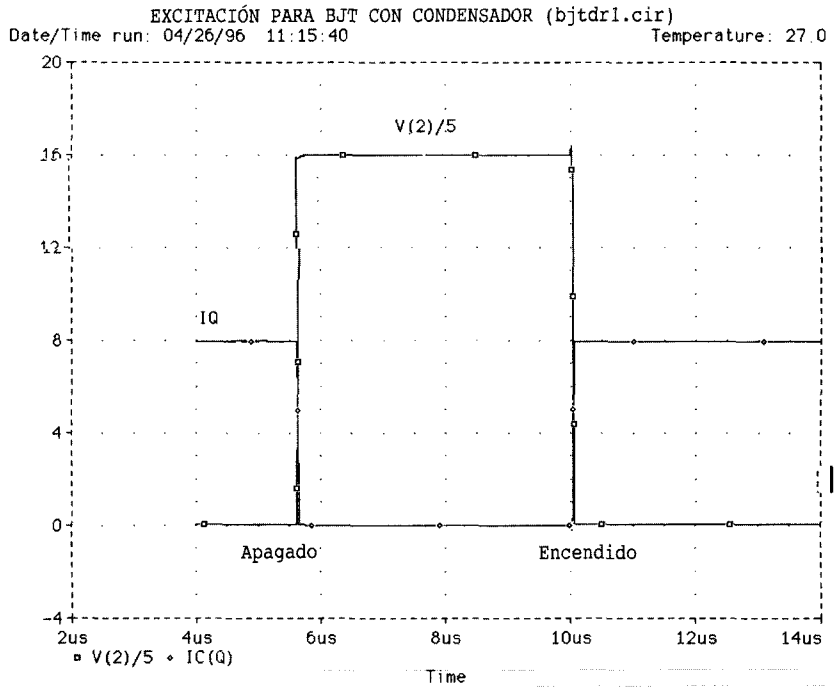
Solución. El archivo de entrada de PSpice es el siguiente:

```
EXCITACIÓN PARA BJT SIN CONDENSADOR (bjtdr1.cir)
VS 1 0 80
RL 1 2 10
Q 2 3 0 Q2N6688
.PARAM F = 100K T = {1/F} TR=10N TF = 10N PW={.5*T}
R1 5 4 16
R2 4 3 106
*C 4 3 .072UF IC=0      ;incluir para la parte b
Vi 5 0 PULSE(0 50 0 {TR} {TF} {PW} {T})
.LIB PWRBJT.LIB         ;sólo en la versión profesional de PSpice
.TRAN .1U 14U 4U .005U UIC
.PROBE
.END
```

En la Figura 10.7 se muestran las formas de onda de conmutación resultantes. Observe la significativa diferencia en los tiempos de conmutación con y sin el condensador de excitación de la base. La potencia absorbida por el transistor se calcula introduciendo AVG(V(2)*IC(Q)), que da un resultado de 14,5 W sin el condensador de base, y 1,8 W con el condensador.



(a)



(b)

Figura 10.7. Formas de onda de conmutación de un transistor bipolar (a) sin el condensador de base y (b) con el condensador de base.

Se pueden reducir los tiempos de conmutación manteniendo al transistor en la región de cuasi-saturación, que está justo después de la región lineal, pero sin entrar en saturación pura. Esto se puede controlar evitando que v_{CE} sea demasiado baja. Sin embargo, las pérdidas en conducción del BJT son mayores que si el transistor entrara más en saturación, donde la tensión colector-emisor es menor.

Un circuito enclavador, como el enclavador de Baker de la Figura 10.8, puede mantener al transistor en estado de cuasi-saturación, limitando la tensión colector-emisor. Hay n diodos en serie con la base, y se conecta un diodo D_s en derivación entre el de excitación y el colector. La tensión colector-emisor en estado de conducción se calcula mediante la ley de Kirchhoff:

$$v_{CE} = v_{BE} + nv_D - v_{D_s} \tag{10.4}$$

El valor deseado de v_{CE} se calcula a partir del número de diodos en serie con la base. El diodo D_0 permite invertir la corriente de base durante la puesta al corte.

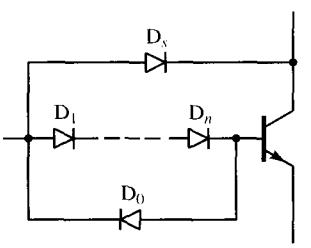


Figura 10.8. Enclavador de Baker para controlar el grado de saturación del BJT.

10.4. CIRCUITOS DE EXCITACIÓN DEL TIRISTOR

Los tiristores sólo necesitan una corriente de puerta momentánea para poner al dispositivo en conducción, en lugar de la señal de excitación continuada que necesitan los transistores. Los niveles de tensión en un circuito con tiristor pueden ser muy elevados, lo que requiere un aislamiento entre el circuito de excitación y el dispositivo. Este aislamiento eléctrico se consigue por medio de acoplamiento magnético u óptico. En la Figura 10.9a se muestra un circuito de excitación elemental de SCR con acoplamiento magnético. El circuito de control activa el transistor y establece una tensión en el primario y en el secundario del transformador, proporcionando la corriente de puerta necesaria para activar el SCR.

El circuito de excitación de puerta simple de la Figura 10.9b se puede utilizar en algunas aplicaciones en las que no se requiera aislamiento eléctrico. El circuito es un controlador de tensión monofásico (Capítulo 5) de la misma clase que el que podría utilizarse en un regulador de intensidad luminosa comercial. Se podría utilizar un SCR en lugar del triac T_1 para formar un rectificador controlado de media onda (Capítulo 3). El ángulo de retardo se controla por medio del circuito R-C conectado a la puerta a través del diac T_2. Los diac son miembros de la familia de los tiristores que funcionan como un triac auto-disparado. Cuando la tensión en el diac llega a un valor especificado, comienza a conducir y dispara al triac. Al hacerse positiva la tensión sinusoidal del generador, el condensador comienza a cargarse. Cuando la tensión en el condensador llega a la tensión de disparo del diac, se establece la corriente de puerta en el triac para ponerlo en conducción.

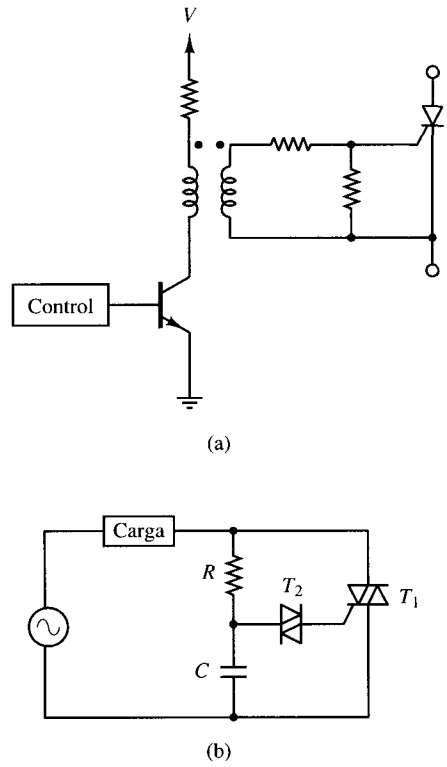


Figura 10.9. (a) Circuito de excitación de tiristor acoplado magnéticamente. (b) Circuito de excitación R-C simple.

10.5. CIRCUITOS DE PROTECCIÓN PARA EL TRANSISTOR

Los circuitos de protección reducen las pérdidas de potencia en un transistor durante la conmutación (aunque no necesariamente las pérdidas totales de conmutación) y protegen al dispositivo de los estreses a los que se ve sometido durante la conmutación debido a las altas tensiones y corrientes.

Como se estudió en el Capítulo 6, una gran parte de las pérdidas de potencia en un transistor ocurren durante la conmutación. La Figura 10.10a muestra un modelo de convertidor que tiene una gran carga inductiva, la cual se puede aproximar mediante un generador de corriente I_L. El análisis de las transiciones de conmutación de este circuito se basa en las leyes de Kirchhoff: la corriente de carga se debe dividir entre el transistor y el diodo; y la tensión del generador se debe dividir entre el transistor y la carga.

Con el transistor en conducción, el diodo está apagado y el transistor deja pasar la corriente de carga. Al apagarse el transistor, el diodo continúa polarizado en inversa hasta que la tensión del transistor v_Q aumenta hasta el valor de la tensión de fuente V_s y la tensión de la carga v_L disminuye hasta cero. Después de que la tensión del transistor llega a V_s, la corriente del diodo aumenta hasta I_L, mientras que la corriente del transistor disminuye hasta cero. Como resultado, hay un punto durante el apagado en el que la tensión y la corriente del transistor son altas simultáneamente, lo que provoca una forma de onda $p_Q(t)$ de la potencia instantánea que tiene forma triangular, como se ilustra en las Figuras 10.10b y 10.10c.

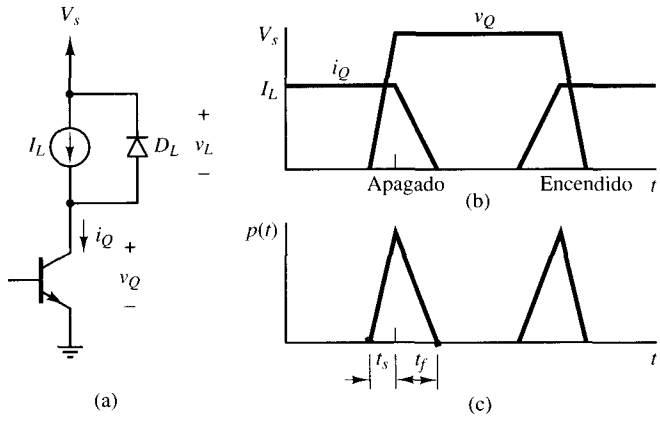


Figura 10.10. (a) Modelo de convertidor para conmutación con cargas inductivas. (b) Tensión y corriente durante la conmutación. (c) Potencia instantánea en el transistor.

Con el transistor apagado, toda la corriente de la carga pasa por el diodo. Durante la entrada en conducción, la tensión del transistor no puede caer por debajo de V_s hasta que el diodo se apague, que es cuando por el transistor pasa toda la corriente de carga y la corriente del diodo es cero. De nuevo, hay un punto en el que la tensión y la corriente del transistor son altas simultáneamente.

Un circuito de protección altera de forma ventajosa las formas de onda de la corriente y la tensión del transistor. En la Figura 10.11a se muestra un típico circuito de protección. El circuito de protección proporciona otro camino para la corriente de carga durante el apagado. Cuando el transistor se está desactivando y la tensión en él aumenta, el diodo de protección D_s se polariza en directa y el condensador comienza a cargarse. El condensador reduce el tiempo de cambio de la tensión en el transistor, retrasando la transición de la tensión de nivel bajo a nivel alto. El condensador se carga hasta la tensión final de desactivación del transistor y continúa cargado mientras el transistor está apagado. Cuando el transistor entra en conducción, el condensador se descarga a través del transistor y la resistencia de protección.

El tamaño del condensador de protección determina la velocidad de subida de la tensión en bornas del interruptor durante la puesta al corte. El transistor deja pasar la corriente de la carga antes del apagado, y durante éste la corriente del transistor disminuye aproximadamente de forma lineal, hasta que llega a cero. El diodo de la carga permanece apagado hasta que la tensión del condensador llega a V_s. Por el condensador de protección pasa el resto de la corriente de carga hasta que el diodo de carga comienza a conducir. Las corrientes del transistor y del condensador de protección durante la puesta al corte se expresan como

$$i_Q(t) = \begin{cases} I_L\left(1 - \dfrac{t}{t_f}\right) & \text{para} \quad 0 \leqslant t < t_f \\ 0 & t \geqslant t_f \end{cases} \tag{10.5}$$

$$i_C(t) = \begin{cases} I_L - i_Q(t) = \dfrac{I_L t}{t_f} & \text{para} \quad 0 \leqslant t < t_f \\ I_L & t_f \leqslant t < t_x \\ 0 & t \geqslant t_x \end{cases} \tag{10.6}$$

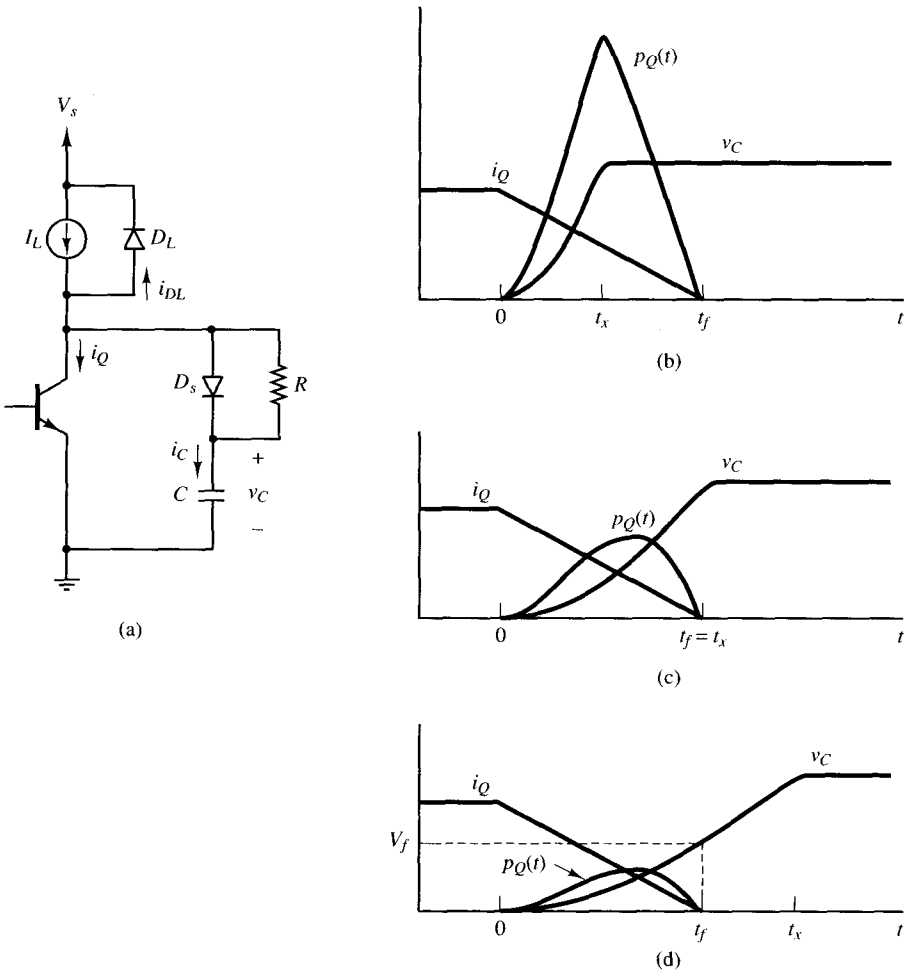


Figura 10.11. (a) Convertidor con circuito de protección de transistor. (b-d) Formas de onda durante la puesta al corte, para circuitos de protección con valores de capacidad sucesivamente más grandes.

donde t_x es el instante en el que la tensión del condensador llega a su valor final, determinado por la tensión de alimentación del circuito. En las Figuras 10.11b a 10.11d se muestra la tensión del condensador (y del transistor) para diferentes valores de C. Un condensador de protección pequeño hace que la tensión llegue a V_s antes de que la corriente del transistor sea cero, mientras que las capacidades grandes hacen que la tensión tarde más en alcanzar V_s. Observe que la energía absorbida por el transistor (el área situada por debajo de la curva de potencia instantánea) durante la conmutación disminuye a medida que aumenta el condensador de protección.

El condensador se elige basándose en la tensión deseada para el instante en el que la corriente del transistor llegue a cero. La tensión del condensador en la Figura 10.11d se expresa como:

$$v_C(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_0^t \frac{I_L t}{t_f}\,dt = \frac{I_L t^2}{2Ct_f} & \text{para} \quad 0 \leqslant t \leqslant t_f \\ \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_{t_f}^t I_L\,dt + v_c(t_f) = \frac{I_L}{C}(t - t_f) + \frac{I_L t_f}{2C} & t_f \leqslant t \leqslant t_x \\ V_s & t \geqslant t_x \end{cases} \tag{10.7}$$

Si la corriente del interruptor llega a cero antes de que el condensador se cargue por completo, la tensión del condensador se calcula a partir de la primera parte de la Ecuación 10.7. Haciendo $v_c(t_f) = V_f$,

$$V_f = \frac{I_L(t_f)^2}{2Ct_f} = \frac{I_L t_f}{2C}$$

Despejando C,

$$\boxed{C = \frac{I_L t_f}{2V_f}} \tag{10.8}$$

V_f es la tensión deseada del condensador cuando la corriente del transistor llega a cero ($V_f \leqslant V_s$). El condensador se elige a veces de forma que la tensión del interruptor alcance su valor final al mismo tiempo que la corriente toma el valor cero, en cuyo caso

$$C = \frac{I_L t_f}{2V_s} \tag{10.9}$$

donde V_s es la tensión final en bornas del interruptor mientras éste está abierto. Observe que la tensión final en bornas del transistor puede ser diferente de la tensión de continua del generador en algunas topologías. Los convertidores forward y flyback (Capítulo 7), por ejemplo, tienen tensiones en el interruptor para el estado de apagado iguales al doble de la entrada de continua.

El circuito de protección reduce la potencia absorbida por el transistor. La potencia absorbida antes de añadir el circuito de protección se calcula a partir de la forma de onda de la Figura 10.10c. Las pérdidas de potencia para el apagado se calculan a partir de

$$P_Q = \frac{1}{T}\int_0^T p_Q(t)\,dt \tag{10.10}$$

La integral anterior se evalúa determinando el área situada bajo el triángulo para el apagado, lo que da la siguiente expresión para la pérdida de potencia durante el apagado sin circuito de protección:

$$P_Q = \frac{1}{2} I_L V_s (t_s + t_f) f \tag{10.11}$$

donde $(t_s + t_f)$ es el tiempo de conmutación para el apagado y $f = 1/T$ es la frecuencia de conmutación.

La potencia absorbida por el transistor durante el apagado tras añadir el circuito de protección aparece en la versión original se calcula a partir de las Ecuaciones 10.5, 10.7 y 10.10:

$$P_Q = \frac{1}{T}\int_0^T v_Q i_Q\,dt = f\int_0^{t_f}\left(\frac{I_L t^2}{2Ct_f}\right)I_L\left(1-\frac{t}{t_f}\right)dt = \frac{I_L^2 t_f^2 f}{24C} \tag{10.12}$$

La ecuación anterior es válida para el caso de que $t_f \leqslant t_x$, como en las Figuras 10.11c y 10.11d.

Se elige una resistencia tal que el condensador se descargue antes de que el transistor vuelva a apagarse. Es necesario un intervalo de tiempo igual a entre tres y cinco constantes de tiempo para que se descargue el condensador. Suponiendo que la descarga completa sean cinco constantes de tiempo, el tiempo de conducción para el transistor es de

$$t_{on} > 5RC$$

o

$$R < \frac{t_{on}}{5C} \tag{10.13}$$

El condensador se descarga a través de la resistencia y el transistor cuando el transistor entra en conducción. La energía almacenada en el condensador es

$$W = \frac{1}{2}CV_s^2 \tag{10.14}$$

Esta energía se transfiere mayoritariamente a la resistencia durante el tiempo de conducción del transistor. La potencia absorbida por la resistencia es la energía dividida entre el tiempo, siendo éste igual al periodo de conmutación:

$$P_R = \frac{\frac{1}{2}CV_s^2}{T} = \frac{1}{2}CV_s^2 f \tag{10.15}$$

donde f es la frecuencia de conmutación. La Ecuación 10.15 indica que la disipación de potencia en la resistencia de protección es proporcional al tamaño del condensador de protección. *Un condensador grande reduce la pérdida de potencia en el transistor* (*Ecuación* 10.12), *pero a expensas de una pérdida de potencia en la resistencia de protección.* Observe que la potencia disipada en la resistencia de protección es independiente del tamaño de ésta. El tamaño de la resistencia determina la velocidad de descarga del condensador cuando el transistor entra en conducción.

La potencia absorbida por el transistor es más baja para una capacidad grande, pero la potencia absorbida por la resistencia de protección es mayor en este caso. La potencia total para la puesta al corte del transistor es la suma de las potencias del transistor y del circuito de protección. La Figura 10.12 muestra la relación entre las pérdidas del transistor, del circuito de protección y totales. El uso del circuito de protección puede reducir el total de pérdidas de conmutación, pero quizás los más importante es que el circuito de protección reduce las pérdidas en el transistor y, por tanto, las necesidades de refrigeración del dispositivo. El transistor es más propenso a fallar y es más difícil de refrigerar que la resistencia, por lo que el circuito de protección hace que el diseño sea más fiable.

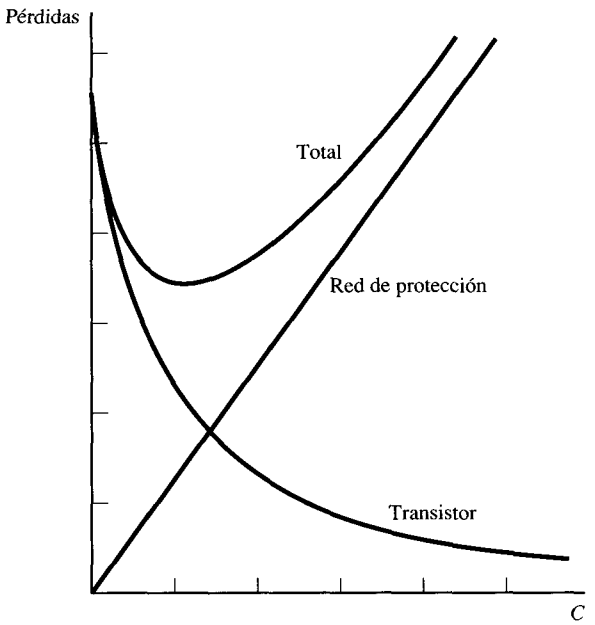


Figura 10.12. Pérdidas en el transistor, en la red de protección y totales durante el apagado, en función de la capacidad de protección.

Ejemplo 10.4. Diseño de un circuito de protección de transistor

El convertidor y el circuito de protección de la Figura 10.11a tienen V_s = 100 V e I_L = 5 A. La frecuencia de conmutación es de 100 kHz, con un ciclo de trabajo del 50 %, y el transistor se apaga en 0,5 μs. (a) Determine las pérdidas de apagado sin circuito de protección, si la tensión del transistor llega a V_s en 0,1 μs. (b) Diseñe un circuito de protección usando el criterio de que la tensión del transistor alcance su valor final al mismo tiempo que la corriente del transistor llega a cero. (c) Determine las pérdidas del transistor durante el apagado y la potencia disipada en la resistencia al añadir el circuito de protección.

Solución. **(a)** Las formas de onda de la tensión, de la corriente y de la potencia instantánea durante el apagado sin el circuito de protección son como las de la Figura10.10. La tensión del transistor llega a 100 V mientras la corriente sigue en 5 A, lo que da un pico de potencia instantánea de (100 V)(5 A) = = 500 W. La base del triángulo de potencia es de 6 μs, formando un área de 0,5(500 W)(0,6 μs) = 150 μJ. El periodo de conmutación es de $1/f = 1/100.000$ s, por lo que las pérdidas de potencia en el transistor durante el apagado son de $W/T = (150)(10)^{-6}(100.000) = 15$ W. La Ecuación 10.11 da el mismo resultado.

$$P_Q = \frac{1}{2} I_L V_s (t_s + t_f) f = \frac{1}{2} (5)(100)(0{,}1 + 0{,}5)(10)^{-6}(10)^5 = 15 \text{ W}$$

(b) El condensador de protección se determina a partir de la Ecuación 10.9:

$$C = \frac{I_L t_f}{2V_s} = \frac{(5)(0{,}5)(10)^{-6}}{(2)(100)} = 1{,}25(10)^{-8} = 0{,}0125 \ \mu\text{F}$$

La resistencia de protección se elige usando la Ecuación 10.13. La frecuencia de conmutación es de 100 kHz, lo que corresponde con un periodo de 10 μs. El tiempo de conducción del tran-

sistor es de aproximadamente la mitad del periodo, o 5 μs. El valor de la resistencia es entonces de

$$R < \frac{t_{on}}{5C} = \frac{5\ \mu s}{5(0{,}0125\ \mu F)} = 80\ \Omega$$

El valor de la resistencia no es crítico. Como cinco constantes de tiempo es un criterio de diseño conservador, la resistencia no necesita ser exactamente de 80 Ω.

(c) La potencia absorbida por el transistor se calcula a partir de la Ecuación 10.12:

$$P_Q = \frac{I_L^2 t_f^2 f}{24C} = \frac{5^2[(0{,}5)(10)^{-6}]^2 10^5}{24(1{,}25)(10)^{-8}} = 2{,}08\ W$$

La potencia absorbida por la resistencia de protección se calcula a partir de la Ecuación 10.15:

$$P_R = \frac{1}{2} CV_s^2 f = \frac{0{,}0125(10)^{-6}(100)^2(100.000)}{2} = 6{,}25\ W$$

La potencia total debida a las pérdidas de apagado con el circuito de protección es de 2,08 + 6,25 = 8,33 W, inferior a los 15 W que se obtenían sin circuito de protección. Las pérdidas en el transistor se reducen significativamente con el circuito de protección, y también las pérdidas totales de apagado se reducen en este caso.

La otra función del circuito de protección es reducir los estreses a que se ve sometido el transistor debido a las tensiones y las corrientes. La tensión y la corriente en un transistor no deben sobrepasar los valores máximos especificados. Además, la temperatura de la unión debe permanecer dentro de los límites permitidos. En el transistor bipolar también se debe evitar que se produzca una corriente alta con tensión alta, a causa de un fenómeno llamado segunda avalancha secundaria. La segunda avalancha secundaria es el resultado de una distribución no uniforme de la corriente en la unión colector-base cuando tanto la tensión como la corriente son elevadas, lo que produce un calentamiento localizado en el transistor y su posterior fallo.

El área de funcionamiento seguro con polarización directa (forward-bias safe operating area, FBSOA o SOA) de un BJT es el área comprendida entre los límites de la tensión, la corriente, térmico y de segunda avalancha secundaria, mostrada en la Figura 10.13a. La FBSOA indica la capacidad de transportar corriente del transistor cuando la unión base-emisor está polarizada en directa, y determina los límites máximos en régimen permanente y para entrada en conducción. El área de funcionamiento seguro se puede ampliar verticalmente para operación con pulsos: es decir, la corriente puede ser mayor si es intermitente en lugar de continua. Adicionalmente, existe un área de funcionamiento seguro con polarización inversa (RBSOA, reverse-bias safe operating area), que se muestra en la Figura 10.13b. La *polarización directa* y la *polarización inversa* hacen referencia a la polarización de la unión base-emisor. La trayectoria tensión-corriente de las formas de onda de conmutación de la Figura 10.11 se muestra en la Figura 10.13c. Un circuito de protección puede alterar dicha trayectoria y evitar el funcionamiento fuera de las áreas SOA y RBSOA. En un MOSFET no hay segunda avalancha secundaria.

Existen otras posibles localizaciones del circuito de protección. En la Figura 10.14 se muestra un convertidor forward con un circuito de protección conectado entre el transistor y la entrada positiva del generador, en lugar de a masa. El circuito de protección funciona como el de la Figura 10.11, excepto en que la tensión final en el condensador es V_s en lugar de $2V_s$.

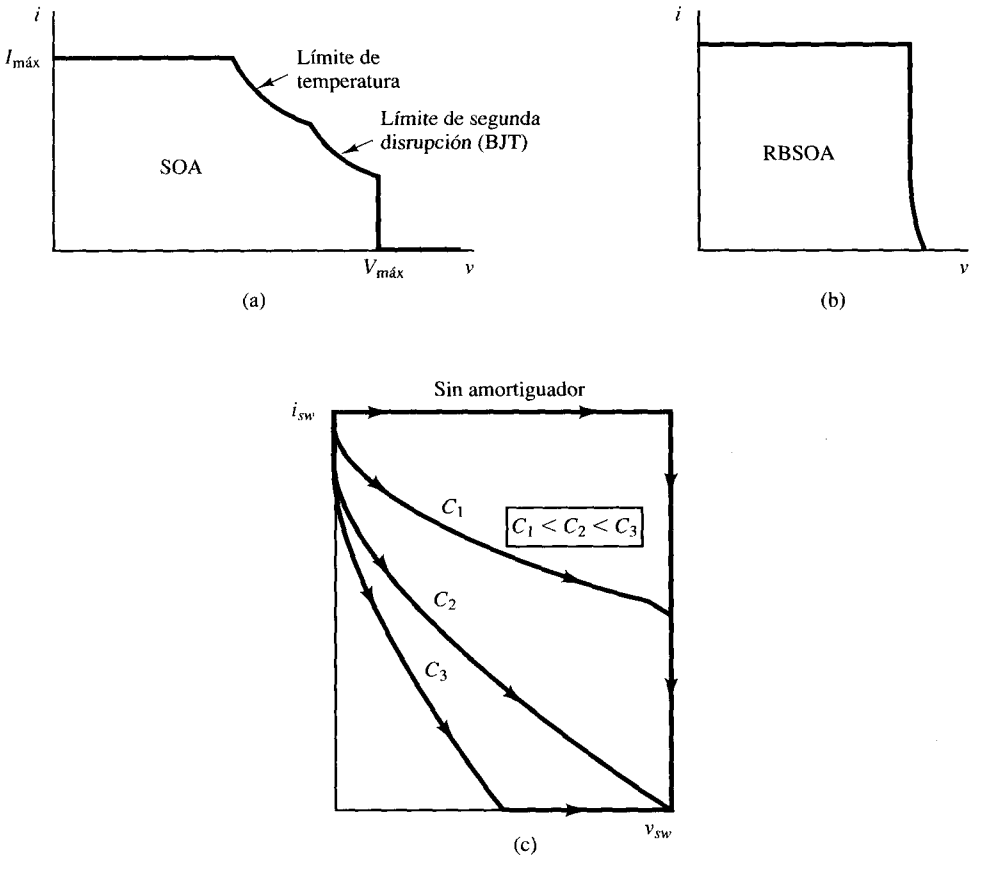


Figura 10.13. (a) Área de funcionamiento seguro de un transistor y (b) área de funcionamiento seguro en polarización inversa de un transistor. (c) Trayectorias de conmutación durante la puesta al corte para diferentes condensadores de protección.

Uno de los factores que provocan estreses de tensión en un transistor es la energía almacenada en la inductancia de dispersión de un transformador. El convertidor flyback retorno de la Figura 10.15, por ejemplo, incluye la inductancia de dispersión L_1, que se despreció en el análisis de

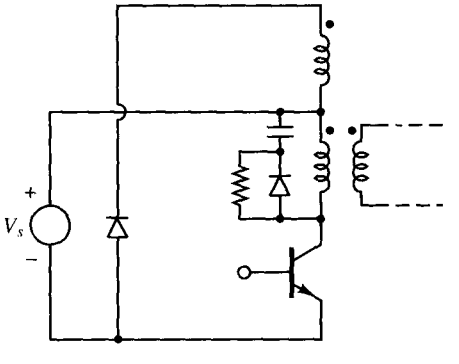


Figura 10.14. Colocación alternativa del circuito de protección en el convertidor forward.

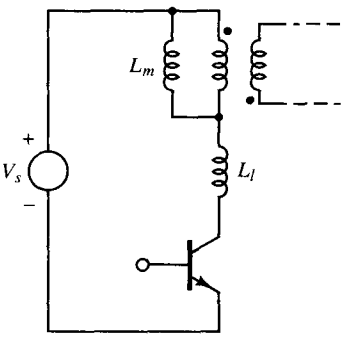


Figura 10.15. Convertidor de flyback incluyendo una inductancia de dispersión en el transformador.

convertidores del Capítulo 7 pero que es importante a la hora de analizar los estreses a que se ve sometido el interruptor. La inductancia de dispersión conduce la misma corriente que el transistor interruptor cuando éste está activado. Cuando el transistor se apaga, la corriente en la inductancia de dispersión no puede cambiar de forma instantánea. La elevada *di/dt* causada por la corriente que disminuye rápidamente puede provocar una alta tensión en bornas del transistor.

El circuito de protección de la Figura 10.11 puede reducir los estreses de tensión en el transistor, además de reducir las pérdidas del transistor. La combinación diodo-condensador-resistencia proporciona a la corriente una ruta paralela al transistor. Cuando el transistor se apaga, la corriente mantenida por la inductancia de dispersión del transformador polariza en directa al diodo y carga el condensador. El condensador absorbe la energía que estaba almacenada en la inductancia de dispersión y reduce el pico de tensión que hubiera aparecido en el transistor. Esta energía se disipa en la resistencia de protección cuando el transistor comienza a conducir.

Los circuitos de protección de entrada en conducción protegen al dispositivo de una tensión y corriente simultáneamente elevadas durante la entrada en conducción. Al igual que con los circuitos de protección de apagado, el objetivo del circuito de protección de entrada en conducción es modificar las formas de onda tensión-corriente para reducir la pérdida de potencia. Una inductancia en serie con el transistor ralentiza la velocidad de subida de la corriente y puede reducir el solapamiento de una alta tensión y una alta corriente. En la Figura 10.16 se muestra un circuito de protección de entrada en conducción. El diodo de protección está apagado durante la entrada en conducción. Durante el apagado, la energía almacenada en la inductancia de protección se disipa en la resistencia.

Si también se utiliza un circuito de protección de apagado, la energía almacenada en la inductancia del circuito de protección de entrada en conducción se puede transferir al circuito de protección de apagado sin necesidad del diodo y la resistencia adicionales. La inductancia de dispersión o parásita que existe intrínsecamente en los circuitos puede hacer la función de un circuito de protección de entrada en conducción sin necesidad de una inductancia adicional.

10.6. CIRCUITOS DE PROTECCIÓN DE RECUPERACIÓN DE ENERGÍA

Los circuitos de protección reducen la potencia disipada en el transistor, pero la resistencia de protección también disipa una potencia que se pierde en forma de calor. La energía almacenada en el condensador de protección se transfiere al final a la resistencia de protección. Si la energía

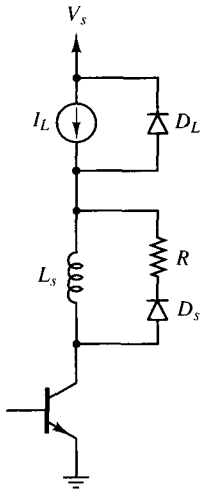


Figura 10.16. Circuito de protección de entrada en conducción para un transistor.

almacenada en el condensador de protección pudiera ser transferida a la carga, o de vuelta a la fuente, ya no es necesaria la resistencia de protección, y se reducen las pérdidas.

Un método de recuperar energía en un circuito de protección es el mostrado en la Figura 10.17. D_s y C_s actúan como el circuito de protección de la Figura 10.11a durante el apagado: C_s se carga hasta V_s y retrasa la subida de tensión en el transistor. Durante la entrada en conducción, se forma un camino para la corriente a través de Q, C_s, L, D_1 y C_1, provocando la aparición de una corriente oscilatoria. La carga inicialmente almacenada en C_s se transfiere a C_1. En el apagado siguiente, C_1 se descarga a través de D_2 sobre la carga, mientras que C_s se carga de nuevo. Resumiendo, la energía almacenada en C_s durante el apagado se transfiere en primer lugar a C_1 y luego se transfiere a la carga.

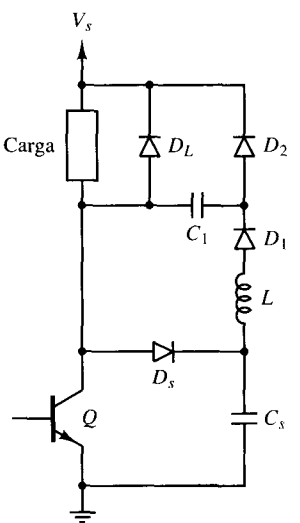


Figura 10.17. Circuito de protección con recuperación de energía.

10.7. CIRCUITOS DE PROTECCIÓN PARA EL TIRISTOR

El objeto de un circuito de protección para un tiristor es sobre todo el de proteger al dispositivo de las elevadas velocidades de variación de la tensión ánodo-cátodo y de la corriente de ánodo. Si dv/dt en el tiristor es demasiado grande, el dispositivo comienza a conducir sin que haya una señal de puerta. Si di/dt es demasiado elevada durante la entrada en conducción, habrá un calentamiento localizado, a causa de la alta densidad de corriente en la región de conexión de la puerta a medida que la corriente se extiende por toda la unión.

Los circuitos de protección para un tiristor pueden ser como los utilizados para los transistores, o pueden ser del tipo no polarizado que se muestra en la Figura 10.18. La inductancia serie limita el valor de di/dt y la conexión R-C paralelo limita dv/dt.

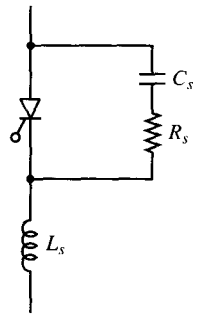


Figura 10.18. Circuito de protección para tiristor.

10.8. RESUMEN

La velocidad de conmutación de un transistor viene determinada no sólo por el propio dispositivo, sino también por el circuito de excitación de base o puerta. El circuito de excitación totempole para MOSFET reduce de forma significativa el tiempo de conmutación al generar y absorber las corrientes de puerta requeridas para suministrar y eliminar con rapidez la carga almacenada en el MOSFET. Un circuito de excitación de base para el transistor bipolar que incluya elevados picos de corriente durante la entrada en conducción y el apagado, reduce de forma significativa los tiempos de conmutación.

Los circuitos de protección reducen las pérdidas de potencia en el dispositivo durante la conmutación y protegen al dispositivo de los esfuerzos de conmutación producidos por las elevadas corrientes y tensiones. Los circuitos de protección reducen las pérdidas de conmutación en los transistores, pero las pérdidas totales de conmutación pueden o no reducirse, ya que se disipa potencia en el circuito de protección. Los circuitos de protección para recuperación de energía pueden reducir aún más las pérdidas de conmutación, eliminando la necesidad de una resistencia de protección.

BIBLIOGRAFÍA

S. B. DEWAN y A. STRAUGHEN, *Power Semiconductor Circuits*, John Wiley & Sons, 1975.
D. A. GRANT y J. GROVER, *Power MOSFETS: Theory and Applications*, John Wiley & Sons, 1989

W. MCMURRAY, «Optimum Snubbers for Power Semiconductors», *IEEE Trans, Industry Applications*, Vol. 8, n.º. 5, sept./oct. 1972, pp. 593-600.
R. S. RAMSHAW, *Power Electronics Semiconductor Switches*, 2.ª Ed. Chapman and Hall, 1993.
R. E. TARTER, *Principles of Solid-state Power Conversion*, Howard W.Sams & Co, Inc., 1985.
R. E. TARTER, *Solid-State Power Conversion Handbook*, John Wiley & Sons, 1993.
B. W. WILLIAMS, *Power Electronics: Devices, Drivers and Applications*, 2.ª Ed. John Wiley & Sons, 1992.

PROBLEMAS

Circuitos de excitación para MOSFET

10.1. **(a)** Efectúe una simulación en PSpice de los circuitos del Ejemplo 10.1 y utilice Probe para determinar por separado las pérdidas de potencia para el encendido y apagado. Para ello, le resultará útil la opción de restricción de datos.
(b) A partir de las simulaciones de PSpice, determine los valores de pico, medio y eficaz de la corriente de puerta del MOSFET en cada una de las simulaciones.

10.2. Repita la simulación en PSpice para el circuito de excitación del MOSFET de la Figura 10.1a usando $R_1 = 75$, 50 y 25 Ω. ¿Cuál es el efecto de reducir la resistencia de salida del circuito de excitación?

Circuito de excitación del transistor bipolar

10.3. Diseñe un circuito de excitación de transistor bipolar con una corriente de base inicial de 5 A durante la entrada en conducción, que se reduce a 0,5 A para mantener la corriente de colector durante el estado activado. La frecuencia de conmutación es de 80 kHz y el ciclo de trabajo es del 50 %.

10.4. Diseñe un circuito de excitación de transistor bipolar con una corriente de base inicial de 4 A durante la entrada en conducción, que se reduce a 0,6 A para mantener la corriente de colector durante el estado activado. La frecuencia de conmutación es de 40 kHz y el ciclo de trabajo es del 50 %.

Circuitos de protección

10.5. Para el circuito de protección de la Figura 10.11a, $V_s = 50$, $I_L = 5$ A, $C = 0{,}05$ μF, $R = 5$ Ω y $t_f = 0{,}5$ μs. La frecuencia de conmutación es de 120 kHz y el ciclo de trabajo es de 0,4.

(a) Determine expresiones para i_Q, i_c y v_c durante el apagado del transistor.
(b) Trace las gráficas de las formas de onda de i_Q y v_c durante el apagado.
(c) Calcule las perdidas durante el apagado en el interruptor y en el circuito de protección.

10.6. Repita el Problema 10.5 utilizando $C = 0{,}01$ μF.

10.7. Diseñe un circuito de protección de apagado como el de la Figura 10.11a para $V_s = 150$ V, $I_L = 10$ A y $t_f = 0{,}6$ μs. La frecuencia de conmutación es de 100 kHz y el ciclo de trabajo es de 0,4. Use el criterio de que la tensión del interruptor debería llegar a V_s cuando la corriente del interruptor llegue a cero y que se requieren cinco constantes de tiempo para que se descargue el condensador cuando se abre el interruptor. Calcule las pérdidas durante el apagado del interruptor y el circuito de protección.

10.8. Repita el Problema 10.7 usando el criterio de que la tensión del interruptor llega a 75 V cuando la corriente del interruptor llega a cero.

10.9. Diseñe un circuito de protección de apagado como el de la Figura 10.11a para $V_s = 170$ V, $I_L = 7$ A y $t_f = 0{,}5$ μs. La frecuencia de conmutación es de 125 kHz y el ciclo de trabajo es de 0,4. Aplique el criterio de que la tensión del interruptor debería llegar a V_s cuando la corriente del interruptor llegue a cero y que se requieren cinco constantes de tiempo para que se descargue el condensador cuando se abre el interruptor. Calcule las pérdidas durante el apagado del interruptor y el circuito de protección.

10.10. Repita el Problema 10.9 usando el criterio de que la tensión del interruptor llega a 125 V cuando la corriente del interruptor llega a cero.

10.11. Un interruptor tiene un tiempo de caída de corriente t_f de 0,5 μs y se utiliza en un convertidor que se modela como en la Figura 10.10a. La tensión de la fuente y la tensión final en bornas del interruptor son de 80 V, la corriente de la carga es de 5 A, la frecuencia de conmutación es de 80 kHz y el ciclo de trabajo es de 0,35. Diseñe un circuito de protección que limite a 1 W las pérdidas durante el apagado en el interruptor. Determine la potencia absorbida por la resistencia de protección.

10.12. Un interruptor tiene un tiempo de caída de corriente t_f de 0,7 μs y se utiliza en un convertidor que se modela como en la Figura 10.10a. La tensión de la fuente y la tensión final en el interruptor son 120 V, la corriente de la carga es de 6 A, la frecuencia de conmutación es de 100 kHz y el ciclo de trabajo es igual a 0,3. Diseñe un circuito de protección que limite a 2 W las pérdidas durante el apagado en el interruptor. Determine la potencia absorbida por la resistencia de protección.

APÉNDICE

A

SERIES DE FOURIER PARA ALGUNAS FORMAS DE ONDAS COMUNES

LAS SERIES DE FOURIER

La serie de Fourier para una función periódica $f(t)$ puede expresarse en forma trigonométrica como:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t)]$$

donde:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\, dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega_0 t)\, dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \operatorname{sen}(n\omega_0 t)\, dt$$

Los senos y cosenos de una misma frecuencia pueden combinarse en una sinusoide, dando lugar a una expresión alternativa para la serie de Fourier:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n)$$

donde $$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \text{y} \quad \theta_n = \tan^{-1}\left(\frac{-b_n}{a_n}\right)$$

o

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t + \theta_n)$$

donde $$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \text{y} \quad \theta_n = \tan^{-1}\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$$

El valor eficaz de $f(t)$ puede calcularse a partir de la serie de Fourier:

$$F_{\text{rms}} = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} F_{n,\text{rms}}^2} = \sqrt{a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{C_n}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

SINUSOIDE RECTIFICADA DE MEDIA ONDA (FIGURA A.1)

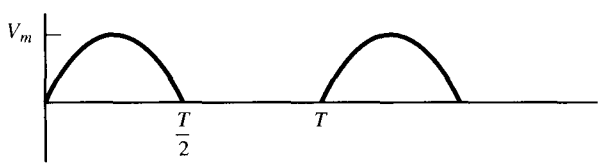


Figura A.1. Sinusoide rectificada de media onda.

$$v_o(t) = \frac{V_m}{\pi} + \frac{V_m}{2}\operatorname{sen}(\omega_0 t) - \sum_{n=2,4,6,\ldots}^{\infty} \frac{2V_m}{(n^2-1)\pi}\cos(n\omega_0 t)$$

SINUSOIDE RECTIFICADA DE ONDA COMPLETA (FIGURA A.2)

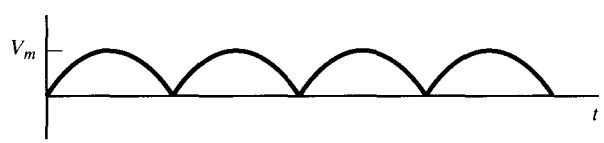


Figura A.2. Sinusoide rectificada de onda completa.

$$v_o(t) = V_0 + \sum_{n=2,4,\ldots}^{\infty} V_n \cos(n\omega_0 t + \pi)$$

donde $$V_0 = \frac{2V_m}{\pi}$$

y

$$V_n = \frac{2V_m}{\pi}\left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1}\right)$$

RECTIFICADOR TRIFÁSICO EN PUENTE (FIGURA A.3)

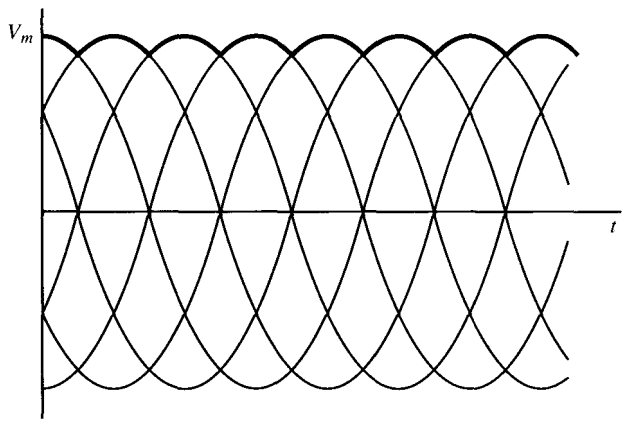


Figura A.3. Salida del rectificador trifásico en puente.

La serie de Fourier para un convertidor de seis impulsos es:

$$v_o(t) = V_0 + \sum_{n=6,\,12,\,18,\,\ldots}^{\infty} V_n \cos(n\omega_0 t + \pi)$$

$$V_0 = \frac{3V_{m,\,L-L}}{\pi} = 0{,}955V_{m,\,L-L}$$

$$V_n = \left[\frac{6V_{m,\,L-L}}{\pi(n^2-1)}\right] \qquad n = 6,\ 12,\ 18,\ \ldots$$

donde $V_{m,\,L-L}$ es la tensión máxima línea-línea del generador trifásico, que es $\sqrt{2}V_{L-L,\,\text{rms}}$.

La serie de Fourier de las corrientes en la fase «a» de la línea de alterna (consulte la Figura 4.17) es:

$$i_a(t) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_o\left(\cos\omega_0 t - \frac{1}{5}\cos 5\omega_0 t + \frac{1}{7}\cos 7\omega_0 t - \frac{1}{11}\cos 11\,\omega_0 t + \frac{1}{13}\cos 13\omega_0 t - \cdots\right)$$

la cual está compuesta por términos a la frecuencia fundamental del sistema de alterna y en los armónicos de orden $6k \pm 1$, $k = 1, 2, 3, \ldots$

RMA DE ONDA PULSANTE (FIGURA A.4)

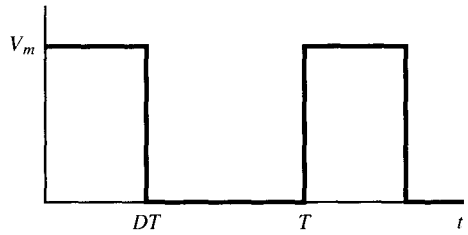


Figura A.4. Forma de onda pulsante.

$$a_0 = V_m D$$

$$a_n = \left(\frac{V_m}{n\pi}\right) \text{sen}\,(n2\pi D)$$

$$b_n = \left(\frac{V_m}{n\pi}\right)[1 - \cos\,(n2\pi D)]$$

$$C_n = \left(\frac{\sqrt{2}V_m}{n\pi}\right)\sqrt{1 - \cos\,(n2\pi D)}$$

NDA CUADRADA (FIGURA A.5)

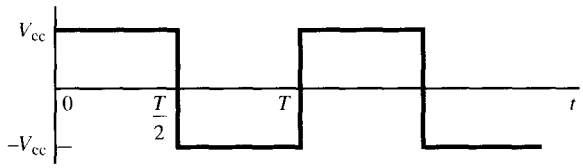


Figura A.5. Onda cuadrada.

La serie de Fourier contiene los armónicos impares y se puede representar del modo siguiente:

$$v_o(t) = \sum_{n,\ \text{impar}} \left(\frac{4V_{cc}}{n\pi}\right) \text{sen}\,(n\omega_0 t)$$

ONDA CUADRADA MODIFICADA (FIGURA A.6)

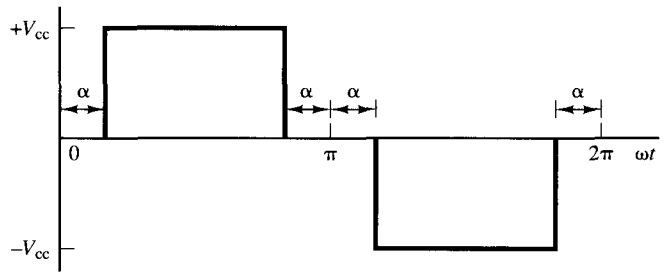


Figura A.6. Onda cuadrada modificada.

La serie de Fourier de la forma de onda se expresa de este modo:

$$v_o(t) = \sum_{n,\ \text{impar}} V_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t)$$

donde

$$V_n = \left(\frac{4V_{cc}}{n\pi}\right)\cos(n\alpha)$$

INVERSOR TRIFÁSICO DE SEIS PASOS (FIGURA A.7)

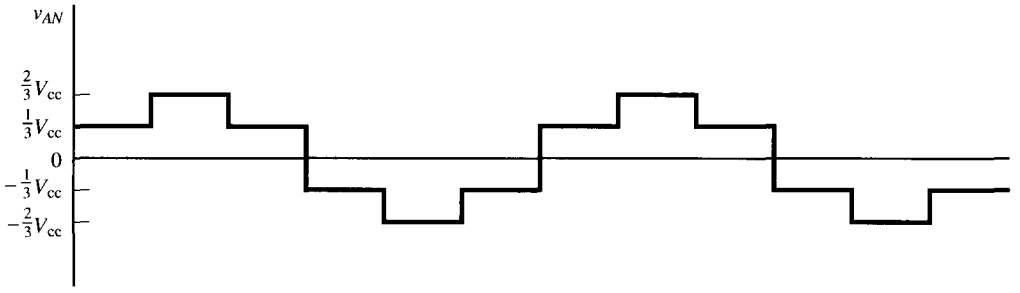


Figura A.7. Salida del inversor trifásico de seis pasos.

La serie de Fourier para la tensión de salida de un inversor trifásico de seis pasos (consulte la Figura 8.17) tiene una frecuencia fundamental igual a la frecuencia de conmutación. Las frecuencias armónicas son de orden $6k \pm 1$ para $k = 1, 2, \ldots$ ($n = 5, 7, 11, 13, \ldots$). El tercer armónico y los múltiplos del mismo no existen, y tampoco existen los armónicos pares. Para una tensión de entrada V_{cc}, la tensión de salida línea-neutro para una carga en estrella sin conexión a tierra tiene los siguientes coeficientes de Fourier:

$$V_{n,\,L-N} = \left|\frac{2V_{cc}}{3n\pi}\left[2 + \cos\left(n\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(n\frac{2\pi}{3}\right)\right]\right|$$

$$n = 1, 5, 7, 11, 13, \ldots$$

APÉNDICE

B

PROMEDIADO DEL ESPACIO DE ESTADOS

Los resultados del siguiente desarrollo se han utilizado en la Sección 7.12, donde se analiza el control de las fuentes de alimentación de corriente continua, en el Capítulo 7. Un método general para describir un circuito que cambia a lo largo de un periodo de conmutación se denomina *promediado del espacio de estados*. La técnica requiere dos grupos de ecuaciones de estado que describan el circuito: un grupo para el interruptor cerrado y otro para el interruptor abierto. Luego se calcula la media de estas dos ecuaciones de estado durante el periodo de conmutación. Una descripción de un sistema mediante variables de estado sería como la siguiente:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{v} \tag{B.1}$$

$$v_o = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} \tag{B.2}$$

Las ecuaciones de estado para un circuito conmutado con dos topologías resultantes son como sigue:

Interruptor cerrado	**Interruptor abierto**	
$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_1\mathbf{x} + \mathbf{B}_1\mathbf{v}$	$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_2\mathbf{x} + \mathbf{B}_2\mathbf{v}$	
$v_o = \mathbf{C}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{x}$	$v_o = \mathbf{C}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{x}$	(B.3)

Si el interruptor está cerrado durante el tiempo dT y abierto durante $(1 - d)T$, las ecuaciones anteriores tienen una media ponderada de:

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{A}_1 d + \mathbf{A}_2(1 - d)]\mathbf{x} + [\mathbf{B}_1 d + \mathbf{B}_2(1 - d)]\mathbf{v} \tag{B.4}$$

$$v_o = [\mathbf{C}_1^{\mathrm{T}} d + \mathbf{C}_2^{\mathrm{T}}(1 - d)]\mathbf{x} \tag{B.5}$$

Por tanto, una descripción promediada del sistema mediante variables de estado se realiza del mismo modo que en las Ecuaciones (B.1) y (B.2), con:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{A}_1 d + \mathbf{A}_2(1 - d) \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_1 d + \mathbf{B}_2(1 - d) \\ \mathbf{C}^{\mathrm{T}} &= \mathbf{C}_1^{\mathrm{T}} d + \mathbf{C}_2^{\mathrm{T}}(1 - d) \end{aligned} \tag{B.6}$$

Pequeña señal y régimen permanente

Separamos los análisis de pequeña señal y de régimen permanente del sistema, suponiendo que las variables sufren perturbaciones en torno al punto de operación de régimen permanente. En concreto:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{X} + \tilde{\mathbf{x}} \\ d &= D + \tilde{d} \\ \mathbf{v} &= \mathbf{V} + \tilde{\mathbf{v}} \end{aligned} \tag{B.7}$$

donde X, D y V representan los valores de régimen permanente y $\tilde{\mathbf{x}}$, $\tilde{d}$ y $\tilde{\mathbf{v}}$ representan los valores de pequeña señal.

Para el régimen permanente, $\dot{\mathbf{x}} = 0$ y los valores de pequeña señal son cero. La Ecuación (B.1) se convierte en:

$$0 = \mathbf{AX} + \mathbf{BV}$$

o

$$\mathbf{X} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{BV} \tag{B.8}$$

$$V_o = -\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{BV} \tag{B.9}$$

donde las matrices son las medias ponderadas de la Ecuación (B.6).

El análisis de pequeña señal comienza teniendo en cuenta que la derivada de la componente de régimen permanente es cero:

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{X}} + \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{0} + \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \tag{B.10}$$

Sustituimos las magnitudes de régimen permanente y de pequeña señal en la Ecuación (B.4):

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = [\mathbf{A}_1(D + \tilde{d}) + \mathbf{A}_2(1 - (D + \tilde{d}))] + \mathbf{B}_1(D + \tilde{d}) + \mathbf{B}_2(1 - (D + \tilde{d}))][\mathbf{V} + \tilde{\mathbf{v}}] \tag{B.11}$$

Si los productos de los términos $\tilde{\mathbf{x}}\tilde{d}$ de pequeña señal pueden ser omitidos y si la entrada se supone constante, $\mathbf{v} = \mathbf{V}$ y:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = [\mathbf{A}_1 D + \mathbf{A}_2(1 - D)]\tilde{\mathbf{x}} + [(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2)\mathbf{X} + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2)\mathbf{V}]\tilde{d} \tag{B.12}$$

Del mismo modo, la salida se obtiene a partir de la Ecuación (B.5):

$$\tilde{v}_o = [\mathbf{C}_1^{\mathrm{T}} + \mathbf{C}_2^{\mathrm{T}}(1 - D)]\tilde{\mathbf{x}} + [(\mathbf{C}_1^{\mathrm{T}} - \mathbf{C}_2^{\mathrm{T}})\mathbf{X}]\tilde{d} \tag{B.13}$$

Ecuaciones de estado para el convertidor reductor

El promediado del espacio de estados resulta útil para desarrollar funciones de transferencia para los circuitos conmutados como, por ejemplo, los convertidores CC-CC. Utilizaremos el convertidor reductor en este ejemplo. Las ecuaciones de estado para el interruptor cerrado se desarrollan a partir de la Figura B.1a y las ecuaciones de estado para el interruptor abierto, a partir de la Figura B.1b.

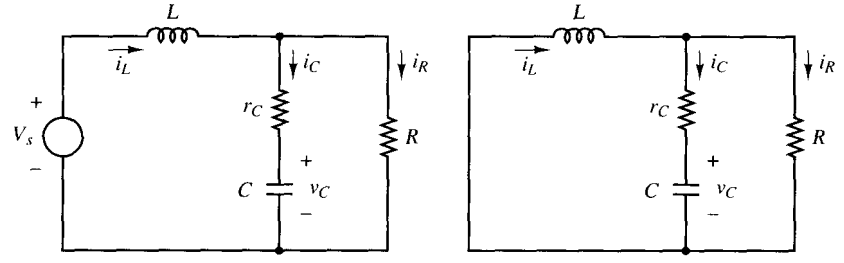


Figura B.1. Circuitos para desarrollar las ecuaciones de estado para el convertidor reductor. (a) Interruptor cerrado. (b) Interruptor abierto.

Interruptor cerrado. En primer lugar, se determinan las ecuaciones de estado para el convertidor reductor (también para el convertidor directo o forward) con el interruptor cerrado. El bucle más exterior del circuito de la Figura B.1a se define por la ecuación de la ley de tensiones de Kirchhoff:

$$L\frac{di_L}{dt} + i_R R = V_s \tag{B.14}$$

Según la ley de tensiones de Kirchhoff:

$$i_R = i_L - i_C = i_L - C\frac{dv_C}{dt} \tag{B.15}$$

La ley de tensiones de Kirchhoff en torno al bucle interior izquierdo expresa que:

$$L\frac{di_L}{dt} + i_C r_C + v_C = V_s \tag{B.16}$$

De donde obtenemos la relación:

$$i_C = C\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{r_C}\left(V_s - L\frac{di_L}{dt} - v_C\right) \tag{B.17}$$

Combinamos la Ecuación (B.14) con la (B.17), consiguiendo la ecuación de estado:

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{Rr_C}{L(R + r_C)} i_L - \frac{R}{L(R + r_C)} v_C + \frac{1}{L} V_s \tag{B.18}$$

La ley de tensiones de Kirchhoff en torno al bucle interior derecho expresa que:

$$-v_C - i_C r_C + i_R R = 0 \tag{B.19}$$

Combinando la ecuación anterior con la Ecuación (B.15), obtenemos la ecuación de estado:

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{R}{C(R + r_c)} i_L - \frac{1}{C(R + r_c)} v_c \tag{B.20}$$

Expresamos de nuevo las Ecuaciones (B.19) y (B.20) en la forma de variables de estado:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{B}_1 V_s \tag{B.21}$$

donde:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -\dfrac{Rr_C}{L(R + r_C)} & -\dfrac{R}{L(R + r_C)} \\ \dfrac{R}{C(R + r_C)} & -\dfrac{1}{C(R + r_C)} \end{bmatrix} \tag{B.22}$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si $r_c \ll R$,

$$\mathbf{A}_1 \approx \begin{bmatrix} -\dfrac{r_C}{L} & -\dfrac{1}{L} \\ \dfrac{1}{C} & -\dfrac{1}{RC} \end{bmatrix} \tag{B.23}$$

Interruptor abierto. El filtro es el mismo para el interruptor cerrado y para el interruptor abierto. Por tanto, la matriz **A** no sufre ningún cambio durante el periodo de conmutación:

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1$$

La entrada del filtro es cero cuando el interruptor está abierto y el diodo se encuentra en conducción. La ecuación de estado (B.16) se modifica de forma correspondiente, dando lugar a:

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{0}$$

Ponderando las variables de estado durante un periodo de conmutación se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}d &= \mathbf{A}_1\mathbf{x}d + \mathbf{B}_1V_sd \\ \dot{\mathbf{x}}(1-d) &= \mathbf{A}_2\mathbf{x}(1-d) + \mathbf{B}_2V_s(1-d) \end{aligned} \tag{B.24}$$

Si sumamos las ecuaciones anteriores y utilizamos $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1$:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_1\mathbf{x} + [\mathbf{B}_1d + \mathbf{B}_2(1-d)]V_s \tag{B.25}$$

De forma expandida:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{r_C}{L} & -\dfrac{1}{L} \\ \dfrac{1}{C} & -\dfrac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{d}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_s \tag{B.26}$$

La Ecuación (B.26) facilita la descripción promediada en el espacio de estados del filtro de salida y la carga, para el convertidor directo (forward) o el convertidor reductor.

La tensión de salida v_0 se determina a partir de:

$$v_o = Ri_R = R(i_L - i_R) = R\left(i_L - \frac{v_o - v_C}{r_C}\right) \tag{B.27}$$

Reordenando para despejar v_0:

$$v_o = \left(\frac{Rr_C}{R + r_C}\right) i_L + \left(\frac{R}{R + r_C}\right) v_C \approx r_C i_L + v_C \tag{B.28}$$

La ecuación de salida anterior es válida para ambas posiciones del interruptor, dando como resultado $\mathbf{C}_1^{\mathrm{T}} = \mathbf{C}_2^{\mathrm{T}} = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}$. En forma de variables de estado:

$$v_o = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}x$$

donde:

$$\mathbf{C}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \dfrac{Rr_C}{R + r_C} & \dfrac{R}{R + r_C} \end{bmatrix} \approx [r_C \quad 1] \tag{B.29}$$

y

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} \tag{B.30}$$

La salida de régimen permanente se obtiene a partir de la Ecuación (B.9):

$$V_o = -\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}V_s \tag{B.31}$$

donde $\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1D$ y $\mathbf{C}^{\mathrm{T}} = \mathbf{C}_1^{\mathrm{T}} = \mathbf{C}_2^{\mathrm{T}}$. El resultado final de este cálculo es una salida en régimen permanente de:

$$V_o = V_sD \tag{B.32}$$

La característica de transferencia para pequeña señal se desarrolla a partir de la Ecuación (B.12), que en el caso del convertidor reductor da como resultado:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}V_x\tilde{d} \tag{B.33}$$

Aplicando la transformada de Laplace:

$$s\tilde{\mathbf{x}}(s) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(s) + \mathbf{B}V_s\tilde{d}(s) \tag{B.34}$$

Agrupamos $\tilde{\mathbf{x}}(s)$:

$$[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]\tilde{\mathbf{x}}(s) = \mathbf{B}V_s\tilde{d}(s) \tag{B.35}$$

donde $\mathbf{I}$ es la matriz identidad. Despejando $\tilde{\mathbf{x}}(s)$:

$$\tilde{\mathbf{x}}(s) = [s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{B}V_s\tilde{d}(s) \tag{B.36}$$

Expresamos $\tilde{v}_o(s)$ en términos de $\tilde{\mathbf{x}}(s)$:

$$\tilde{v}_o(s) = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{x}}(s) = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{B}V_s\tilde{d}(s) \tag{B.37}$$

Finalmente, la función de transferencia de salida para variaciones en el ciclo de trabajo se expresa del siguiente modo:

$$\frac{\tilde{v}_o(s)}{\tilde{d}(s)} = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{B}V_s \tag{B.38}$$

Al sustituir las matrices en la ecuación anterior, un extenso proceso de cálculo da como resultado la función de transferencia:

$$\frac{\tilde{v}_o(s)}{\tilde{d}(s)} = \frac{V_s}{LC}\left[\frac{1 + sr_CC}{s^2 + s\left(\dfrac{1}{RC} + \dfrac{r_C}{L}\right) + \dfrac{1}{LC}}\right] \tag{B.39}$$

La función de transferencia anterior fue utilizada en la Sección 7.12, para el control de fuentes de alimentación de corriente continua, en el Capítulo 7.

BIBLIOGRAFÍA

S. ANG, *Power Switching Converters*, Marcel Dekker, 1995.

R. D. MIDDLEBOOK y S. ĆUK, «A General Unified Approach to Modelling Switching—Converter Power Stages», *IEEE Power Electronics Specialists Conference Record*, 1976.

N. MOHAN, T. M. UNDELAND y W. P. ROBBINS, *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*, John Wiley & Sons, 1995.

ÍNDICE

A

Alterna de velocidad ajustable, 315
Amplificador de error, 298, 301
Amplificador Tipo 2, 299
Análisis en pequeña señal, 295
Ángulo
  de conducción, 99
  de disparo, 139, 156, 180-81, 197
  de extinción, 70, 72, 77, 99, 184
Área de funcionamiento seguro, 427
Armónicos, 43, 86
  controlador de tensión alterna, 181
  controladores de tensión trifásico, 192
  rectificador trifásico, 154
  rectificadores de onda completa, 115, 116, 123, 144

B

BJT, interruptor electrónico, 6
Bobinas, 23
  energía almacenada, 23
  potencia media, 24
  resistencia, 230
  tensión media, 21
Bucle
  abierto a la frecuencia, 294
  de control, estabilidad, 294

C

Carga
  bobina-generador, 80
  resistiva, 65, 95
    en estrella, 187
    en triángulo, 194
  R-L, 71
  R-L generador, 76, 100
Cargador de baterías, 22, 126
CC-CC, convertidor, 2
  alimentado en corriente, 284-88
  comparación de convertidores resonantes, 400
  con múltiples salidas, 288-89
  conmutado, 202
  Ćuk, 223-228

de flyback, 259, 290
diseño, 211
efectos no ideales, 228
elevador, 212-27
en medio puente, 281-88
en puente completo, 281-88
flyback, 259-68
forward, 268-84
forward con dos interruptores, 275-77
lineales, 201
push-pull, 277-81
reductor, 203
reductor-elevador, 217-223
resonante conmutado, 366-72
resonante paralelo, 393-97
resonante serie, 385-93
resonante serie-paralelo, 397
serie paralelo, 397-400
Ciclo de trabajo, 202
Circuito de excitación
BJT, 416
integrado, 411
MOSFET, 409-416
para MOSFET, 409
para transistor bipolar, 416
SG1525A, 411
tiristor, 420
totem-pole, 411
Circuito de protección
de recuperación de energía, 429
para tiristor, 431
para transistor, 421
Circuitos atenuadores, 177
Comparación de convertidor resonante, 400
Compensación, 298
Componente de continua, 65
Condensador, 23
corriente media, 24
energía acumulada, 23
resistencia del condensador, 229
Conmutación, 105-6, 168-71
a corriente cero, 366
a tensión cero, 372
bipolar, 333
pérdidas de, 231, 381
rectificador
de media onda, 105
monofásico, 168
trifásico, 169
unipolar, 333, 346
Control
básico, 177
ciclo integral, 177
de armónicos, 327
de VAR estático, 197
fuentes de alimentación, 294-308
motor de inducción, 358
voltio/hertzio, 359
Control de amplitud, 327
inversor, 327, 331
resonante, 379
Controlador de tensión
monofásico, 177, 186
trifásico, 187, 192
Controlados
rectificador de media onda controlado, 94-104
rectificadores controlados de onda completa, 138-151
rectificadores controlados trifásicos, 156-64
Convenio de signos para dispositivos pasivos, 20
Convergencia, problemas en PSpice, 14
Conversión
ca en cc, 65
continua en alterna, 315
Convertidor
alimentado en corriente, 284-88, 293
ca-ca, 2, 177
ca-cc, 2, 115
cc-ca, 2, 315
cc-cc, 2
clasiflcación, 2
con circuito de protección de transistor, 422
con múltiples salidas, 288
conmutado resonante
conmutación a corriente cero, 366
conmutación a tensión cero, 372
Ćuk, 223-28
elevador, 212, 217
en puente completo, 281
flyback, 259-68
forward, 268-84
forward con dos interruptores, 275
indirecto, 221
medio puente, 331
monofásico controlado como inversor, 149
PUSH-PULL, 277
reductor, 203, 212
reductor de circuito de protección, 429
reductor-elevador, 217
resonante con paso intermedio por corriente continua,400
resonante conmutado
conmutación a corriente cero, 366-72
conmutación a tensión cero, 372-79
selección de, 289
trifásico como inversor, 162
Corriente
discontinua, 204, 233, 266

permanente, 204
Ćuk, convertidor, 223

D

Diodo
corriente de pico, 130
de libre circulación, 82, 84, 86-87, 105
predeterminado, 73
PSpice, 16
realimentación, 320
recuperación rápida, 3
Schottky, 3
Diseño
amplificador de error compensado, 301
circuito
de excitación de BJT, 418
de protección, 426
convertidor
Ćuk, 228
elevador, 217
flyback, 266
forward, 284
reductor, 211-13
inversor PWM, 340
rectificador de media onda, 73
Disipador de calor, 211
Distorsión armónica total (DAT), 46, 55, 323
Doblador de tensión, 131-32

E

Efectos no ideales, 228
Enclavador de Baker, 420
Energía, 19
cálculo, 20
recuperación de, 24
Enlace de cc, 164
Escalón, 246
Estabilidad, 294

F

Factor
de distorsión, 46
de forma, 47
de pico, 43
de potencia, 40
K, 303
Fallo de solapamiento (shoot-through fault), 317
Filtro de condensador, 88
Filtro
condensador, 88
L-C, 134, 203
corriente continua, 133
corriente discontinua, 134
Fourier, series de, 42, 435
Fuentes de alimentación
control de, 294
de corriente continua, 257-308
PSpice, 289
Función de transferencia
filtro, 297
interruptor, 296
PWM, 298
Funciones ortogonales, 36

G

GTO, interruptor electrónico, 4

I

IGBT, interruptor electrónico, 7
Índice de modulación
de amplitud, 336
de frecuencia, 335
Interruptor
caída de tensión, 228
controlado por tensión, 11
electrónico, 3-7, 65
diodo, 3
tiristores, 4
transistores, 5, 11
triac, 4
pérdida de potencia, 231-32, 421-29
Pspice, 9-15
selección, 8-9
Inversor, 2, 149, 162, 314
de seis pasos, 351
medio puente, 331
onda cuadrada, 317-21
puente de onda completa, 317
PWM, 338, 342
resonante serie, 379-81
trifásico
con paso intermedio por corriente continua resonante, 403
de seis pasos, 351, 356
IR2110, 414

M

Margen de fase, 294
Modelo
  de circuito promediado, 243
  de Vorperian, 248
Modulación por anchura de impulsos. Véase PWM, modulación
MOSFET, 6
  circuito de excitación, 406
  interruptor electrónico, 7
Motor
  de continua, 126
  de inducción, 196
    control de velocidad, 358
    curvas par-velocidad, 359

P

Par, motor de inducción, 358
Parámetro autoincremental, PSpice, 73, 136, 186
Potencia
  aparente, 40
  cálculos, 19-57
    bobinas y condensadores, 23
    energía, 20
    factor de potencia, 40
    instantánea, 19
    ondas no sinusoidales, 42
    ondas sinusoidales, 40
    potencia aparente, 40
    potencia media, 20
    PSpice, 49
  compleja, 41
  factor, 40, 78, 100, 180
  instantánea, 19
  media, 43, 71, 77, 79
  reactiva, 41
Probe, 12, 49
Promediado del espacio de estado, 441-46
PSpice,
  análisis de Fourier, 52
  bucle de control, 300, 305
  bucle de control de convertidores, 300
  cálculos de potencia, 49
  circuito
    de excitación de BJT, 418
    de excitación de MOSFET, 411
    promediado, 243
  control por realimentación, 305
  controlador
    de alterna monofásico, 186
    de tensión, 186
    de tensión trifásico, 192
  convertidor CC-CC resonante serie, 389
  convertidor reductor, 240, 242
  convertidores CC-CC, 239
  diodos, 12, 16, 18
  energía, 49
  EVAL.LIB, 16
  fuentes de alimentación de continua, 289
  inversor
    de onda cuadrada, 324
    en puente completo, 325, 330
    PWM, 342
    resonante serie, 382
    trifásico, 356
  modelo de circuito promediado, 243
  potencia, 49
  problemas de convergencia, 14
  pulso, 33
  rectificador
    de media onda, 72-3, 85, 93
    de onda completa, 123, 127
    de onda completa, filtro LC, 136
    monofásico de onda completa, 123
    trifásico, 156-7
  rectificadores de media onda controlados, 102
  RELTOL, 93
  resultados de simulación en, 15
  SCR, 102
  transistores, 11
  VALUE, 342
PWM, 354, 357
  armónicos, 337
  circuitos de control, 306
  conmutación bipolar, 337
  conmutación unipolar, 342, 346
  inversor trifásico, 354
  modulación, 333, 335
  SG1525A, 411

R

Realimentación, 246, 294
  convertidor reductor con, 294
  PSpice, 305
Rectificador
  controlado de media onda, 94-102
  controlado de onda completa, 138-51
  controlado trifásico, 156-59
  controlador de silicio (SCR), 5, 95, 138, 156, 177, 420
    PSpice, 14-15, 102
  de doce pulsos, 160

de media onda, 65-80
carga bobina-generador, 80
carga resistiva, 65
carga R-L, 67
carga RL-generador, 76
con diodo de libre circulación, 82, 87
con filtro de condensador, 88
efectos de conmutación, 105
PSpice, 72, 73
de onda completa, 115-37
de seis pulsos, 152
monofásico de onda completa, 115-38
carga resistiva, 119
carga RL, 119
carga RL-generador, 126
con filtro LC, 132
en puente, 118
PSpice, 123
transformador con toma media, 118
monofásico en puente, 168
trifásico, 151-56
controlado, 156
en puente, 151
PSpice, 156, 157
Recuperación de la energía, 24, 30
protección de la, 429
Regulador lineal, 201
Relé de estado sólido, 184
Rendimiento, 24, 196, 230, 400
Respuesta
forzada, 69
natural, 67, 76
Rizado de la tensión, 208, 216, 222, 229
rms. Véase Valores eficaces

S

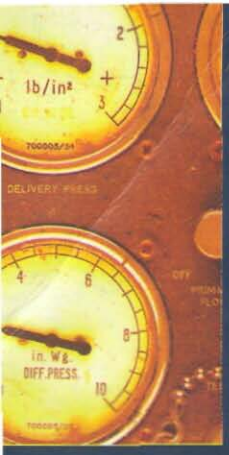
Salida con modulación por anchura de impulsos, 333
conmutación bipolar, 333
circuito de control, 306
inversor trifásico, 354
conmutación unipolar, 333
Selenoide, 24
Señal de referencia, 333
Series de Fourier, 42-43, 86, 435-39
rectificador de onda completa, 143-145, 436
rectificador de media onda, 436
PSpice, 49-51
forma de onda pulsante, 438
inversores PWM, 335-338
inversor de seis pasos, 351-54, 439
inversor de onda cuadrada, 322-24, 438
rectificador trifásico, 151-53, 162, 439
SG1525A, 411
SG3524B, 308
Sistema de alimentación ininterrumpida, 315
SPICE, 8

T

Tensión de referencia, 337
THD. Véase Distorsión armónica total (DA)
Tiempo muerto, 317
Tiristor, 420, 431
de bloqueo por puerto (GTO), 4
Tiristores, interruptores electrónicos, 4
Transformada rápida de Fourier, 52
Transformador
inductancia de fuga, 258
inductancia magnetizante, 258
modelos, 257
Transformadores
funciones, 257
modelos, 257
Transistor, 24
Transistores
bipolares de puerta aislada (IGBT), 410
de unión bipolar, 5
circuitos de excitación, 416, 417
Darlington, 7
Transmisión de corriente continua, 164-68
Triac, 4, 420
Trifásico, 351
rectificador controlado, 156-64
inversor, 351-56
conductor neutro, 36
rectificador, 151-56
controlador de tensión, 187-96
Troceador de continua, 202

V

Valor cuadrático medio (rms), 32
Valores eficaces, 32
VAR estático, control de, 197
Velocidad síncrona, 358
Voltio-amperios de distorsión, 47



Electrónica de Potencia

Hart

Electrónica de Potencia de Daniel W. Hart está diseñado como libro de texto para los cursos introductorios en la asignatura electrónica de potencia. Este libro, especialmente dirigido a estudiantes universitarios de Ingeniería Eléctrica, trata de dar una visión extensa de los circuitos electrónicos de potencia y se completa con numerosos ejemplos, problemas, resúmenes e ilustraciones.

Este texto presupone que el estudiante está familiarizado con las técnicas generales de análisis de circuitos, normalmente estudiadas en los primeros cursos. El estudiante debería conocer los dispositivos electrónicos tales como los diodos y transistores, ya que este texto hace hincapié en la tipología y función de los circuitos, en vez de en los dispositivos. Otro requisito fundamental es el conocimiento de las relaciones entre la tensión y la corriente en los dispositivos lineales, junto con el concepto de las series de Fourier.

En la mayoría de los capítulos se incluyen ejercicios de simulación por computador utilizando PSpice, como complemento a las técnicas de solución analítica de circuitos. No se pretende que la simulación por computador sustituya la comprensión de los principios fundamentales pero, en opinión del autor , utilizar la simulación por computador como herramienta para investigar el comportamiento básico de los circuitos electrónicos de potencia, añade una dimensión adicional al proceso de aprendizaje del alumno, imposible de adquirir con la estricta manipulación de las ecuaciones.

Pearson Educación

www.pearsoneducacion.com

ISBN 84-205-3

9 788420 531793